

НАУКОВІ ВІСТІ

Національного технічного університету України
"Київський політехнічний інститут"

Науково–технічний журнал

№ 1(57)

2008

Започаткований у вересні 1997 року

Редакційна колегія:

Головний редактор
М.З. Згуровський

Заступник головного
редактора
М.Ю. Льченко

Члени редколегії –
координатори
наукових напрямків

М.І. Бобир
В.Ю. Горчаков
О.В. Збруцький
О.А. Молчанов
І.В. Недін
Б.В. Новіков
О.М. Новіков
А.В. Праховник
Є.М. Письменний
Д.Ф. Чернега
О.Г. Юрченко
Ю.І. Якименко

Редакційна рада

Адреса редакції:
03056, Київ-56,
проспект Перемоги, 37,
Національний технічний
університет України
"Київський політехнічний
інститут",
Тел. 454-91-23

У номері:

Електроніка, радіотехніка
та засоби телекомунікацій

Енергетика та нові
енергогенеруючі технології

Інформаційні технології,
системний аналіз та керування

Матеріалознавство
та машинобудування

Приладобудування та
інформаційно-вимірювальна
техніка

Проблеми біотехнології

Проблеми хімії та хімічної
технології

Теоретичні та прикладні проблеми
фізико-математичних наук

Засновник – Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”
Свідоцтво про державну реєстрацію журналу – серія КВ № 2863, видане 26 вересня 1997 року

Рекомендовано Вченою Радою Національного технічного університету України
“Київський політехнічний інститут”, протокол № 3 від 03.03.08 р.

Члени редакційної ради (за галузями науки)

Фізико-математичні науки

<i>Математика</i>	<i>Фізика</i>	<i>Механіка</i>	<i>Інформатика і кібернетика</i>
В.В. Булдігін	В.Г. Бар’яхтар	А.Е. Бабаєв	Ю.М. Данілін
Н.О. Вірченко	Ю.І. Горобець	С.О. Довгий	О.С. Макаренко
А.А. Дороговцев	В.М. Локтев	Я.Ф. Каюк	Н.Д. Панкратова
М.М. Кухарчук	С.І. Сидоренко	В.В. Матвеев	В.В. Остапенко
А.М. Самойленко	А.П. Шпак	Ю.М. Шевченко	В.М. Панін

<i>Хімічні науки</i>	<i>Біологічні науки</i>	<i>Технічні науки</i>	<i>Економічні науки</i>	
О.О. Андрійко	Л.Б. Бондаренко	В.І. Губар	О.А. Павлов	О.Ф. Балацький
І.М. Астрелін	П.І. Гвоздяк	В.С. Коваленко	М.Г. Попович	В.Г. Герасимчук
А.К. Дорош	О.М. Дуган	В.І. Костюк	В.М. Прохоренко	Є.В. Крикавський
Ю.А. Малетін	Л.А. Лившиць	О.А. Крупа	Н.С. Равська	М.П. Панченко
А.А. Фокін	С.С. Малюта	Ю.Ю. Лукач	В.О. Румбешта	Г.К. Яловий
	В.С. Підгорський	Г.М. Любчик	В.І. Сенько	
	Ю.М. Сиволап	Є.А. Мачуський	В.П. Тарасенко	
	С.С. Ставська		Я.К. Трохименко	

Секретар редакції Л.Д. Калько

Редактор В.Г. Мельник

Графічний дизайн Б.В. Валуєнка
Комп’ютерна верстка О.М. Нестеренко

Підписано до друку 04.03.2008. Формат 60×84¹/8. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – ризографія. Ум. др. арк. 18,60. Обл.-вид. арк. 31,68. Зам. № Тираж 200 прим.

НТУУ “КПІ” ВПІ ВПК “Політехніка”. 03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15.
Тел./факс (044) 241-68-78

З М І С Т

Електроніка, радіотехніка та засоби телекомунікацій

Кравчук С.О. Модель прямого каналу системи широкосмугового радіодоступу з диференційованими послугами гарантованої передачі 5

Енергетика та нові енергогенеруючі технології

Шаповал І.В. Кількісна оцінка впливу збурюючих факторів на ефективність регулювання процесу спалювання палива 13

Інформаційні технології, системний аналіз та керування

Бідюк П.І., Баклан Я.І. Модифікований метод формування структури мережі Байеса 18

Масляно П.П. Системне проектування процесів інформатизації 28

Повещенко Г.П. Імперативний мандат як чинник керування 37

Матеріалознавство та машинобудування

Белоус М.В., *Гермаш Л.П., Долянівська О.В., Кузь О.П.* Природа магнітних ефектів при нагріванні загартованих сплавів Fe–C 43

Котляров В.П., Аламалходай Пура, Ярмоленко Є.В., Анякін М.І. Особливості проектування операцій лазерної обробки деревини 47

Горобець С.В., Горобець О.Ю., Біло О.М., Кузнецов Ю.О. Вплив магнітного поля на процес травлення сталі у водному розчині азотної кислоти 56

Роїк Т.А., Холявко В.В., Зора Б.П., Луфференко О.С. Принципи формування структури і властивостей композиційних антифрикційних матеріалів на основі сталевих відходів 61

Середенко О.В. Вплив постійного магнітного поля на форму крапель металоемulsії 66

Хижняк В.Г., Лоскутова Т.В., Бобіна М.М., Дегула А.І. Хімізм і термодинаміка процесу титанохромовання сталей 71

Черниш І.Г., Нікітін Ю.О., Черниш С.І., Лобода П.І. Про вплив методів диспергування на мікроструктуру і морфологію дисперсних частинок природного графіту та термографіту 76

Приладобудування та інформаційно-вимірвальна техніка

Бурнашев В.В., Збруцький О.В. Синтез траєкторії вирівнювання літака в режимі автоматичного приземлення 81

Заболотня Т.М., Михайлюк А.Ю., Тарасенко В.П. Структурно-алгоритмічна організація програмного агента-орфокоректора 88

Проблеми біотехнології

Григор'єва М.А. Імобілізація ферментів як спосіб отримання ефективних біопрепаратів для практичного застосування 97

Старовойтова С.О., Орябінська Л.Б., Горчаков В.Ю. Молочнокислі бактерії – біосорбенти важких металів 108

Проблеми хімії та хімічної технології

Андрійко О.О., Коваленко І.В., Черненко Л.В., Хайнаков С.А., Головіна І.С., Гейфман І.Н., Лисін В.І. Синтез нанокристалічного метатанталату калію в середовищі розплавлених нітратів 117

Мітченко Т.Є., Козлов П.В., Макарова Н.В., Стендер П.В. Вибір оптимального катіоніту для локальних установок Na-катіонування води 123

Подустов М.О., Тошинський В.І., Жученко О.А., Петров В.М. Масопередача в системі газ–рідина при сульфатуванні органічної сировини 128

Теоретичні та прикладні проблеми фізико-математичних наук

Бевзюк М.С. Кілька теорем з теорії чисел 132

Вірченко Н.О., Рум'янцева О.В. (τ, β) -Узагальнена гіпергеометрична функція Гаусса та її застосування 139

Кухарчук М.М., Яременко М.І. Про розв'язність квазілінійного рівняння з матрицею Гільбарга–Серрина в R^1 144

Южакова Г.О. Новий тип систем інтегральних рівнянь 150

Реферати 155

Автори номера 158

CONTENTS

Electronics, radio engineering and telecommunications

Kravchuk S.O. The Direct Channel Model of Secure Transmission of Broadband Radio Access System with Differentiated Services 5

Power engineering and new energy generation technologies

Shapoval I.V. The Quantitative Estimation of the Perturbation Influence on the Fuel Burning Efficiency ... 13

Information technology, system analysis and guidance

Bidyuk P.I., Baklan Ya.I. A Modified Bayes' Method of Forming Network Structure 18

Maslyanko P.P. The System Design of Informatization Processes 28

Poveshchenko G.P. The Imperative Mandate as a Management Factor 37

Materials science and machine building

Belous M.V., *Germash L.P., Dolianovska O.V., Kuz O.P.* The Nature of Magnetic Effects at Heating of Quenched Alloys Fe–C 43

Kotlyarov V.P., Alamalhodaei P., Yarmolenko Ye.V., Anyakin M.I. The Specificity of Operations Design in Laser Machining of Wood 47

Gorobets S.V., Gorobets O.Yu., Bylo O.M., Kyznetsov Yu.O. The Magnetic Field Influence on Steel Etching Process in Water Solution of Nitric Acid 56

Royik T.A., Kholiavko V.V., Zora B.P., Luferenko O.S. The Formation Principles of Structure and Properties of Composite Antifriction Materials on the Base of Steel Wastes 61

Seredenko O.V. The Constant Magnetic Field Impact on the Drops Shape of Metallic Emulsion 66

Khizhnyak V.G., Loskutova T.V., Bobina M.M., Degula A.I. Chimism and Thermodynamics of Steel Saturation by Titanium and Chrome 71

Chernysh I.G., Nikitin Yu.O., Chernysh S.I., Loboda P.I. On the Influence of the Dispersed Methods on Microstructure and Morphology of the Dispersed Particles of Natural Graphite and Thermograpenite 76

Instrument manufacturing and information measuring technology

Burnashev V.V., Zbrutskiy O.V. The Alignment Trajectory Synthesis of the Plane in an Automatic Landing Mode 81

Zabolotnia T., Mykhailyuk A., Tarassenko V. The Structural Algorithmic Organization of the Software Corrector Agent of Spelling Errors 88

Problems of biotechnologies

Grygorieva M.A. Enzymes Immobilization as a Method of Effective Biopreparations Production for the Practical Purposes 97

Starovoitova S.O., Oryabinskaya L.B., Gorchakov V.Yu. Lactic Acid Bacteria as Biosorbents of Heavy Metals ... 108

Problems of chemistry and chemical engineering

Andriiko O.O., Kovalenko I.V., Chernenko L.V., Khainakov S.A., Golovina I.S., Geichman I.N., Lisin V.I. The Synthesis of Nanosized Potassium Metatantalate in Molten Nitrate Environment 117

Mitchenko T.Ye., Kozlov P.V., Makarova N.V., Stender P.V. The Choice of the Optimal Cation Exchanger for Local Water Sodium Cycle Installations 123

Podustov M.O., Toshinskiy V.I., Zhuchenko O.A., Petrov V.M. The Mass Transfer in the Gas-Liquid System at Sulfating of Organic Raw Material 128

Theoretical and applied problems of physics and mathematics

Bevzyuk M.S. Some Theorems of Number Theory 132

Virchenko N.O., Rummyantseva O.V. (τ, β) -Generalized Gauss Hypergeometric Function and its Application . 139

Kukharchuk M.M., Yaremenko M.I. On Solvability of the Quasilinear Elliptic Equations with Gilbarg-Serrin Matrix 144

Yuzhakova G.O. A New Type of Integral Equation Systems 150

Reports 155

Contributors to the issue 158

ЕЛЕКТРОНІКА, РАДІОТЕХНІКА ТА ЗАСОБИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

УДК 621.396.74

С.О. Кравчук

МОДЕЛЬ ПРЯМОГО КАНАЛУ СИСТЕМИ ШИРОКОСМУГОВОГО РАДІОДОСТУПУ З ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИМИ ПОСЛУГАМИ ГА- РАНТОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Вступ

Останнім часом Інтернет пережив феноменальний ріст, що зробило проблему “останньої милі” для надання Інтернет-послуг ще більш актуальною. Одним із найбільш перспективних рішень цієї проблеми є безпроводові мережі і, особливо, системи широкосмугового радіодоступу (СШР) [1]. Однак важливою властивістю будь-якої безпроводової системи є сильна залежність її параметрів від атмосферних явищ на радіотрасі і ряду інших факторів, особливо, багатопроменевого поширення. Тому в безпроводовому каналі радіосистеми можлива наявність досить високого коефіцієнта бітових помилок BER (Bit Error Rate), що дуже ускладнює реалізацію механізму підтримки якості надання послуг QoS (Quality of Service).

Крім безпроводового доступу, ще однією з найважливіших сфер розвитку Інтернету є пошук структури, яка підтримує кращий QoS, ніж існуючий нині сервіс найкращої можливої передачі (Best Effort Service). У цьому зв'язку проблемною групою проектування Інтернет IETF (Internet Engineering Task Force) було запропоновано модель диференційованого сервісу (ДС), який орієнтований на сукупний трафік і не потребує підтримки визначеного стану кожного потоку на ключових маршрутизаторах.

Мета впровадження і розвитку ДС полягає в забезпеченні диференційованими послугами трафіку Інтернет з можливістю підтримки різних типів додатків і визначених бізнес-вимог. ДС пропонує передачу трафіку з передбачуваними параметрами (затримкою, пропускнуною спроможністю, втратами пакетів і т.д.). Розходження між наданням інтегрованих і диференційованих послуг у тому, що при введенні ДС забезпечується масштабований сервісний поділ без необхідності виділення потоків і проведення сигналізації при кожному переході. Тому немає необхідності проводити унікальне резервування параметрів QoS для кожного потоку.

При роботі з ДС трафік Інтернету розбивають на різні класи з різними вимогами до QoS.

Грунтуючись на згаданих вище тенденціях, дослідники визначили інтеграцію безпроводових систем і ДС як перспективний напрямок досліджень. Наприклад, у працях [2, 3] з метою забезпечення QoS у безпроводовому середовищі було модифіковано заснований на класах алгоритм масового обслуговування, а на його базі проведено імітацію використання ДС. Однак нам не відомі праці, що описують аналітичну модель ДС у безпроводових каналах.

Постановка задачі

Метою даної статті є формулювання спрощеної аналітичної моделі можливості гарантованої передачі через прямий радіоканал СШР у рамках ДС в припущенні про повільні завмирання в каналі і використання методу випадкового раннього виявлення RED (Random Early Detection) для керування чергою вхідних (вх) і вихідних (вих) пакетів RIO (RED Input/Output).

Особливості моделювання гарантованої передачі в рамках диференційованих послуг

На відміну від інтегрованих послуг [4] диференційовані послуги надають довгострокові гарантії QoS у тому розумінні, що відповідні параметри на маршрутизаторах не відкидаються через деякий час. Це означає, що додаткам, які використовують ДС, не потрібно резервувати параметри QoS для визначених пакетів даних. Весь трафік, який передається через мережі, що підтримують ДС, використовуватиме заздалегідь надані йому параметри QoS. Але при цьому всі пакети даних мають бути відмічені певним полем, яке повинне інтерпретуватися маршрутизаторами в мережі.

Модель ДС, запропонована IETF, має забезпечувати масштабовану диференціацію сервісу в Інтернет. Архітектура ДС складається з великої кількості функціональних елементів, а саме класифікаторів пакетів, формувачів трафіку і режимів “на переході” РНВ (Per-Hop Behaviours). Режим РНВ визначає пріоритет і максимальну затримку в черзі повідомлень, що передається, ширину пропускнуої здатності при поділі каналу між з'єднаннями й імовірність втрати пакета.

Для надання передбачуваних послуг набір режимів РНВ повинен підтримуватися всіма

маршрутизаторами в мережі з диференційованими послугами. Режим PNH може визначатися набором певних функцій і параметрів, використовуваних маршрутизатором для надання саме тих послуг, які визначені для нього режимом PNH. Цей режим також може бути заданий безліччю окремих черг з установленими пріоритетами, визначеними параметрами черг і алгоритмів скидання пакетів у зв'язку з пріоритетами чи "вагою".

Крім прийнятого за замовчуванням типу PNH, існують ще два його підтипи, а саме PNH термінової передачі EF (Expedited Forwarding) і PNH гарантованої передачі AF (Assured Forwarding). EF PNH є високопріоритетним режимом, використовуваним звичайно для трафіку даних контролю мережі, таких, як відновлення маршрутизації, AF же передає пакети за допомогою деяких призначених рівнів ресурсів формування черги і трьох пріоритетів відкидання пакета. Визначено чотири незалежних класи AF. У даній статті увага приділена саме AF PNH.

Спрощена модель AF наведена в [5]. У цій моделі пакети класифіковані двома рівнями черговості пріоритетів ("вх" і "вих") у вузлах мережі залежно від того, чи відповідає користувач призначеному профілю пропускної здатності чи ні. Якщо виникає перевантаження каналу, то пакети на виході (вих) відкидаються з більш високою ймовірністю, ніж вхідні (вх), і в такий спосіб захищається QoS вхідного трафіку (вх). Ця операція здійснюється схемою керування чергою RIO, яка застосовує алгоритм випадкового раннього виявлення RED [6].

Алгоритм RED випадково відкидає пакети, що залежать від їх кількості в черзі на інтерфейсі. В міру того як обсяг заповнюваної черги наближається до свого максимуму, RED починає скидати пакети більш агресивно, щоб відійти від процедури "скидання хвоста". Таким чином, замість відкидання всіх нових пакетів при заповненні черги відбувається керування довжиною черги за допомогою випадкового скидання деяких пакетів. При втраті пакета додаток, якому цей пакет належав, знижує швидкість потоку TCP і починає процедуру повільного старту. Такий взаємозв'язок допомагає згладити "стрибки" трафіку і підвищує загальну продуктивність системи.

Цілком підтримуючи стратегію надання якості обслуговування, RED у першу чергу скидає низькопріоритетні пакети. Виявлення пріоритетів пакетів здійснюється на основі вмісту

поля TOS заголовка дейтаграми IP. Таким чином, додатки, що генерують високопріоритетний трафік, будуть менше "потерпати" від втрати пакетів. Зрозуміло, що значно скоротиться число повільних стартів. Досягнення необхідної якості обслуговування виконується механізмом RED за допомогою варіювання довжини черг, причому для кожного рівня пріоритету використовується індивідуальна границя довжини черги. В міру заповнення черги і перевищення границі її довжини рівень пріоритету, асоційований з цією границею, починає наближатися до рівня, при якому можливе випадкове скидання пакетів. Відповідно, високий рівень пріоритету суміщається з більш високим граничним значенням.

У схемі RIO є три основних параметри відповідно для вхідних і вихідних пакетів: мінімальний поріг $\Pi_{\min}^{\text{вх}}$ і $\Pi_{\min}^{\text{вих}}$, максимальний поріг $\Pi_{\max}^{\text{вх}}$ і $\Pi_{\max}^{\text{вих}}$, імовірність відкидання пакета. Якщо в місці надходження пакета довжина черги дорівнює n , то імовірність залучення пакета в чергу становитиме

$$\eta(n) = p\eta^{\text{вх}}(n) + \bar{p}\eta^{\text{вих}}(n), \quad (1)$$

де p – імовірність того, що даний пакет є вхідним, а $\bar{p} = 1 - p$ – імовірність того, що пакет вихідний; $\eta^{\text{вх}}(n)$ і $\eta^{\text{вих}}(n)$ – імовірності залучення вхідних і вихідних пакетів у чергу. Тоді, виходячи з особливостей RIO, можна записати в лінійному наближенні

$$\begin{aligned} \eta^i(n) &= 1 \quad \text{для } n \leq \Pi_{\min}^i, \\ \eta^i(n) &= 0 \quad \text{для } \Pi_{\max}^i < n, \\ \eta^i(n) &= 1 - \frac{p^i(n - \Pi_{\min}^i)}{\Pi_{\max}^i - \Pi_{\min}^i} \quad \text{для } \Pi_{\min}^i < n \leq \Pi_{\max}^i, \end{aligned} \quad (2)$$

де i – індекс, що набуває значень "вх" чи "вих"; p^i – імовірність відкидання пакетів при Π_{\max}^i .

Опис моделі

Модель ДС для безпроводового середовища може бути зображена структурною схемою, що наведена на рис. 1. У цій структурі множина абонентських терміналів (АТ) з'єднана з базовою станцією (БС) через загальний радіоінтерфейс (рис. 1,а). БС і АТ обмінюються паке-

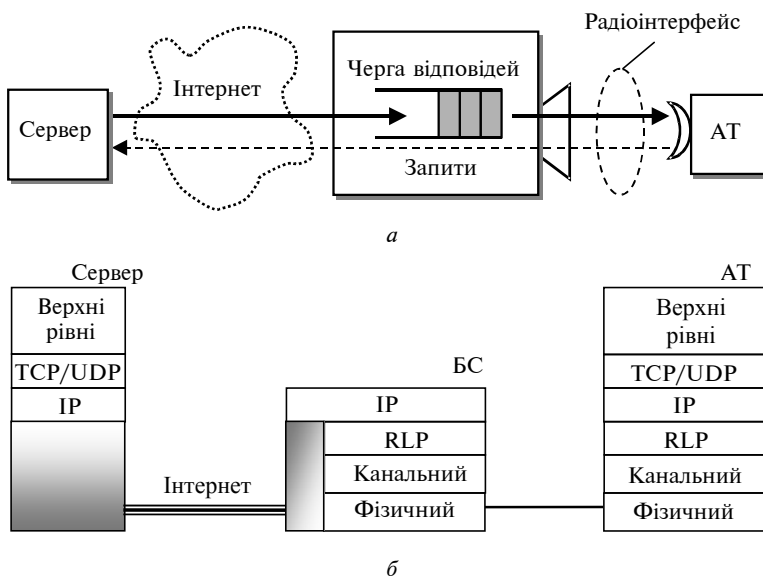


Рис. 1. Архітектура мережі

тами за спеціальними протоколами нижнього рівня, що використовують спеціальні механізми для мінімізації ступеня помилки пакетів безпроводової системи. У той же час на IP-рівні має бути реалізована можливість надання ДС (рис. 1, б).

Розглянемо параметри обслуговування черг у системі, виходячи із запропонованої структури мережі. Більшість СШР припускають використання асиметричного трафіку, бо параметри зворотного каналу не настільки критичні, як прямого. Це пов'язано з тим, що черга пакетів зворотного каналу вихідної лінії зв'язку містить тільки власні пакети АТ, а їх кількість порівняно невелика відносно прямого каналу спадної лінії зв'язку.

Тому зосередимося тільки на розгляді черги, формованої на БС у спадному напрямку, куди від різних віддалених серверів надходять значні обсяги трафіку, що попадає в чергу планувальника БС раніше, ніж його встигають розподілити між АТ. Для спрощення моделювання ДС RIO припускаємо, що пакети з'являються в черзі відповідно до пуассонівського потоку з параметром λ . Пакет буде вхідним з імовірністю p і вихідним — з імовірністю $\bar{p} = 1 - p$. Потоки вхідних і вихідних пакетів також будуть пуассонівськими з параметрами $p\lambda$ і $\bar{p}\lambda$, відповідно.

Хоча і вважається, що інтенсивність обслуговування черги розподілена експоненціально, моделювання розглянутої системи відрізняється від моделювання аналогічної проводової

через необхідність врахування характеристик безпроводового з'єднання і використовуваних при цьому механізмів автоматичного запиту повторної передачі ARQ (Automatic Repeat Request) і прямої корекції помилок FEC (Forward Error Correction).

У даній статті нестабільність безпроводового каналу описується моделлю джерела помилок Гільберта, яка заснована на застосуванні математичного апарату марковських ланцюгів і часто використовується при дослідженні параметрів безпроводового зв'язку, особливо в каналах із повільними завмираннями [7]. Відповідно до цієї моделі канал може перебувати у двох станах — доброму (стан 1) і поганому (стан 2). Коефіцієнт BER у стані 1 і 2 позначається відповідно як p_{e1} і p_{e2}

($p_{e1} \ll p_{e2}$). Тривалість 1-го і 2-го станів розподілена експоненціально із середніми значеннями $1/\delta$ і $1/\gamma$, відповідно.

Для розв'язання задачі підтримки необхідного QoS використовуються наскрізні служби-носії, що за допомогою протоколів другого і третього рівнів моделі взаємодії відкритих систем (ВВС) забезпечують корекцію помилок і керування потоком. Такі служби поєднують наскрізні служби-носії до протоколу радіоканалу RLP (Radio Link Protocol) [8, 9], який вміщує в себе всі механізми високорівневого протоколу керування каналом HDLC (High-level Data Link Control) [4], і спеціальні механізми вибіркового відмовлень, необхідних для повторної передачі помилкових даних. При цьому можна домогтися, щоб частота появи помилок не перевищувала 10^{-7} , однак пропускна спроможність і затримки можуть змінюватися залежно від якості передачі.

У нашій моделі RLP розміщений між канальним рівнем і IP-рівнем. Протокол RLP може підтримувати сервіси сегментації і переконструювання IP-дейтаграм. У протоколі використовуються два класи механізмів виправлення помилок: ARQ і FEC [10]. Механізм ARQ забезпечує виправлення помилок за допомогою виявлення їх та повторної передачі пакетів і застосовується для повідомлень із необхідною високою надійністю. Однак у випадку доставки трафіку, чутливого до затримок, такого, наприклад, як голосовий трафік, ARQ може, в принципі, погіршити параметри через чекання

повторної передачі. Також ARQ може виявитися неприйнятним з таких причин:

- зворотний канал недоступний чи затримка при використанні ARQ занадто велика;
- алгоритм повторної передачі не можна реалізувати зручним способом.

У цьому зв'язку часто замість ARQ на фізичному рівні застосовується FEC. При цьому в потік даних код вносить надлишкову інформацію, яка при виникненні помилок передачі використовується для відновлення вихідних даних. Таким чином, FEC поліпшує стійкість передачі за допомогою збільшення ступеня надірності коду.

Останні дослідження [11] показали, що дуже ефективним підходом є гібрид ARQ/FEC.

Аналітично описати точне поведіння ARQ і FEC – досить складна задача. Щоб розв'язати її, моделюється тільки стаціонарне поведіння ARQ і FEC. Параметри механізму FEC залежать від його кодової швидкості (ступеня кодування).

Оскільки в пакеті довжиною l біт міститься m біт ($m < l$) корисної інформації, кодова швидкість FEC становить $r = m/l$. Тоді досяжна швидкість обслуговування FEC обчислюється за формулою

$$v_e = rv = mv/l,$$

де v – пропускна спроможність безпроводового каналу (біт/с).

Виходячи з того, що FEC-код може виправляти до τ помилкових біт і що для даного стану каналу бітові помилки незалежні, то імовірність того, що пакет буде містити помилки, які не виправляються, визначається співвідношенням [12]

$$P(p_b, \tau) = \sum_{j=\tau+1}^l \binom{l}{j} p_b^j (1-p_b)^{l-j},$$

де p_b – імовірність помилки на біт станів 1 чи 2, причому $p_b \in \{p_{e1}, p_{e2}\}$. Тоді імовірності станів 1 і 2 відповідно становитимуть

$$P_1 = P(p_{e1}, \tau), P_2 = P(p_{e2}, \tau).$$

В ARQ пакет передається повторно доти, поки на приймальному кінці він не буде отриманий без помилок або буде перевищений ліміт на кількість повторних передач. Нехай N_t – кількість повторних передач, поки пакет не буде отриманий без помилок або не загубиться через перевищення допустимої кількості пов-

торних передач. Математичне сподівання середнього значення загальної кількості передач обчислюється в такий спосіб [13]:

$$M[N_t] = \frac{1-P^N}{1-P},$$

де N – максимальна кількість повторних передач, зумовлена часовим обмеженням; P – імовірність того, що пакет містить помилки, які не виправляються, і $P \in \{P_1, P_2\}$.

Тоді середня швидкість передачі (чи обслуговування черги) відповідно до станів 1 і 2 становитиме

$$v_1 = v_e \frac{1-P_1}{1-P_1^N}, v_2 = v_e \frac{1-P_2}{1-P_2^N},$$

а відношення середніх швидкостей передачі –

$$\xi = \frac{v_2}{v_1} = \frac{(1-P_2)(1-P_1^N)}{(1-P_1)(1-P_2^N)}. \quad (3)$$

Наявність переходів між станами 1 і 2 передбачається тільки з початку передачі пакета. Протокол RLP використовується із схемою ARQ/FEC. За результатом, отриманим з рівняння (3), оцінюється швидкість обробки черги в станах 1 і 2: μ_1 і $\mu_2 = \xi \mu_1$. При цьому передбачається, що відношення швидкостей обслуговування в станах 1 і 2 залишається незмінним.

Виходячи з викладеного вище, маємо, що кількість пакетів у буфері в станах 1 і 2 є марковським процесом із просторовим станом $\|S\| = \{S_1(0), S_1(1), \dots, S_1(K), S_2(0), S_2(1), \dots, S_2(K)\}$, де $S_1(\cdot)$ і $S_2(\cdot)$ – режими помилок у лінії зв'язку при станах з'єднання 1 і 2, відповідно; $0, 1, \dots, K$ – довжина черги, а параметр K – розмір буфера. На рис. 2 показана діаграма таких станів передачі.

Оскільки в даній безпроводовій моделі з ДС передбачається схема керування чергою RIO, то не всі пакети будуть впливати на стан передачі. Деякі пакети відкинуть і не вплинуть на стан системи черг. Якщо взяти в RIO за довжину черги n , то реальна швидкість надходження в систему вхідних, вихідних і всіх пакетів разом становить відповідно

$$\lambda^{\text{BX}}(n) = \lambda^{\text{BX}}(S_1(n)) = \lambda^{\text{BX}}(S_2(n)) = \lambda \eta^{\text{BX}}(n),$$

$$\lambda^{\text{ВІХ}}(n) = \lambda^{\text{ВІХ}}(S_1(n)) = \lambda^{\text{ВІХ}}(S_2(n)) = \lambda \eta^{\text{ВІХ}}(n),$$

$$\lambda(n) = \lambda \eta(n),$$

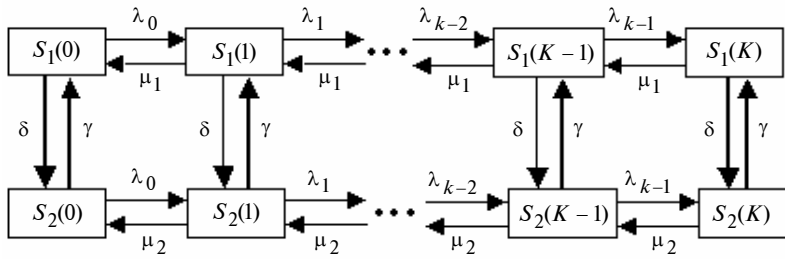


Рис. 2. Діаграма станів передачі

де імовірності η^{BX} і η^{BIX} задаються формулою (2), а $\eta(n)$ – формулою (1).

Відзначимо, що швидкість надходження пакета не відноситься до стану помилки лінії зв'язку. Тому при довжині черги n реальна швидкість надходження пакета (надходження, що не буде відкинута до введення в чергу) становить

$$\lambda_n = p\lambda^{BX}(n) + \bar{p}\lambda^{BIX}(n).$$

Розподіл сталого (стійкого) стану $\psi(s)$, де $s \in \|S\|$, визначається за допомогою таких рівнянь загального балансу:

$$\begin{pmatrix} \|A_{11}\| & \|A_{12}\| \\ \|A_{21}\| & \|A_{22}\| \end{pmatrix} \Psi(s) = 0, \quad \sum \Psi(s) = 1,$$

де

$$\Psi(s) = \|\Psi(S_1(0)), \Psi(S_1(1)), \dots, \Psi(S_1(K)), \Psi(S_2(0)), \Psi(S_2(1)), \dots, \Psi(S_2(K))\|;$$

$$\|A_{12}\| = -\delta \|I\|^{(K+1)}, \quad \|A_{21}\| = -\gamma \|I\|^{(K+1)};$$

$$\|A_{11}\| = \begin{pmatrix} \delta + \lambda_0 & -\lambda_0 & & & \\ -\mu_1 & \delta + \lambda_1 + \mu_1 & -\lambda_1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -\mu_1 & \delta + \lambda_{K-1} + \mu_1 & -\lambda_{K-1} \\ & & & -\mu_1 & \delta + \mu_1 \end{pmatrix};$$

$$\|A_{22}\| = \begin{pmatrix} \gamma + \lambda_0 & -\lambda_0 & & & \\ -\mu_2 & \gamma + \lambda_1 + \mu_2 & -\lambda_1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -\mu_2 & \gamma + \lambda_{K-1} + \mu_2 & -\lambda_{K-1} \\ & & & -\mu_2 & \gamma + \mu_2 \end{pmatrix}.$$

Тут $\|I\|^{(n)}$ – елементарна матриця розміром $n \times n$.

Нехай L^{BX} , L^{BIX} і L – імовірності втрати вхідного, вихідного і всіх пакетів, відповідно. Використовуючи властивість середнього значення за час спостереження надходження пуассонівського потоку PASTA (Poisson Arrival See Time Averages), маємо

$$L^{BX} = 1 - \sum_{n=0}^K \eta^{BX}(n) [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))],$$

$$L^{BIX} = 1 - \sum_{n=0}^K \eta^{BIX}(n) [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))],$$

$$L = 1 - \sum_{n=0}^K \eta(n) [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))].$$

Можна також одержати ефективну пропускну спроможність пакетів:

$$C_e^{BX} = \lambda p \sum_{n=0}^K \eta^{BX}(n) [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))],$$

$$C_e^{BIX} = \lambda \bar{p} \sum_{n=0}^K \eta^{BIX}(n) [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))],$$

$$C_e = \lambda \sum_{n=0}^K \eta(n) [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))].$$

Використовуючи формулу Літтла [14], одержуємо середній час затримки (чекання) в черзі:

$$t_d = M(d) = \sum_{n=0}^K n [\psi(S_1(n)) + \psi(S_2(n))] / C_e.$$

Чисельні результати моделювання

Наведемо чисельні результати моделювання процесу для підтвердження адекватності запропонованої моделі. Оскільки аналітична модель заснована на потоках Пуассона, то наше моделювання процесу також виходитиме головним чином з цих потоків. У той же час, слід зазначити, що відповідно до останніх досліджень Інтернет-трафік є самоподібним [15], що позначається на показниках системи. Тому експерименти з моделювання проводилися також на самоподібному трафіку.

При імітаційному моделюванні використовуються два типи трафіку: трафік пуассонівських потоків і трафік самоподібного процесу, що утворюється суперпозицією (накладенням) 32 незалежних експоненціально розподілених джерел "ввімк"/"вимк" з періодами "ввімк", розподіленими відповідно до розподілу Парето з параметром Хурста $H = 0,8$ [16]. Тоді функція розподілу Парето матиме вигляд $F(x) = 1 - (\min\{x\}/x)^{1,4}$.

Імітаційне моделювання проводилося з використанням мережного симулятора NS (Network Simulator) [17], що належить до програмного забезпечення з відкритим вихідним кодом OSS (Open Source Code Software). Симулятор NS є об'єктно-орієнтованим програмним пакетом, ядро якого реалізоване мовою C++. Мова скриптів (сценаріїв) OTcl (Object oriented Tool Command Language) використовується як інтерпретатор. Симулятор NS цілком підтримує ієрархію класів C++ і подібну ієрархію класів інтерпретатора OTcl. Застосування двох мов програмування в NS пояснюється такими причинами. З одного боку, для детального моделювання протоколів необхідно використовувати системну мову програмування (C++), що забезпечує високу швидкість виконання і здатність маніпулювати досить великими обсягами даних. З іншого боку, для зручності користувача і швидкості реалізації і модифікації різних сценаріїв моделювання більш доречно застосувати мову програмування вищого рівня абстракції (OTcl). Такий підхід є компромісом між зручністю використання і швидкістю.

Забезпечення сильної математичної підтримки дає змогу створювати різні види трафіку, починаючи від найпростішого, що підкоряється пуассонівському закону, і закінчуючи фрактально-броунівським. Гнучкість архітектури NS дає можливість користувачу реалізувати власні математичні функції на C++. Реалізація моделі помилок дозволяє моделювати виникнення помилок на каналному рівні, тобто перекручування чи втрату інформації. Моделювання виникнення помилки можливо на рівні бітів чи пакетів.

У системній моделі, що розглядається в даній статті, береться до уваги тільки спадний прямий канал, тому що вихідний трафік посиляється (відправляється) тільки по односпрямованому TCP-протоколу, з підтвердженням, яке надсилається про одержання кожного пакета ACK (Acknowledgement). Максимальна кіль-

кість повторних передач береться рівною 3. Також при моделюванні використовується механізм FEC, що може відновити до восьми помилкових біт.

Параметри радіолінії і трафіку наведені в таблиці. Поле CRC-коду схеми FEC входить у корисне навантаження. Використано метод керування чергами RIO, параметри якого також даються в таблиці. В усіх розрахунках фіксувалася швидкість (інтенсивність) обслуговування лінії і змінювалося середнє значення швидкості вхідних потоків від джерел трафіку, так що завантаження каналу збільшувалося з 0,0 до 2,0. При цьому завантаження каналу Λ_d визначалося як відношення середньої швидкості надходження потоку (частоти надходження) до середньої швидкості обслуговування.

Таблиця. Параметри каналу та керування чергами

Параметри	Значення
Розмір буфера, пакети	100
Ступінь стиску вхідного пакета	0,9
Мінімальне граничне значення вхідного пакета	50
Максимальне граничне значення вхідного пакета	100
Імовірність відкидання вхідного пакета	0,1
Мінімальне граничне значення вихідного пакета	50
Максимальне граничне значення вихідного пакета	100
Імовірність відкидання вихідного пакета	1,0
Пропускна спроможність каналу, Мбіт/с	1
Розмір пакета, байт	100
Середнє значення періоду стану 1 у каналі, с	0,1
Середнє значення періоду стану 2 у каналі, с	0,0333
Середня тривалість стану "ввімк" джерела, с	0,731
Середня тривалість стану "вимк" джерела, с	0,385
Параметр Хурста розподілу Парето	0,8

На рис. 3 зображено імовірність втрати пакета залежно від завантаження каналу. Як і очікувалося, імовірності втрати пакетів з ростом завантаження каналу збільшуються у всіх випадках. Імовірність втрати вихідних пакетів прямує до одиниці, коли завантаження каналу

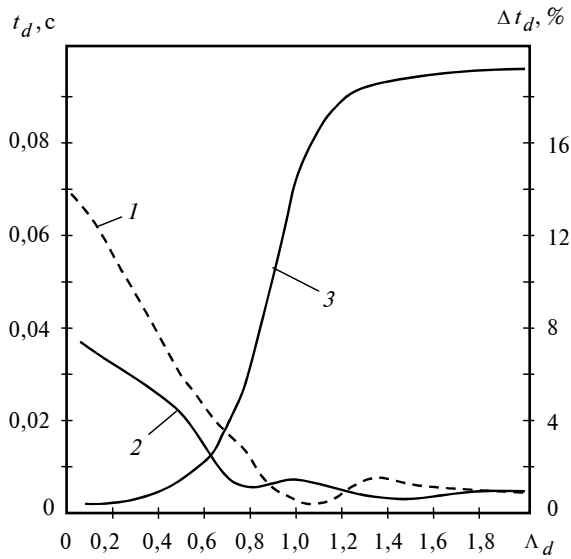


Рис. 3. Залежності затримки t_d згідно з аналітичною моделлю (3) та абсолютними похибками затримок Δt_d , отриманими при імітаційному моделюванні з розподілами Парето (1) і Пуассона (2), відносно завантаження каналу Λ_d

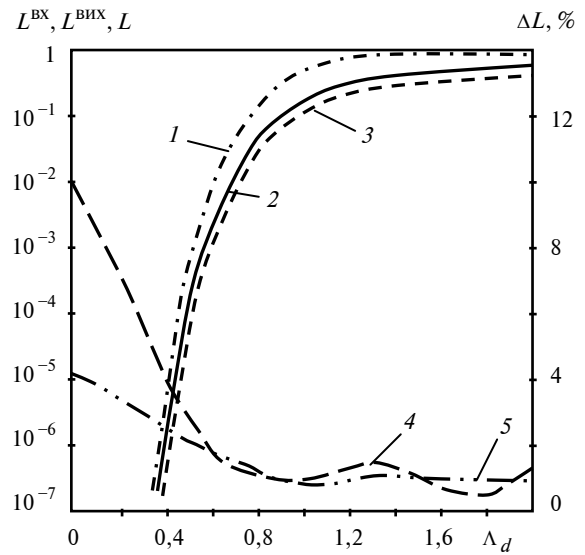


Рис. 4. Залежності імовірності втрат вихідних L^{BX} (1), вхідних L^{BHX} (3) і всіх L (2) пакетів згідно з аналітичною моделлю (криві 1, 2, 3) та абсолютними похибками ΔL , отриманими при імітаційному моделюванні з розподілами Парето (4) і Пуассона (5), відносно завантаження каналу Λ_d

стає близьким до одиниці. Результати є коректними, оскільки ключовою ідеєю RIO є захист вхідних пакетів за рахунок вихідних у випадку значного завантаження каналу. Результати моделювання цілком узгоджуються з аналітичними результатами для всіх типів трафіків, використовуваних у моделюванні.

Ефект самоподібності трафіку в даному випадку проявляється тільки при малому завантаженні каналу, де наявна найбільша похибка між результатами моделювання і аналітичною моделлю, що використовується в пуассонівському процесі. Очевидно, це пов'язано з тим, що застосовується метод керування RIO, який згладжує розбіжності в пакетному трафіку при врахуванні його самоподібної природи і без неї. Втім, наші результати узгоджуються з наведеними в статті [18], де модель ДС розглянута в проводовій мережі.

На рис. 4 зображено залежність затримки пакетів щодо завантаження каналу. З рисунка видно, що середні затримки для вхідних, вихідних і всіх пакетів однакові, а також, що результати імітаційного моделювання й аналітичні результати добре між собою узгоджуються.

Висновки

Модель можливості реалізації гарантованої передачі в радіоканалі СШР враховує велику частоту появи помилок у безпроводовому каналі, а також механізми контролю помилок FEC/ARQ. Виходячи з політики керування чергами RIO, було отримано вирази для визначення показників, що характеризують послуги, надані вхідним, вихідним і всім пакетам у цілому.

Незважаючи на те що модель є спрощеною, аналітичні й імітаційні результати добре збігаються. Оскільки аналітична модель проста і зручна для обчислень, то розроблювачі можуть використовувати її для оцінки впливу різних параметрів на показники системи в цілому.

Наведений у даній статті аналіз виходить з політики керування чергами RIO, але він може бути перенесений і на інші типи стратегій керування чергами, наприклад відкидання останніх пакетів, що може бути подальшим розвитком розглянутих досліджень.

С.А. Кравчук

МОДЕЛЬ ПРЯМОГО КАНАЛА СИСТЕМЫ ШИРОКОПОЛОСНОГО РАДИОДОСТУПА С ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫМИ УСЛУГАМИ ГАРАНТИРОВАННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Формулируется простая аналитическая модель класса гарантированной передачи дифференцированных услуг по беспроводным каналам. Исходя из предположения о медленных замираниях в канале и используя метод управления очередями RIO (Random Early Detection Input/Output – случайное раннее обнаружение на входе/выходе), были получены выражения для определения параметров, которые характеризуют услуги, предоставленные разным типам пакетов. Хотя модель является упрощенной, она эффективна для вычислений и полученные результаты близки к данным имитационного моделирования процесса.

S.O. Kravchuk

THE DIRECT CHANNEL MODEL OF SECURE TRANSMISSION OF BROADBAND RADIO ACCESS SYSTEM WITH DIFFERENTIATED SERVICES

This paper introduces the simple analytical model of secure wireless transmission of differentiated services. Drawing on the assumption regarding channel slow fades and employing the Random Early Input/Output Detection (RED) method of sequence control, the formulas for parameters determination, characterizing services submitted to different types of packages, are obtained. This simplified model turns out to be effective for the calculations, and the findings revealed are close to simulation technique data.

1. *Ильченко М.Е., Кравчук С.А.* Информационно-телекоммуникационные системы широкополосного радиодоступа // Пробл. управления и информатики. – 2006. – № 1-2. – С. 285–293.
2. *Mahadevan I., Sivalingham K.M.* Quality of service architectures for wireless networks: IntServ and DiffServ models // Proc. of IEEE I-SPAN '99. – Perth, Australia, 1999. – P. 420–425.
3. *Sivalingham K.M.* Quality of service in wireless networks based on differentiated services architecture // Proc. of IEEE ICCCN '99. – Boston, MA, 1999. – P. 548–553.
4. *Кульгин М.* Технологии корпоративных сетей. Энциклопедия. – СПб.: Питер, 2000. – 704 с.
5. *Clark D., Fang W.* Explicit allocation of best effort packet delivery service // IEEE/ACM Trans. Network. – 1998. – 4, N 6. – P. 362–373.
6. *Floyd S., Jacobson V.* Random early detection gateways for congestion avoidance // Ibid. – 1993. – 4, N 1. – P. 397–413.
7. *Guo N., Morgera S.D.* Frequency-hopped ARQ for wireless network data services // IEEE J. Sel. Areas Communication. – 1991. – 7, N 9. – P. 968–981.
8. *Шиллер Й.* Мобильные коммуникации / Пер. с англ. – М.: Изд. дом “Вильямс”, 2002. – 384 с.
9. *Xylomenos G., Polyzos G.C.* Internet protocol performance over networks with wireless links' // IEEE Network. – 1999. – 4, N 13. – P. 55–63.
10. *Cain J.B., McGregor D.N.* A recommended error control architecture for ATM networks with wireless links // IEEE J. Sel. Areas Communication. – 1997. – 1, N 15. – P. 16–28.
11. *Chiani M., Volta A.* Hybrid ARQ/FEC techniques for wireless ATM local area networks // Proc. of IEEE PIMRC'96. – Taipei, Taiwan, 1996. – P. 898–902.
12. *Choi S., Shin K.G.* A class of adaptive hybrid ARQ schemes for wireless links // IEEE Trans. on Vehicular Technol. – 2001. – 50, N 3. – P. 777–790.
13. *Столлинс В.* Компьютерные системы передачи данных / Пер. с англ. – М.: Изд. дом “Вильямс”, 2002. – 928 с.
14. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания / Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
15. *Зюльков И.А.* Самоподобные свойства трафика систем с повторными вызовами // Вестник ВГУ. Сер. Физика, математика. – 2002. – № 1. – С. 20–26.
16. *Cook W., Mumme A.* Estimation of Pareto parameters by numerical methods // Statistical Distributions for Scientific Work. – Boston: D. Reidel Pub. Co., 1980. – 5. – P. 127–132.
17. *Тарасенко О.И., Кравчук С.А.* Моделирование систем беспроводного широкополосного доступа в среде Network Simulator // 36. тез наук.-техн. конф. ПТ-07 “Проблеми телекомунікацій”, 25–27 квітня 2007 р., м. Київ. – К.: НТУУ “КПІ”, 2007. – С. 199.
18. *Simple performance models of differentiated services schemes for the Internet / M. May, J.C. Bolot, A. Jean-Marie, C. Diot // Proc. of IEEE INFOCOM'98. – San Francisco, CA, 1998. – P. 1385–1394.*

ЕНЕРГЕТИКА ТА НОВІ ЕНЕРГОГЕНЕРУЮЧІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 621.18

І.В. Шаповал

КІЛЬКІСНА ОЦІНКА ВПЛИВУ ЗБУРЮЮЧИХ ФАКТОРІВ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РЕГУЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СПАЛЮВАННЯ ПАЛИВА

Вступ

Ефективність процесу спалювання палива як відношення отриманої енергії до кількості підведеної енергії залежить від точності підтримування оптимального співвідношення паливо–повітря. Значення такого співвідношення пов'язане з калорійністю палива. В котлах, в яких використовується суміш газів (коксового, доменного і природного), відбувається стабілізація тиску і забезпечується задана теплота згорання палива, а в котлах, де спалюється тільки природний газ, як правило, не враховується зміна теплоти згорання газу. Але природний газ містить різну кількість домішок (CO_2 , N_2 , CO та ін.), яка може змінюватись, змінюючи калорійність газу, і, як наслідок, – змінювати оптимальне співвідношення паливо–повітря [1–3]. Зміна надлишку повітря впливає на ефективність роботи котельних установок [4]. Таким чином, автоматичні системи керування, які не враховують калорійність спалюваного газу, наприклад МИК–25 [5], системи компанії “Етанол” [6] та інші, будуть працювати неефективно. Точність регулювання співвідношення паливо–повітря залежить від точності вимірювання витрат палива і повітря. Для вимірювання витрат повітря і газоподібного палива використовуються датчики об'ємної витрати газів. Зміна температури палива або дуттьового повітря призведе до зміни кількості речовини в одиниці об'єму, що вплине на коефіцієнт надлишку повітря. У праці [7] наведено результати експериментальних досліджень, які підтверджують актуальність врахування зміни температури повітря.

Великого поширення набула система регулювання “Контур” [8], в основу якої покладено спосіб підтримування постійного співвідношення між сигналами від датчиків об'ємної витрати палива і дуттьового повітря [9]. В основу цього способу покладено залежність теплоти згорання паливо–повітряної суміші від співвідношення паливо–повітря. Це співвідношення, при якому названа залежність має максимум,

умовно вважається оптимальним. Система, яка реалізує цей спосіб, підтримує постійним задане співвідношення між об'ємними витратами палива і дуттьового повітря, що за однакових температур палива та дуттьового повітря забезпечує задане молярне співвідношення паливо–повітря.

Постановка задачі

Мета статті – оцінити вплив зміни калорійності газу і коливання температури дуттьового повітря відносно температури палива на ефективність процесу спалювання палива та сформулювати вимоги до системи регулювання співвідношення паливо–повітря. Відхилення теплоти згорання природного газу від номінального значення не має перевищувати $\pm 5\%$ [10]. За номінальне значення теплоти згорання природного газу взято $Q_{\text{ном}} = 35,6 \text{ МДж/м}^3$ [3]. Для кожної теплоти згорання газу є своє оптимальне значення кількості дуттьового повітря, яке і визначає оптимальне співвідношення паливо–повітря. Теплота згорання природного газу може змінюватись від $Q_{\text{мін}} = 33,8 \text{ МДж/м}^3$ до $Q_{\text{макс}} = 37,3 \text{ МДж/м}^3$. Кількість повітря, необхідного для повного спалювання 1 м^3 природного газу, буде змінюватись від $8,74$ до $9,7 \text{ м}^3$, тоді як для природного газу з номінальною теплотою згорання потрібно $9,21 \text{ м}^3$. Регулятор подачі дуттьового повітря настроюють на певне співвідношення паливо–повітря, значення якого залежить від теплоти згорання газу, який спалювали під час пуско-налагоджувальних робіт.

Таким чином, при подачі газу з теплотою згорання, відмінною від тієї, при якій проводилось настроювання регулятора подачі дуттьового повітря, матимемо відхилення реального співвідношення паливо–повітря від оптимального, що призведе до зниження ефективності спалювання природного газу.

Вплив зміни температури повітря на співвідношення паливо–повітря

У системі “Контур” регулятор співвідношення паливо–повітря підтримує постійним задане співвідношення між сигналами від датчика об'ємної витрати газу і датчика об'ємної витрати дуттьового повітря [9], яке за умови

сталості зовнішніх умов відповідає однаковому відношенню кількісної витрати речовин. При зміні температури дуттьового повітря відносно температури палива регулятор продовжуватиме підтримувати постійним задане співвідношення об'ємної витрати газів, але співвідношення паливо–повітря в молярному обчисленні зміниться, через що в топку надходитиме надлишок повітря або його не вистачатиме.

Для кількісного оцінювання впливу температури газів на коефіцієнт корисної дії (ККД) роботи котла розглянемо відоме рівняння стану ідеального газу [11]. Відносна зміна кількості речовини при зміні температури від T_1 до T_2 становитиме

$$\frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}, \quad (1)$$

де v – кількість речовини; T – температура, К.

Таким чином, знаючи відхилення температури дуттьового повітря відносно температури палива, можемо обчислити кількість зайвого повітря при його надлишку або кількість газу, що не згорить при недостатній кількості повітря.

Структурна схема системи регулювання співвідношення паливо–повітря і обчислення ККД

Структурну схему системи регулювання співвідношення паливо–повітря системи “Контур” [8] і блок для обчислення зміни ККД

зображено на рис. 1, де РГ і РВ – регулятори подачі газу і повітря в топку котла, кожен з яких реалізує пропорційно–інтегральний закон керування; БККД – блок обчислення технічного ККД, відношення кількості виділеної енергії до кількості підведеної енергії; Н – задавач поточного навантаження; Зд₁ – задавач оптимального співвідношення паливо–повітря; Зд₂ – задавач відхилення поточної температури дуттьового повітря відносно температури палива; Зд₃ – задавач співвідношення паливо–повітря; К₁–К₆ – перетворювачі рівня сигналів; М₁, М₂ – монітори, які показують вхідні сигнали.

На перший вхід РГ від Н подається сигнал поточного навантаження, який змінюється від 0 до 1, що відповідає зміні навантаження від 0 до 100 %. На другий вхід РГ надходить сигнал швидкості об'ємної витрати газу. Вихідним сигналом РГ є сигнал поточної об'ємної витрати газу, значення якого також змінюється в межах від 0 до 1, що відповідає зміні швидкості витрати газу від 0 до 100 %.

Сигнал швидкості об'ємної витрати газу надходить на перший вхід РВ. На другий вхід РВ подається сигнал об'ємної витрати повітря. Сигнал від блока Зд₃ надходить на третій вхід РВ і задає вказане співвідношення.

БККД через розрахунок втрат, викликаних відхиленням від оптимального співвідношення паливо–повітря, обчислює технічний ККД.

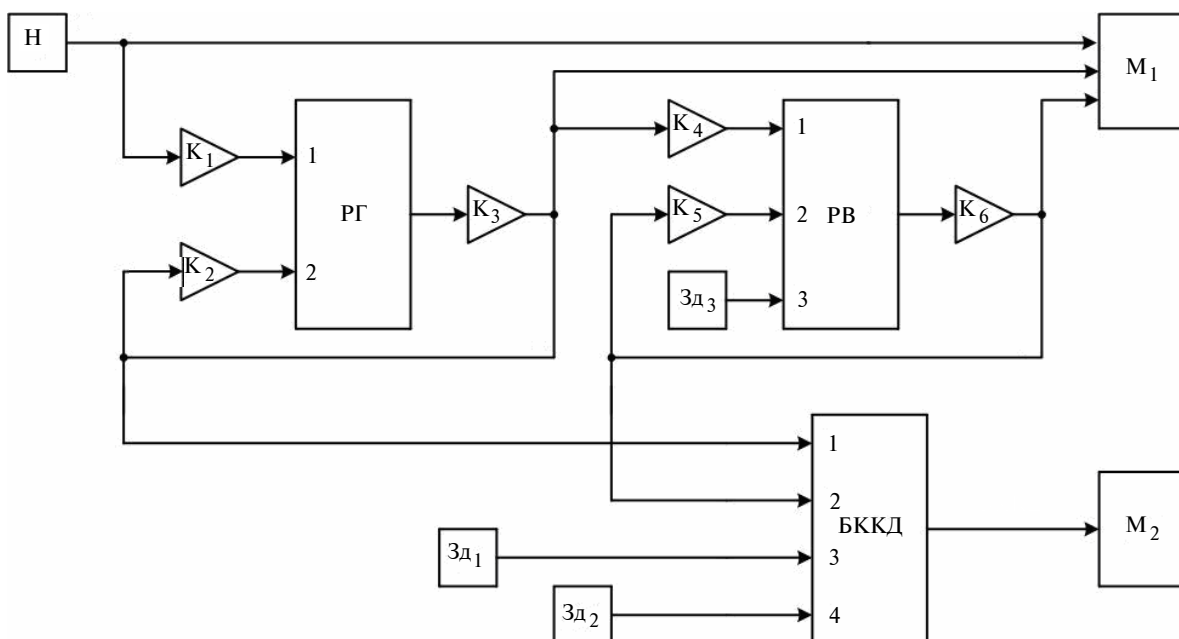


Рис. 1. Структурна схема системи регулювання співвідношення паливо–повітря

Великий вплив на загальний ККД котла має температура відхідних газів. При їх високій температурі загальний ККД котла знижується за умови, що вміст CO_2 або O_2 залишається незмінним.

Температура відхідних газів визначається конструкцією і технічними даними теплової установки і не може змінюватись при настроюванні співвідношення паливо–повітря, а тому при обчисленні технічного ККД враховується лише кількість втраченої енергії, спричиненої надлишком повітря, і енергії, викликаної нестачею дуттьового повітря. Також не враховується теплопровідність елементів теплової установки та положення ядра полум'я.

Можливі три режими горіння: при нестачі повітря, при надлишку повітря та при оптимальній кількості повітря.

У першому випадку енергетичними втратами є частина газу, що не згорів. Технічний ККД обчислюється як відношення корисної енергії до витраченої енергії:

$$\text{ККД} = \frac{X_2 G}{X_1 G} = \frac{\alpha X_1 k_{\text{пер}} k(t)}{X_1 k_{\text{опт}}} = \frac{\alpha k_{\text{пер}} k(t)}{k_{\text{опт}}}, \quad (2)$$

де X_1 , X_2 – відповідно об'єм підведеного газу і газу, що згорів; $k(t)$ – коефіцієнт, що враховує зміну кількості дуттьового повітря, викликану зміною температури дуттьового повітря відносно температури палива; α – коефіцієнт надлишку повітря, значення якого рекомендовано вибирати від 1,01 до 1,02 [12]; G – калорійність газу; $k_{\text{пер}}$ – коефіцієнт передачі регулятора РВ; $k_{\text{опт}}$ – теоретично необхідне співвідношення паливо–повітря для повного спалювання.

У другому випадку втрати розраховуються виходячи з того, що на кожні 15 % надлишку повітря припадає втрата одного відсотка ККД [7]. Надлишкова кількість повітря призводить до невинуватених втрат енергії разом із відхідними газами. При цьому ККД обчислюється за формулою

$$\text{ККД} = \frac{(X_1 - X_3)G}{X_1 G} = \frac{X_1(1 - 1 + e^{-\frac{Y - Y_{\text{опт}}}{15Y}})}{X_1} = e^{-\left(\frac{Y - Y_{\text{опт}}}{15Y}\right)}, \quad (3)$$

$$Y_{\text{опт}} = X_1 k_{\text{опт}} k(t), \quad (4)$$

де X_3 – об'єм газу, що не згорів; Y – об'єм дуттьового повітря; $Y_{\text{опт}}$ – теоретично необхідний об'єм дуттьового повітря для повного спалювання.

У третьому випадку умовно вважається, що ККД дорівнює 100 %.

Кількісна оцінка впливу відхилення коефіцієнта настроювання регулятора від його оптимального значення на ККД

Під час моделювання процесу спалювання палива робимо ряд припущень:

- змішування кисню і газу відбувається до одержання продуктів повного спалювання;
- ступінь дисоціації продуктів спалювання і газу дорівнює нулю (розпад молекул на складові не відбувається);
- характеристики пальника лінійні у всьому робочому діапазоні;
- присоси повітря дорівнюють нулю.

Моделювання процесу спалювання палива проводилося при постійному сигналі навантаження, що відповідає 40 % навантаження котла, тобто технічний ККД обчислювався для сталого режиму. Значення коефіцієнта надлишку повітря при настроюванні РВ було вибрано 1,02.

Результати моделювання розглянутого процесу, а саме значення технічного ККД, наведено в табл. 1. Для кожної теплоти згорання природного газу є своє оптимальне значення коефіцієнта $k_{\text{опт}}$. Значення ККД відповідає різним значенням коефіцієнта передачі регулятора РВ.

Таблиця 1. Значення технічного ККД залежно від коефіцієнта передачі регулятора РВ та різної теплоти згорання газу

Рівень теплоти згорання природного газу	Значення ККД для різних $k_{\text{пер}}$		
	8,74	9,21	9,7
$Q_{\text{мін}}$	99,8	99,5	99,1
$Q_{\text{ном}}$	96,8	99,8	99,5
$Q_{\text{макс}}$	91,9	96,8	99,0

Технічний ККД, як видно з таблиці, залежить від теплоти згорання газу і $k_{\text{пер}}$, в найгіршому випадку технічний ККД спалювання газу зменшується до 91,9 %. Тому такий фак-

тор, як зміна складу газу має істотний вплив на ефективність спалювання палива.

Вплив коливань температур палива і дуттьового повітря на ефективність спалювання палива

Однакова зміна температур дуттьового повітря та палива призведе до однакових змін кількості витрачуваного палива та дуттьового повітря, а співвідношення паливо–повітря практично не зміниться. Зміна цього співвідношення відбуватиметься при зміні температури дуттьового повітря відносно температури палива. Під час моделювання розглядався випадок, коли температура палива залишалась однаковою, а змінювалась тільки температура дуттьового повітря. Зміна технічного ККД обчислювалась за формулами (1)–(4). Результати розрахунку впливу зміни температури дуттьового повітря відносно температури палива на технічний ККД наведено в табл. 2. При розрахунках вважалося, що навантаження є постійним і дорівнює 50% від його максимального значення.

Таблиця 2. Кількісна оцінка впливу зміни температури на технічний ККД

Температура повітря T , °C	Відхилення температури dT , °C	ККД
-20	-30	97,8
-10	-20	98,7
0	-10	99,3
10	0	99,7
20	10	96,6
30	20	93,3

И.В. Шаповал

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВОЗМУЩАЮЩИХ ФАКТОРОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА СЖИГАНИЯ ТОПЛИВА

Рассмотрены вопросы повышения эффективности сжигания топлива в энергетических установках и влияния возмущающих факторов на процесс управления соотношением топливо–воздух в процессе горения. Сделана количественная оценка влияния изменения состава природного газа и изменения температуры вдуваемого воздуха на эффективность сжигания топлива.

Як показують результати обчислень, вплив температури на співвідношення паливо–повітря є істотним.

Зміна складу палива та кількісного співвідношення різних видів палива практично не впливають на вміст кисню у відхідних газах (при $\alpha = \text{const}$) [12]. Таким чином, якість регулювання співвідношення паливо–повітря може істотно підвищитись введенням у систему керування блока, що контролює відсотковий вміст кисню в продуктах згорання. Для того щоб зберегти α близьким до одиниці (1,01–1,02), вміст кисню в продуктах згорання необхідно вимірювати з похибкою, що не перевищує $\pm 0,01\%$ [12]. Вказані високі вимоги щодо точності вимірювання вмісту кисню істотно обмежує використання вимірювача кисню в автоматичних системах регулювання співвідношення повітря–паливо.

Висновки

Зміна складу газу, а також коливання температури палива і дуттьового повітря істотно впливає на якість процесу спалювання палива. Вимірювач кисню дає змогу зменшити вплив коливань температури вхідних газів, але використання стаціонарного вимірювача кисню у відхідних газах обмежене через жорсткі вимоги щодо точності вимірювання. Для зменшення впливу зміни калорійності газу на ефективність керування процесом спалювання палива необхідно контролювати калорійність палива, температуру палива та дуттьового повітря. У подальшому будуть розглядатись питання ефективності роботи систем спалювання палива, які мінімізують відхилення роботи системи від оптимального режиму.

I.V. Shapoval

THE QUANTITATIVE ESTIMATION OF THE PERTURBATION INFLUENCE ON THE FUEL BURNING EFFICIENCY

This study considers the problems of the fuel burning efficiency increase in power generating systems and the influence of disturbing factors on fuel-air ratio regulation in the burning process. Emphasized here is the quantitative estimation of an impact of natural gas composition modification and temperature change of air blowing on the fuel combustion efficiency.

1. Митор В.В., Дубовский И.Е., Рубин М.М. Тепловой расчет котельных агрегатов. – Л.: Недра, 1973. – 188 с.
2. Пилипенко А.Т., Починок В.Я., Серета И.П., Шевченко Ф.Д. Справочник по элементарной химии. – К.: Наук. думка, 1980. – 440 с.
3. Фокин В.М. Теплогенераторы котельных. – М.: Машиностроение, 2005. – 110 с.
4. Дубанин В.Ю., Воскових В.И. Влияние коэффициента избытка воздуха и нагрузки котельных установок на их экономичность при сжигании различных видов топлива // Вестн. Воронеж. гос. техн. ун-та. – 2002. – № 2. – С. 123–127.
5. Офіційна Web-сторінка ООО “МИКРОЛ”, <http://www.microl.com.ua/ecogas.htm>
6. Офіційна Web-сторінка ООО “Этанол”, <http://www.etalon-biysk.ru>
7. *Energy Efficiency Handbook / Alliance to Save Energy, Council of Industrial Boiler Operators, U.S. DOE Office of Industrial Technologies, 1998. – <http://www.elekab.ru/obzor-5-5.htm>*
8. Клюева А.С. Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 106 с.
9. Офіційна Web-сторінка ООО “Диаформ”, <http://www.difpribor.ru>
10. Родивилина Т.Ю., Иванов В.М. Теплотехника, теплогазоснабжение и вентиляция: Учеб. пособ. – Барнаул, 1997. – Ч. IV. – 105 с.
11. Джанколи Д. Физика. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
12. Тремболя В.И., Фингер Е.Д., Авдеева А.А. Теплотехнические испытания котельных установок. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 680 с.

Рекомендована Радою
НАЦ критичних технологій
навігаційного приладобудування
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
22 жовтня 2007 року

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА КЕРУВАННЯ

УДК 62-50

П.І. Бідюк, Я.І. Баклан

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ МЕРЕЖІ БАЙЄСА

Вступ

Одним із напрямів розвитку сучасного ймовірнісного моделювання є байєсові мережі (БМ). Вони знаходять все ширше застосування в обробці статистичних даних, поданих часовими рядами і часовими перерізами, а також якісними даними, зображеними експертними оцінками, лінгвістичними змінними тощо. Найбільше використовуються БМ при розв'язанні задач класифікації, медичної і технічної діагностики, де вони допомагають ставити і уточнювати діагнози, виконувати аналіз поточного стану об'єктів різної природи в умовах неточної та неповної інформації. БМ застосовуються в системах технічної діагностики космічного корабля багаторазового використання, в системах діагностування електричних машин різного призначення, для аналізу стану технологічних процесів і технічних систем [1–4]. Широке застосування знаходять БМ у системах класифікації даних різної природи, системах автоматичного розпізнавання мовних сигналів, маркетингу і бізнесі, а також у багатьох інших сферах діяльності [5]. Загалом БМ дає можливість встановлювати причинно-наслідкові зв'язки подій та визначати ймовірності настання тієї чи іншої ситуації при отриманні нової інформації щодо зміни стану будь-якого вузла (змінної) мережі. Ступінь успішності застосування даного методу моделювання і формування статистичного висновку залежить від вміння коректно сформулювати постановку задачі, вибрати змінні процесу, які достатньою мірою характеризують його динаміку чи статику, зібрати статистичні дані та використати їх для навчання мережі, а також коректно сформулювати результат – висновок за допомогою побудованої мережі.

Побудова БМ пов'язана з необхідністю розв'язання кількох задач, зокрема задач обчислювального характеру, що виникають при навчанні мережі. У загальному випадку навчання мережі належать до *NP*-повних задач, тобто обсяг обчислень зростає поліноміально із збільшенням числа вузлів мережі.

Стаття присвячена розробці практичної методики навчання (формування структури) байєсових мереж, яку можна використовувати при наявності достатньої статистичної інформації щодо досліджуваної системи, потрібної для побудови БМ. Пропонована методика може використовуватись також тими дослідниками, хто вже має уяву про мережі, але не має достатнього досвіду щодо їх побудови та застосування. Спочатку розглянемо загальні питання стосовно використання теореми Байєса, а потім перейдемо до загальних принципів побудови та навчання БМ на основі експериментальних (статистичних) даних.

Постановка задачі

Необхідно розробити методику побудови (формування структури) БМ у вигляді спрямованого ациклічного графа, призначеного для моделювання і візуалізації інформації щодо конкретної задачі навчання мережі на основі наявної статистичної інформації та формування ймовірнісного висновку – прийняття рішення щодо поставленої задачі. БМ можна розглядати як модель зображення ймовірнісних залежностей (взаємозв'язків) між його вершинами. Зв'язок $A \rightarrow B$ називають причинним, якщо подія A є причиною виникнення B , тобто якщо існує механізм впливу значень змінної A на значення, яких набуває змінна B . БМ називають причинною (каузальною) тоді, коли всі її зв'язки є причинними.

Формально, БМ – це трійка $\mathbf{N} = \langle \mathbf{V}, \mathbf{G}, \mathbf{J} \rangle$, першою компонентою якої є множина змінних \mathbf{V} , другою – спрямований ациклічний граф \mathbf{G} , вузли якого відповідають випадковим змінним модельованого процесу, третьою \mathbf{J} – спільний розподіл ймовірностей змінних $\mathbf{V} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ [6–7]. При цьому щодо множини змінних виконується марковська умова, тобто кожна змінна мережі не залежить від усіх інших змінних, за винятком батьківських попередників цієї змінної.

Початкові відомості

Нехай V – множина дискретних змінних $\{X_1, \dots, X_n\}$, $n \geq 1$. Кожна змінна $X_i \in U$ може набувати значень із множини $\{x_{i1}, \dots, x_{ir_i}\}$, $r_i > 1$, $i = 1, \dots, n$. Покладемо, що кожна змінна – це екземпляр V і кожна множина змінних –

підмножина V , якщо не було зроблено спеціального застереження.

Ймовірнісна мережа B на множині V – це пари $B = (B_S, B_P)$, де *мережна структура* B_S – спрямований ациклічний граф (САГ) з вершинами для кожної змінної в V ; B_P – множина таблиць умовних ймовірностей, зв'язаних із B_S . Для кожної змінної $X_i \in V$ множина B_P містить таблицю умовних ймовірностей $P(X_i | \pi_i)$, що перелічує ймовірності для всіх значень X_i при всіх даних комбінаціях значень змінних у його батьківській множині π_i в мережній структурі B_S ; далі такі комбінації значень будуть називатися *реалізацією*. Мережа B являє собою спільний розподіл ймовірностей $P(V)$, що визначається за допомогою виразу

$$P(V) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \pi_i).$$

Нехай D – база даних екземплярів на V і нехай N – кількість екземплярів у D . Нехай B_S – мережна структура на V і нехай для кожної змінної X_i π_i – батьківська множина X_i в мережі B_S . Крім того, для кожної π_i нехай ω_{ij} – j -а реалізація π_i відносно D , $j = 1, \dots, q_i$, $q_i \geq 0$. Нехай N_{ijk} – кількість вимірів у базі даних D , в якій змінна X_i має значення x_{ik} і π_i реалізується як ω_{ij} ; при цьому $N_{ij} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{ijk}$.

Визначимо міру описання БМ мінімальної довжини (ОМД) [8–11]:

$$L(B_S, D) = \frac{1}{2} K \log N - H(B_S, D), \quad (1)$$

де K – кількість параметрів мережі, $\frac{1}{2} \log N$ – кількість бітів для кожного параметра, тобто першим доданком обчислюється кількість бітів, необхідних для зберігання мережі, другий доданок – це необхідна кількість бітів для повного зображення бази D мережною структурою B_S .

Мінімізуючи значення ОМД, знаходимо оптимальне співвідношення між цими доданками. Визначимо ці доданки:

$$K = \sum_{i=1}^n q_i (r_i - 1), \quad (2)$$

$$H(B_S, D) = N \sum_{i=1}^n \sum_{x_i, \pi_i} \hat{P}_D(x_i, \pi_i) \log \hat{P}_D(x_i | \pi_i). \quad (3)$$

Необхідно звернути увагу на те, що додавання відбувається по всіх можливих значеннях вершини x_i та значеннях її батьківської множини π_i . Самі ймовірності оцінюються частотою випадання потрібних комбінацій значень змінних у D , тобто

$$H(B_S, D) = N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{q_i} \sum_{k=1}^{r_i} \frac{N_{ijk}}{N} \log \frac{N_{ijk}}{N_{ij}}. \quad (4)$$

Зазначимо, що з формули (4) випливає умова повноти множини D , тобто множина D має містити всі реалізації для будь-яких значень всіх вершин із будь-якими батьківськими множинами. Це еквівалентно, оскільки

$$\forall i, j, k : N_{ijk} \neq 0.$$

З одного боку, це може бути одним із недоліків міри ОМД, бо кількість вершин, яка може додаватися до батьківської множини певної вершини, обмежена повнотою D . З іншого боку, деякі міри містять у собі додаткові функції штрафу на розмір батьківських множин, що не дозволяє їм помітно розширюватися. Тому подібна властивість також може вважатися корисною. Запобігання значному розширенню батьківських множин автоматично зумовлюється повнотою множини D . Послаблення умови повноти може бути додавання до вимоги на ациклічність графа ще заборони додавання до батьківських тих вершин, які призводять до появи нульових частот, тобто нульових N_{ijk} .

У випадку, коли певна вершина має порожню батьківську множину ($\pi_i = \{0\}$), і з врахуванням того, що $\hat{P}_D(x_i, \pi_i) = \hat{P}_D(x_i)$, $\hat{P}_D(x_i | \pi_i) = \hat{P}_D(x_i)$, відповідний доданок в $H(B_S, D)$ перетворюється на звичайну ентропію:

$$\begin{aligned} & \sum_{x_i, \pi_i} \hat{P}_D(x_i, \pi_i) \log \hat{P}_D(x_i | \pi_i) = \\ & = \sum_{k=1}^{r_i} \hat{P}_D(x_i = x_{ik}) \log \hat{P}_D(x_i = x_{ik}). \end{aligned}$$

Логічний висновок у байєсових мережах

Перейдемо до прямого застосування байєсових мереж – формування логічного висновку. Розглянемо певну вершину x і її батьківську множини $\pi(x) = \{y_1, \dots, y_m\}$, а це означає, що одночасно з батьківською множиною задано і розподіл умовної ймовірності: $P(x|\pi(x)) = P(x|y_1, \dots, y_m)$. Ця умовна ймовірність або задається разом із мережною структурою, або може бути оцінена за множиною D . Далі буде наведено метод визначення цієї оцінки.

Загалом байєсова мережа задає спільний розподіл для всіх своїх вершин:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \pi_i). \quad (5)$$

Розділимо всі вершини на три множини:

- $\{x_{i_1}, \dots, x_{i_m}\} \in X_1$ – цільові вершини, для яких треба оцінити ймовірність перебування в кожному із станів;
- $\{x_{l_1}, \dots, x_{l_p}\} \in X_2$ – вершини, які спостерігаються і для яких точно відомо, в якому стані вони перебувають у кожний момент часу;
- $\{x_{t_1}, \dots, x_{t_r}\} \in X_3$ – вершини, що не спостерігаються, тобто стани яких на поточний момент часу не відомі, але для яких є розподіли умовних ймовірностей або значення станів за минулі проміжки часу в множині D :

$$X_1 \cup X_2 \cup X_3 = U, X_i \cap X_j = \{0\}.$$

Задачею логічного висновку в байєсових мережах є оцінювання ймовірності станів цільових вершин за умови певних значень спостережуваних вершин:

$$\forall x_i \in X, \forall k : p(x_i = x_{ik} | x_{l_1}, \dots, x_{l_p}). \quad (6)$$

Основою для логічного висновку є формула Байєса. Якщо a і b – деякі дві події, то за теоремою Байєса маємо

$$p(a|b) = \frac{p(a,b)}{p(b)} = \frac{p(a,b)}{\sum_a p(a,b)}. \quad (7)$$

Таким чином, якщо події a і b незалежні, то отримуємо

$$p(a|b) = \frac{p(a,b)}{p(b)} = \frac{p(a)p(b)}{p(b)} = p(a).$$

У загальнішому випадку для системи подій b_1, b_2, \dots, b_n маємо

$$p(a|b_1, b_2, \dots, b_n) = \frac{p(a, b_1, b_2, \dots, b_n)}{p(b_1, b_2, \dots, b_n)}. \quad (8)$$

Таким чином, отримуємо таке співвідношення:

$$p(x_i | x_{l_1}, \dots, x_{l_p}) = \frac{p(x_i, x_{l_1}, \dots, x_{l_p})}{p(x_{l_1}, \dots, x_{l_p})} = \frac{\sum_{\substack{x_j \in X_3, x_j \in X_1, \\ x_j \neq x_i}} p(x_1, \dots, x_n)}{\sum_{\substack{x_i \in X_3, \\ x_j \in X_1}} p(x_1, \dots, x_n)}, \quad (9)$$

де $\sum_{\substack{x_i \in X_3, \\ x_j \in X_1}} p(x_1, \dots, x_n)$ означає додавання по всіх

станах для всіх вершин з X_3 і X_1 . У випадку, коли кількість неспостережуваних (і цільових) вершин і їх станів значна, застосовуються наближені методи оцінювання, наприклад метод Монте-Карло.

Обчислимо частоти N_{ijk} і N_{ij} . Нехай множина D має вигляд

$$D = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} & \dots & x_1^{(N)} \\ x_2^{(1)} & \dots & x_2^{(N)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^{(1)} & \dots & x_n^{(N)} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Тут нижній індекс вказує на номер певної вершини, а верхній – на номер вектора.

Розглянемо процес побудови мережі крок за кроком і простежимо еволюцію змінних N_{ijk} і N_{ij} . Нехай спочатку є N незалежних вершин. Додаємо на цьому кроці до батьківської вершини X_i вершину X_m : $\pi_i = (X_i, X_m)$. Отримуємо множину

$$D = \left\{ \begin{matrix} X_i \left(\begin{matrix} x_i^{(1)} & \dots & x_i^{(N)} \end{matrix} \right) \\ \vdots \\ X_m \left(\begin{matrix} x_m^{(1)} & \dots & x_m^{(N)} \end{matrix} \right) \end{matrix} \right\}.$$

Тоді $q_i = r_m$; N_{ijk} ($j = 1, \dots, r_m$, $k = 1, \dots, r_i$):

$$N_{ijk} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}, x_m^{(l)} = x_{mj}) = \\ = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}) I(x_m^{(l)} = x_{mj}),$$

де $I(\cdot)$ – функція-індикатор:

$$I(x_i^{(l)} = x_{ik}) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x_i^{(l)} = x_{ik}, \\ 0, & \text{інакше;} \end{cases} \quad (11)$$

$$N_{ij} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{ijk} = \sum_{k=1}^{r_i} \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}) I(x_m^{(l)} = x_{mj}).$$

Приклад 1. Нехай

$$D = \begin{Bmatrix} X_i & (1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1) \\ \vdots & \vdots \\ X_m & (2\ 3\ 3\ 3\ 1\ 3\ 2\ 2\ 3\ 1\ 1) \end{Bmatrix},$$

$$r_i = 2, \quad q_i = r_m = 3,$$

$$\omega_{i1} = \{X_m = 1 \equiv x_{m1}\}, \quad \omega_{i2} = \{X_m = 2\},$$

$$\omega_{i3} = \{X_m = 3\},$$

$$N_{i11} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{i1}) I(x_m^{(l)} = x_{m1}) = 2,$$

$$N_{i12} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{i2}) I(x_m^{(l)} = x_{m1}) = 1,$$

$$N_{i21} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{i1}) I(x_m^{(l)} = x_{m2}) = 2,$$

$$N_{i22} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{i2}) I(x_m^{(l)} = x_{m2}) = 1,$$

$$N_{i31} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{i1}) I(x_m^{(l)} = x_{m3}) = 2,$$

$$N_{i32} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{i2}) I(x_m^{(l)} = x_{m3}) = 3.$$

Звісно, $\sum_{jk} N_{ijk} \equiv N$; $N_{i1} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{i1k} = 3$; $N_{i2} =$

$= \sum_{k=1}^{r_i} N_{i2k} = 3$; $N_{i3} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{i3k} = 5$. Очевидно, що

і $\sum_j N_{ij} \equiv N$.

Тепер додаємо до батьківської множини вершини X_i вершину X_t : $\pi_i = \{X_m, X_t\}$. Тоді $q_i = r_m r_t$; N_{ijk} , $j = 1, \dots, r_m r_t$, $k = 1, \dots, r_i$.

Реалізації батьківської множини будуть складатися з таких пар:

$$\omega_{ij} = \begin{Bmatrix} \{x_{m1}, x_{t1}\} & \{x_{m1}, x_{t2}\} & \dots & \{x_{m1}, x_{tr_t}\} \\ 1 & 2 & \dots & r_t \\ \{x_{m2}, x_{t1}\} & \dots & \{x_{mr_m}, x_{tr_t}\} \\ r_t + 1 & \dots & r_m r_t \end{Bmatrix},$$

$$N_{ijk} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}, \pi_i = \omega_{ij}) =$$

$$= \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}) I(x_m^{(l)} = x_{mK_1}) I(x_t^{(l)} = x_{tK_2}), \quad (12)$$

де K_1 і K_2 – індекси, які знаходяться так:

$K_1 = ((j-1) \operatorname{div} r_t) + 1$, $K_2 = (j \operatorname{mod} r_t)$, div – операція цілочисельного ділення, а mod – операція обчислення залишку від ділення. Якщо залишок дорівнює нулю, то це відповідає останньому стану змінної: $K_2 = (j \operatorname{mod} r_t) = 0 \Rightarrow \Rightarrow K_2 = r_t$.

У загальному випадку, коли $\pi_i = \{X_1, X_2, \dots, X_M\}$, матимемо

$$\omega_{ij} = \begin{Bmatrix} \{x_{11}, x_{21}, \dots, x_{M1}\} & \{x_{11}, x_{21}, \dots, x_{M2}\} & \dots \\ 1 & 2 & \dots \\ \{x_{11}, x_{21}, \dots, x_{Mr_M}\} & \dots & \{x_{1r_1}, x_{2r_2}, \dots, x_{Mr_M}\} \\ r_M & \dots & r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_M \end{Bmatrix},$$

$$N_{ijk} = \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}, \pi_i = \omega_{ij}) =$$

$$= \sum_{l=1}^N I(x_i^{(l)} = x_{ik}) \prod_{e=1}^M I(x_e^{(l)} = x_{eK_e}), \quad (13)$$

$$j_1 = j,$$

$$K_s = (j_s - 1) \operatorname{div} \left(\prod_{e=s+1}^M r_e \right) + 1,$$

$$j_{s+1} = j_s - \prod_{e=s+1}^M r_e, \quad (14)$$

$$1 \leq s < M,$$

$$K_M = (j - 1) \operatorname{mod} r_M + 1.$$

Аналогічно обчислюється $N_{ij} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{ijk}$.

Зазначимо, що найважливіше – це встановити зв'язок між номером батьківської множини j та її конкретною реалізацією ω_{ij} [12, 13]. Цей зв'язок проілюструємо таким прикладом.

Приклад 2. Нехай X_1, X_2, X_3 – батьківські вершини для X_4 , тобто $\pi_4 = \{X_1, X_2, X_3\}$.

Нехай також $r_1 = 3, r_2 = 4, r_3 = 3$. Проілюструємо і пронумеруємо у вигляді таблиці всі можливі реалізації батьківської множини для X_4 ; $q_4 = \prod_{X_i \in \pi_4} r_i = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = 36$. Отже, $j = 1, \dots, q_i$.

Номер реалізації j	Реалізація вершин		
	X_1	X_2	X_3
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	1	3
4	1	2	1
5	1	2	2
6	1	2	3
7	1	3	1
8	1	3	2
9	1	3	3
10	1	4	1
11	1	4	2
12	1	4	3
13	2	1	1
14	2	1	2
15	2	1	3
16	2	2	1
17	2	2	2
18	2	2	3
19	2	3	1
20	2	3	2
21	2	3	3
22	2	4	1
23	2	4	2
24	2	4	3
25	3	1	1
26	3	1	2
27	3	1	3
28	3	2	1
29	3	2	2
30	3	2	3
31	3	3	1
32	3	3	2
33	3	3	3
34	3	4	1
35	3	4	2
36	3	4	3

Покладемо $j = 15$. Визначимо індекс для X_1, X_2 і X_3 :

$$j_1 = 15,$$

$$K_1 = \left((j_1 - 1) \operatorname{div} \left(\prod_{e=2}^M r_e \right) \right) + 1 = (14 \operatorname{div}(3 \cdot 4)) + 1 = 2,$$

$$j_2 = j_1 - \prod_{e=2}^M r_e = 15 - 12 = 3,$$

$$K_2 = \left((j_2 - 1) \operatorname{div} \left(\prod_{e=3}^M r_e \right) \right) + 1 = (2 \operatorname{div}(3)) + 1 = 1,$$

$$K_3 = 14 \operatorname{mod} 3 + 1 = 3.$$

Тепер покладемо $j = 23$. Визначимо індекс для X_1, X_2 і X_3 :

$$j_1 = 23,$$

$$K_1 = \left((j_1 - 1) \operatorname{div} \left(\prod_{e=2}^M r_e \right) \right) + 1 = (22 \operatorname{div}(3 \cdot 4)) + 1 = 2,$$

$$j_2 = j_1 - \prod_{e=2}^M r_e = 23 - 12 = 11,$$

$$K_2 = \left((j_2 - 1) \operatorname{div} \left(\prod_{e=3}^M r_e \right) \right) + 1 = (10 \operatorname{div}(3)) + 1 = 4,$$

$$K_3 = (23 - 1) \operatorname{mod} 3 + 1 = 2.$$

Пошук мережної структури

Будемо покроково розглядати процес пошуку мережної структури за допомогою евристичного алгоритму, що використовує міру ОМД. Основна ідея алгоритму полягає в тому, що:

- на кожному кроці для кожної вершини в батьківську множину додаються по одній всі вершини, що не задовольняють умову ациклічності графа;
- вибирається саме той зв'язок, який максимально зменшує значення функції L .

Крок 0. На цьому кроці жодного зв'язку ще не створено. Проведемо ініціалізацію і визначення всіх необхідних змінних.

Отже, згідно з формулою (1) міра ОМД складається з двох частин: $\frac{1}{2} K \log N$ і $H(B_S, D)$.

Розпишемо їх значення окремо для кожної вершини:

$$\begin{aligned}
 L(B_S, D) &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} q_i (r_i - 1) \log N - \right. \\
 &\quad \left. - N \sum_{x_i, \pi_i} \hat{P}_D(X_i, \pi_i) \log \hat{P}_D(X_i / \pi_i) \right) = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \log NK_i - NH_i \right) = \sum_{i=1}^n \tilde{L}_i. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Верхнім індексом у дужках позначатимемо номер кроку. Отже, на самому початку зв'язків немає, тому $K_i^{(0)} = 0 \forall i$, а $H_i^{(0)}$ перетворюється в звичайну ентропію. Отже, маємо

$$\begin{aligned}
 L^{(0)}(B_S, D) &= \sum_{i=1}^n \tilde{L}_i^{(0)} = \sum_{i=1}^n NH_i^{(0)} = \\
 &= \sum_{i=1}^n N \sum_{k=1}^{r_i} \hat{P}_D(X_i = x_{ik}) \log \hat{P}_D(X_i = x_{ik}). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Крок 1. Для кожної вершини додаємо в батьківську множину решту вершин по одній (рис. 1). Виявляємо зв'язок, який максимально зменшує L .

На рис. 1 $L_{im}^{(k)}$ – значення міри ОМД при додаванні на k -му кроці вершини X_m до батьківської множини вершини X_i . Отримаємо рекурсивні формули для першого кроку. Отже, при вказаному додаванні вершини X_m до батьківської множини вершини X_i маємо

$$L_{im}^{(1)} = L^{(0)} + \tilde{L}_{im}^{(1)} - \tilde{L}_i^{(0)}, \quad (17)$$

де

$$\tilde{L}_{im}^{(1)} = \frac{1}{2} q_i (r_i - 1) \log N -$$

$$\begin{aligned}
 &- N \sum_{x_i, \pi_i} \hat{P}_D(x_i, \pi_i) \log \hat{P}_D(x_i | \pi_i) = \\
 &= \frac{1}{2} q_{im}^{(1)} (r_i - 1) \log N - N \sum_{j=1}^{q_{im}^{(1)}} \sum_{k=1}^{r_i} \frac{N_{ijkm}^{(1)}}{N} \log \frac{N_{ijkm}^{(1)}}{N_{ijm}^{(1)}}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

У цих формулах $q_{im}^{(1)}$ – розмірність батьківської множини π_i вершини X_i при додаванні вершини X_m на першому кроці; $N_{ijkm}^{(1)}$ – це та сама частота N_{ijk} , що обчислюється окремо при додаванні кожної вершини X_m за формулою (11); аналогічно $N_{ijm}^{(1)} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{ijkm}^{(1)}$. Зазначимо, що сам процес пошуку оптимального зв'язку на кожному кроці зводиться до пошуку мінімуму серед таких значень $L_{ij}^{(k)}$:

$$\begin{matrix}
 L_{12}^{(K)} & L_{13}^{(K)} & \dots & L_{1n}^{(K)}, \\
 L_{21}^{(K)} & & L_{23}^{(K)} & \dots & L_{2n}^{(K)}, \\
 L_{31}^{(K)} & L_{32}^{(K)} & & \dots & L_{3n}^{(K)}, \\
 \dots & \dots & \dots & & \dots \\
 L_{n1}^{(K)} & L_{n2}^{(K)} & \dots & L_{n(n-1)}^{(K)}.
 \end{matrix}$$

Вибираємо зв'язок з найменшою мірою (рис. 2):

$$L^{(K)} = \min_{i,j} L_{ij}^{(K)}, \quad (19)$$

$$\pi_i = \{X_m\}, \quad \pi_l = \{0\}, \quad l \neq i;$$

$$q_i = r_m, \quad q_l = 0, \quad l \neq i.$$

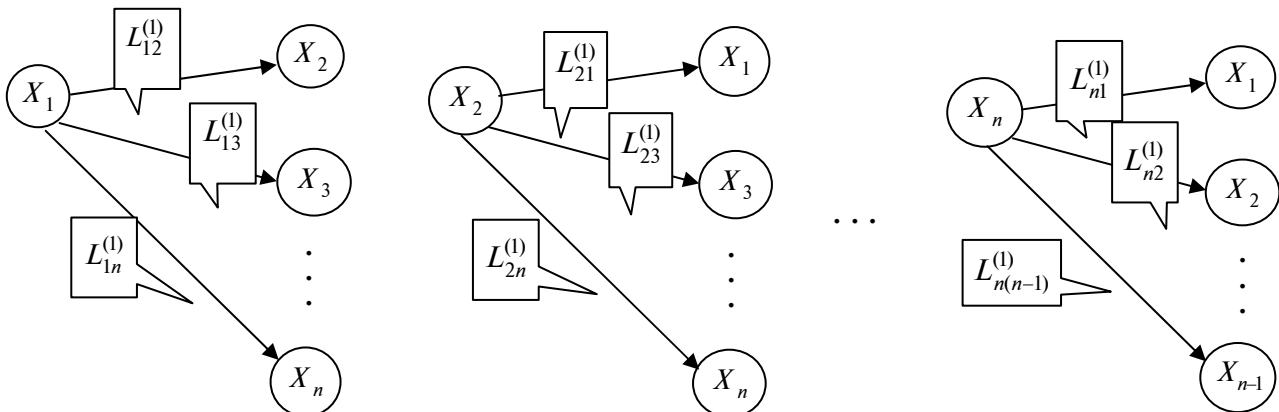


Рис. 1. Додавання вершин до батьківської множини

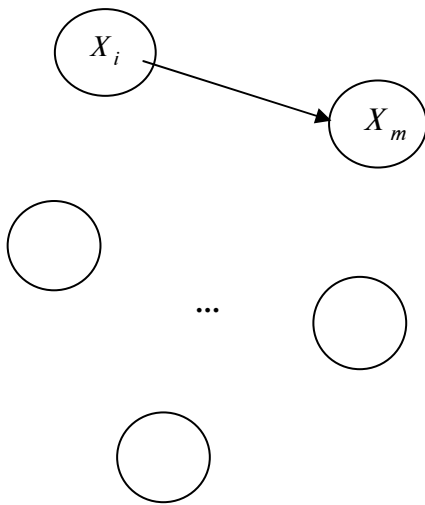


Рис. 2. Зв'язок з найменшою мірою

Крок K . На цьому кроці до батьківських множин вже додано $(K - 1)$ вершину. Зазначимо, що при додаванні вершини X_m до батьківської множини π_i (рис. 3) виникає необхідність у перерахунку значень N_{ijk} і N_{ij} , але лише для вершини X_i . Для інших вершин ці значення можна взяти з попереднього кроку.

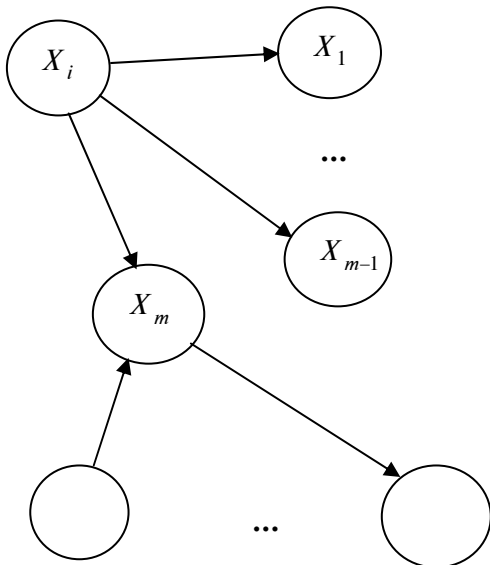


Рис. 3. Додавання вершини X_m до π_i

Загалом, всі рекурсивні формули, вказані для першого кроку, залишаються в силі:

$$L_{im}^{(K)} = L^{(K-1)} + (\tilde{L}_{im}^{(K)} - \tilde{L}_i^{(K-1)}), \quad (20)$$

$$\tilde{L}_{im}^{(K)} = \frac{1}{2} q_{im}^{(K)} (r_i - 1) \log N - \sum_{j=1}^{q_{im}^{(K)}} \sum_{k=1}^{r_i} \frac{N_{ijkm}^{(K)}}{N} \log \frac{N_{ijkm}^{(K)}}{N_{ijm}^{(K)}}. \quad (21)$$

Важливим також є той факт, що зміна значення $\tilde{L}_{im}^{(K)}$ на K -му кроці виникає лише за умови додавання до її батьківської множини вершини на кроці $(K - 1)$, тобто

$$\pi_i^{(K)} = \pi_i^{(K-1)} \Rightarrow \forall j : \tilde{L}_{ij}^{(K)} = \tilde{L}_{ij}^{(K-1)}, \quad (22)$$

$$L_{ij}^{(K)} = L^{(K-1)} + (\tilde{L}_{ij}^{(K-1)} - \tilde{L}_{ij}^{(K-2)}). \quad (23)$$

Оскільки процес додавання зв'язків має покращувати міру ОМД, то він обов'язково повинен виконуватись:

$$L^{(K)} = \min_{i,j} L_{ij}^{(K)} < L^{(K-1)} \quad \forall K. \quad (24)$$

Невиконання умови (24) означає дострокове закінчення дії алгоритму.

Складність алгоритму

Оцінимо складність алгоритму. Як видно з алгоритму, на кожному кроці розглядаються зв'язки для n вершин і на кожному кроці може бути утворено лише один зв'язок. Всього максимальна кількість зв'язків (кроків) оцінюється за виразом $\sum_{i=1}^n (n - i) = \frac{1}{2} n(n - 1)$. Якщо не враховувати обмеження на ациклічність, то за кожний крок перевіряється не більше ніж $n(n - 1)$ зв'язків, а всього за весь алгоритм – не більше ніж $\frac{1}{2} n^2 (n - 1)^2 \sim \frac{n^4}{2}$ зв'язків. Зазначимо, що ми модифікували алгоритм евристичного пошуку тим, що в класичному випадку послідовність додавання вершини до батьківської множини залежить від нумерації вершин. У нашому випадку додавання вершин відбувається незалежно від їх нумерації. Це трохи ускладнює процедуру перебору, але робить її більш незалежною.

Приклад 3. Нехай матриця D набуває значень, наведених у таблиці для

$$N = 30, n = 5, r_1 = 3, r_2 = 2, r_3 = 2, r_4 = 3, r_5 = 2.$$

Номер ралізації	Реалізація вершин				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1	2	1	2	1
2	2	2	1	2	2
3	2	1	1	3	2
4	2	1	1	1	2
5	3	1	1	1	1
6	1	2	2	3	1
7	1	1	2	2	1
8	1	1	2	2	1
9	3	2	1	2	2
10	3	1	1	3	2
11	2	1	2	3	2
12	1	1	2	3	1
13	1	1	2	1	2
14	2	1	2	3	1
15	2	2	1	3	1
16	3	2	2	2	1
17	1	2	2	1	2
18	1	1	1	3	2
19	3	1	1	2	2
20	2	1	1	3	1
21	2	2	2	3	1
22	2	2	2	1	1
23	1	2	2	1	1
24	1	2	2	2	2
25	1	1	1	2	1
26	3	1	1	2	2
27	3	1	1	1	2
28	2	1	1	1	2
29	2	1	2	3	1
30	1	2	1	2	1

На основі наведеної множини даних D проведемо пошук оптимальної мережної структури за мірою ОМД.

Крок 0. Визначаємо:

$$\begin{aligned}
 P(X_1 = 1) &= 0,4, \\
 P(X_1 = 2) &= 0,366667, \\
 P(X_1 = 3) &= 0,233333, \\
 P(X_2 = 1) &= 0,6, \\
 P(X_2 = 2) &= 0,4, \\
 P(X_3 = 1) &= 0,533333, \\
 P(X_3 = 2) &= 0,466667, \\
 P(X_4 = 1) &= 0,266667, \\
 P(X_4 = 2) &= 0,366667, \\
 P(X_4 = 3) &= 0,366667, \\
 P(X_5 = 1) &= 0,533333, \\
 P(X_5 = 2) &= 0,466667;
 \end{aligned}$$

$$H_1 = 46,48194,$$

$$H_2 = 29,12852,$$

$$H_3 = 29,90375,$$

$$H_4 = 47,09922,$$

$$H_5 = 29,90375,$$

$$L^{(0)} = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_5 = 182,5172.$$

Крок 1. $(X_1 \rightarrow X_2)$. Обчислюємо N_{ijk} :

$$N_{111} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{11} = 1)I(x_2^{(l)} = x_{21} = 1) = 6,$$

$$N_{112} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{12} = 2)I(x_2^{(l)} = x_{21} = 1) = 7,$$

$$N_{113} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{13} = 3)I(x_2^{(l)} = x_{21} = 1) = 5,$$

$$N_{121} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{11} = 1)I(x_2^{(l)} = x_{22} = 2) = 6,$$

$$N_{122} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{12} = 2)I(x_2^{(l)} = x_{22} = 2) = 4,$$

$$N_{123} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{13} = 3)I(x_2^{(l)} = x_{22} = 2) = 2,$$

$$N_{11} = N_{111} + N_{112} + N_{113} = 18,$$

$$N_{12} = N_{121} + N_{122} + N_{123} = 12;$$

$$\tilde{L}_{im}^{(1)} = \frac{1}{2} r_m (r_i - 1) \log N - N \sum_{j=1}^{r_m} \sum_{k=1}^{r_i} \left(\frac{N_{ijk}^{(1)}}{N} \log \frac{N_{ijk}^{(1)}}{N_{ij}^{(1)}} \right);$$

$$\tilde{L}_{12}^{(1)} = \frac{1}{2} 2(3-1) \log N - N \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^3 \left(\frac{N_{ijk}^{(1)}}{N} \log \frac{N_{ijk}^{(1)}}{N_{ij}^{(1)}} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} 2(3-1) \log 30 - \left(6 \log \frac{6}{18} + 7 \log \frac{7}{18} + 5 \log \frac{5}{18} + \right.$$

$$\left. + 6 \log \frac{6}{12} + 4 \log \frac{4}{12} + 2 \log \frac{2}{12} \right) =$$

$$= (9,50978 + 9,53799 + 9,23998 + 6 + 6,33985 + 5,16993) + 9,813781 = 55,6113,$$

$$L_{12}^{(1)} = L^{(0)} + \tilde{L}_{12}^{(1)} - H_1 = 191,6465.$$

У загальному вигляді знаходження значень $L_{ij}^{(1)}$ можна зобразити таблицею.

i	$L_{ij}^{(1)}$				
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4	j = 5
1	–	191,6465	183,6159	191,4375	190,4229
2	189,1931	–	186,6322	188,6177	186,3792
3	186,0694	186,6322	–	189,3104	184,8749
4	191,4375	186,1642	186,8569	–	186,4924
5	187,9695	186,3792	184,8749	188,9458	–

Мінімальне значення буде таке:

$$L^{(1)} = \min_{i,j} L_{ij}^{(1)} > L^{(0)}.$$

Зупинка алгоритму.

Як видно з прикладу, застосування алгоритму, що ґрунтується на мірі ОМД, можливе лише при великих значеннях N , коли потрібно мережною структурою описати великий масив даних. Інакше, створення додаткових зв'язків не призводить до значного зменшення опису масиву даних. Але для чистоти прикладу продовжимо дію алгоритму ще на один крок.

Крок 2. На попередньому кроці ми отримали зв'язок $X_1 \rightarrow X_3$. Утворимо зв'язок $X_1 \rightarrow X_3, X_5$ (рис. 4).

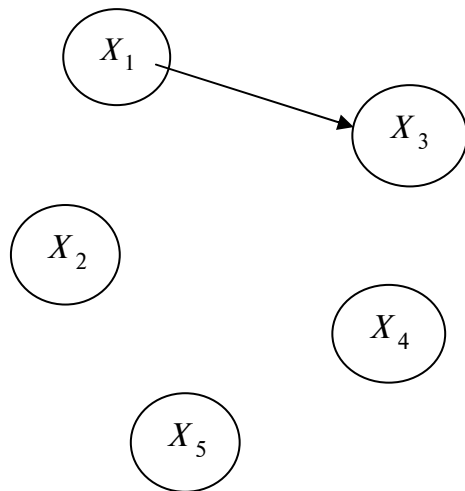


Рис. 4. Зв'язок $X_1 \rightarrow X_3, X_5$

Розглядаємо зв'язок $X_1 \rightarrow X_2, X_3$:

$$\pi_{1,2}^{(2)} = \{\{X_2 = 1, X_3 = 1\}, \{X_2 = 1, X_3 = 2\}, \{X_2 = 2, X_3 = 1\}, \{X_2 = 2, X_3 = 2\}\},$$

$$N_{111} = \sum_{l=1}^N I(x_1^{(l)} = x_{11} = 1) I(x_2^{(l)} = x_{21} = 1) \times I(x_3^{(l)} = x_{31} = 1) = 2;$$

$$N_{112} = 4; N_{113} = 5; N_{121} = 4; N_{122} = 3; N_{123} = 0;$$

$$N_{131} = 2; N_{132} = 2; N_{133} = 1; N_{141} = 4;$$

$N_{142} = 2; N_{143} = 1; N_{123} = 0 \Rightarrow$ недопустимий зв'язок.

Розглядаємо зв'язок $X_1 \rightarrow X_3, X_4$. У цьому випадку вже перша частота дорівнює нулю: $N_{111} = 0$.

Розглядаємо зв'язок $X_1 \rightarrow X_3, X_5$. Тут вже частота N_{143} дорівнює нулю: $N_{143} = 0$.

Тепер побудуємо таблицю значень $L_{ij}^{(2)}$. Значення міри для решти значень обчислюється за формулами (22) і (23).

i	$L_{ij}^{(2)}$				
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4	j = 5
1	–	–	–	–	–
2	190,2918	–	187,7309	189,7164	187,478
3	–	186,6322	–	190,4091	185,9737
4	192,5362	186,1642	187,9556	–	187,5911
5	189,0682	186,3792	185,9737	190,0446	–

Отже, аналогічно на цьому кроці може бути утворено зв'язок $X_5 \rightarrow X_3$ або $X_3 \rightarrow X_5$.

Висновки

Отримані важливі рекурсивні формули для формування структури мережі дають можливість оптимізувати і істотно прискорити процес обчислень. Перевагою запропонованого модифікованого алгоритму евристичного пошуку структури є також те, що він дає можливість нівелювати залежність вершин від їх початкового впорядкування. Це спрощує процес подальшого навчання мережі. В цілому запропонований практичний підхід до реалізації задачі пошуку оптимальної структури ймовірнісної мережі на заданій множині даних істотно підвищує ефективність процесу навчання мережі з точки зору швидкості її адаптування до нових даних.

У подальших дослідженнях можна буде розширити розглянутий метод на змінні різної природи та застосовувати його для розв'язання практичних задач.

П.И. Бидюк, Я.И. Баклан

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ СЕТИ БАЙЕСА

Предложена модифицированная процедура обучения сети Байеса на основе статистических данных. Получены рекурсивные формулы, позволяющие оптимизировать процесс обучения. Разработанный алгоритм эвристического поиска структуры дает возможность избежать зависимости вершин от начального упорядочивания.

P.I. Bidyuk, Ya.I. Baklan

A MODIFIED BAYES' METHOD OF FORMING NETWORK STRUCTURE

The present paper offers a modified procedure for learning Bayesian network in terms of the statistical data. Moreover, the introduced recursive formulas enable the computational process optimization, and the implemented algorithm of heuristic search for discovering BN structure allows avoiding dependence of vertices from their initial ordering.

1. *Kjerulff U.* Constructing Bayesian Networks: Report of Reykjavik University, April, 2005. – 77 p.
2. *Nelson D.J.* Finding useful questions: on Bayesian diagnosticity, probability, impact, and information gain // *Psychological Review.* – 2005. – **112**, N 4. – P. 979–999.
3. *Portinale L., Bobbio A.* Bayesian networks for dependability analysis: an application to digital control reliability // 17th National Conf. on Artificial Intelligence, 2000.
4. *Cheng J., Greiner R.* Learning Bayesian belief network classifiers: algorithms and system // Canadian conference on artificial intelligence (CSCSI01). – Canada, 2001. – P. 141–151.
5. *Бидюк П.И.* Оцінювання і прогнозування стану малого підприємства за допомогою мережі Байеса // Наукові праці Миколаїв. держ. гуманітар. ун-ту ім. Петра Могили. – 2005. – Вип. 44. – С. 7–29.
6. *Murphy K.P.* A Brief introduction to graphical models and Bayesian networks / <http://www.berkeley.edu>. – 19 p.
7. *Niedermayer D.* An Introduction to Bayesian networks and their contemporary applications / <http://www.niedermayer.ca>, 2006. – 13 p.
8. *Robinson R.W.* Counting unlabeled acyclic digraphs // Proc. of The Fifth Australian Conf. on Combinat. Mathematics. – Melbourne, Australia, 1976. – P. 28–43.
9. *Leray P., Francois O.* BNT structure learn package: documentation and experiments / Technical report, laboratory PSI-INSA Rouen-FRE CNRS 2645, November 2004. – 27 p.
10. *Терентьев А.Н., Бидюк П.И.* Эвристический метод построения байесовских сетей // Міжнар. НТК “Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень та прикладні аспекти сучасних інформаційних технологій”. – Євпаторія, 2006. – Т. 1. – С. 401–403.
11. *Grunwald P.* A Tutorial Introduction to the Minimum Description Length Principle // *Advances in Minimum Description Length: Theory and Applications.* – Cambridge, MA: MIT Press, 2005. – 80 p.
12. *Suzuki J.* Learning Bayesian Belief Networks Based on the MDL Principle: An Efficient Algorithm Using the Branch and Bound Technique // *IEICE Trans. on Information and Systems.* – 1999. – P. 356–367.
13. *Suzuki J.* Learning Bayesian Belief Networks based on the Minimum Description length Principle: Basic Properties // *IEICE Trans. on Fundamentals.* – 1999. – **E82-A**, N 93. – 9 p.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
“Інститут прикладного системного
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
17 грудня 2007 року

УДК 681. 3.07

П.П. Маслянко

СИСТЕМНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ПРОЦЕСІВ ІНФОРМАТИЗАЦІЇ

Вступ

Теоретичною основою сучасної методології системного проектування інформаційно-комунікаційних систем (ІКС) є фундаментальні положення системного аналізу і теорії систем [1–5]. Зокрема, серед методологічних проблем системного проектування ІКС слід виділити такі, як визначення граничних властивостей і характеристик об'єкта інформатизації, формалізація задач системного проектування ІКС та вибір і обґрунтування потрібної технології інформатизації організаційної системи (Орг.С).

Нормативно-правове регулювання у сфері інформаційних відносин викладене в публікації [6]. Але ряд важливих міжнародних стандартів стосовно проектування ІКС ще не гармонізовано в Україні. Істотно, що два класи міжнародних стандартів — на SE (System Engineering) і на SW (Software Engineering), які розвивалися паралельно, чітко стиковані між собою в рамках цих документів. І справа полягає не тільки в тому, що зазначені нормативні документи (НД) добре взаємоузгоджені за основними поняттями і принципами, але й в тому, що дуже важливо, що такі, здавалося б, “чисто технічні” області, як створення програмного забезпечення (SW-процеси), регламентовані стандартами, які безпосередньо потребують їх спільного застосування із стандартами на процеси системного проектування (SE-процеси) [7].

У зв'язку з різними визначеннями поняття “система” [7] доцільно розглядати і визначення системного проектування, що, згідно з INCOSE (International Council on Systems Engineering) (одним з розробників нових стандартів), є міждисциплінарним підходом і засобами, які сприяють створенню ефективних систем.

Системне проектування (тлумачення INCOSE) — це дисципліна розробки продуктів або процесів на основі концепції систем. Воно фокусується на визначенні потреб замовника і необхідних функцій системи, установленні вимог, виконанні конструкторського синтезу і атестації з узгодженням як бізнес-аспектів, так і технічних аспектів даної задачі. Системне про-

ектування інтегрує необхідні дисципліни і групи фахівців в одну команду протягом усього життєвого циклу розробки (розвитку) проекту інформатизації Орг.С.

Тут і надалі під визначенням “інформатизація організаційних систем” будемо розуміти необхідну і достатню множину правових, організаційних, економічних, наукових і науково-технічних рішень та процесів, спрямованих на створення інформаційно-комунікаційних систем з метою задоволення інформаційних потреб, забезпечення і автоматизації бізнес-процесів, підтримки прийняття рішень та підвищення ефективності керування Орг.С із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) [8–10]. Таке формування поняття “інформатизація” стосовно Орг.С дає змогу значно точніше визначити складові процеси інформатизації та формалізувати критерії класифікації ІКС:

- множину правових, організаційних, економічних, наукових і науково-технічних рішень, процесів та ресурсів;
- бізнес-процеси інформатизації Орг.С за допомогою ІКТ протягом всього життєвого циклу ІКС, обмеження та правила реалізації інформатизації;
- клас ІКС для задоволення інформаційних потреб, клас ІКС для забезпечення і автоматизації бізнес-процесів та клас ІКС для підтримки прийняття рішень і підвищення ефективності керування Орг.С за ознаками власне мети інформатизації.

Спираючись на наведені висновки, з точки зору системного проектування ІКС ми пропонуємо таке визначення: “Інформаційно-комунікаційна система — це множина сутностей і обумовлених зв'язків між ними, яка забезпечує досягнення мети інформатизації Орг.С” [7]. Це визначення дозволяє систематизувати складові інформатизації Орг.С в чотири класи сутностей:

- клас сутностей, які описують мету інформатизації, що може бути поділена на окремі частини і співвідноситись з окремими бізнес-процесами;
- клас сутностей, який описує бізнес-процеси інформатизації як види діяльності Орг.С, що змінюють стан ресурсів відповідно з бізнес-правилами;
- клас сутностей, який описує необхідні ресурси інформатизації у вигляді різних субстанцій, що використовуються або беруть участь у бізнес-процесах (персонал, матеріали, інформація, окремі продукти);

- клас сутностей, який описує бізнес-правила інформатизації у вигляді умов або обмежень на виконання певних бізнес-процесів.

Сучасні підходи до системного проектування на всіх етапах життєвого циклу ІКС ґрунтуються переважно на методологіях SADT (Structured Analysis and Design Technique) – методології системного структурного аналізу і проектування систем та методологіях об'єктно-орієнтованого аналізу і проектування.

Найбільш поширені два класи методів системного проектування:

- клас методів, які ґрунтуються на методології системного структурного аналізу і проектування, тобто методи SADT і IDEF0, IDEF3, DFD, ERM, IDEF1X та ін.
- клас методів, які ґрунтуються на методології об'єктно-орієнтованого аналізу і проектування, тобто методи Ericsson-Penker [3] і метод, реалізований у технології Rational Unified Process (RUP) [11].

Другий клас ґрунтується на використанні UML (Unified Modeling Language) – мови графічного моделювання бізнес-процесів. Слід зазначити, що хоча UML і була започаткована для моделювання програмних систем, але її застосування для проектування інформаційно-

комунікаційних систем у повному обсязі стало можливим лише завдяки наявності в UML механізмів розширення (стереотипів) [12].

Постановка задачі

Мета статті – з позицій системного проектування проаналізувати основні типи процесів інформатизації, проблеми вибору і налаштування класу сутностей “процеси”, які описують бізнес-процеси інформатизації як види діяльності Орг.С і які змінюють стан ресурсів відповідно до бізнес-правил, на основі профілю Ericsson-Penker.

Бізнес-процеси інформатизації організаційних структур

Спираючись на визначення понять “інформатизація” та “ІКС як сукупність сутностей інформатизації”, можна створювати модель власне самої інформатизації Орг.С як системи діаграм з використанням графічної мови моделювання, наприклад нотації UML.

Метамодель системного проектування ІКС в нотації UML з використанням профілю Ericsson-Penker показано на рис. 1 [13–15].

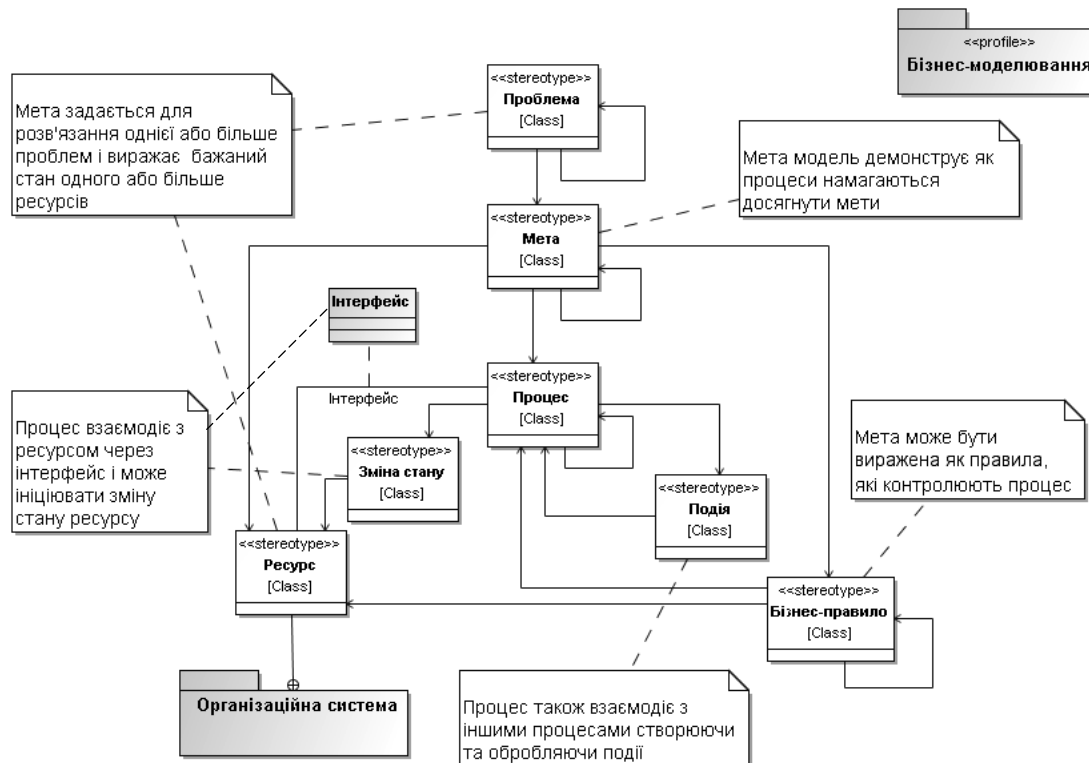


Рис. 1. Метамодель системного проектування ІКС у профілі Ericsson-Penker. Діаграма класів у нотації UML

Процеси ітеративні і водопадні

Процес розробки (development process) вважається як упорядкований, достатній і функціонально повний ряд робіт з розробки проектів інформатизації організаційних систем із заданими показниками ефективності. Тут і надалі під визначенням "організаційна система" будемо розуміти множину сутностей (мету діяльності, бізнес-процеси, бізнес-правила, персонал і ресурси), необхідну і достатню для проведення певної діяльності.

Як критерій поділу процесів розробки проектів інформатизації на водопадні (послідовні) та ітеративні береться критерій поділу проекту на частини [16].

При організації робіт з розробки проектів інформатизації за типом водопаду проект поділяється на основі виду робіт. Це фактично мережевий графік окремих робіт з виконання проекту інформатизації, який передбачає послідовне їх виконання. Однак водопадний процес має певні недоліки: що в результаті виконання чергового етапу або фази проекту виконавець повинен передати замовнику повністю закінчену частину проекту інформатизації, що не завжди вдається зробити, особливо при виконанні середніх і великих проектів. Як правило, при проведенні подальших етапів з'являється необхідність в доопрацюванні попередніх етапів, а для цього потрібні додаткові кошти, не передбачені бюджетом проекту інформатизації.

При застосуванні ітеративного стилю проект поділяється на частини на основі функціональності проекту інформатизації. На першому етапі виконання проекту шляхом кількох ітерацій розробки забезпечується зафіксована частина функціональності проекту. Одна ітерація передбачає виконання аналізу, проектування, реалізацію і розгортання. Одна або кілька послідовних ітерацій на першому етапі дозволяє отримати першу версію проекту інформатизації із зафіксованою частиною функціональності. На наступних етапах проводиться повний аналіз результатів, вносяться поправки і зміни, додаються нові функції, і процес аналізу, проектування, реалізації і розгортання повторюється до повного завершення проекту інформатизації.

Одна з істотних переваг ітеративного процесу перед водопадним полягає в можливості постійного контролю і вдосконаленні процесу розробки на всіх етапах. При цьому на кожному етапі і замовник, і розробник отримують версію проекту інформатизації, мають змогу

вносити в нього зміни і своєчасно приймати необхідні рішення.

На рис. 2 показано структурну схему ітеративного процесу і співвідношення фаз розробки, стадій моделювання та ітерацій розробки проектів інформатизації [5]. Тут стадії моделювання співвідносяться з ітеративним процесом розробки і його фазами: початком, розвитком, конструюванням і переходом. На кожному етапі виконання проекту всі ці фази ідуть одна за одною, при цьому кожна з них вміщує в собі від однієї до кількох ітерацій. У кожній ітерації окремі частини проекту проходять шлях від аналізу до розгортання з різною швидкістю. Ступінь завершеності етапу визначається встановленою функціональністю версії проекту.

Ітеративні процеси і їх сучасні модифікації на сьогодні домінують на світовому ринку процесів розробок ІКС. Тим не менше, практика свідчить і про певні обмеження в застосуванні ітеративних процесів.

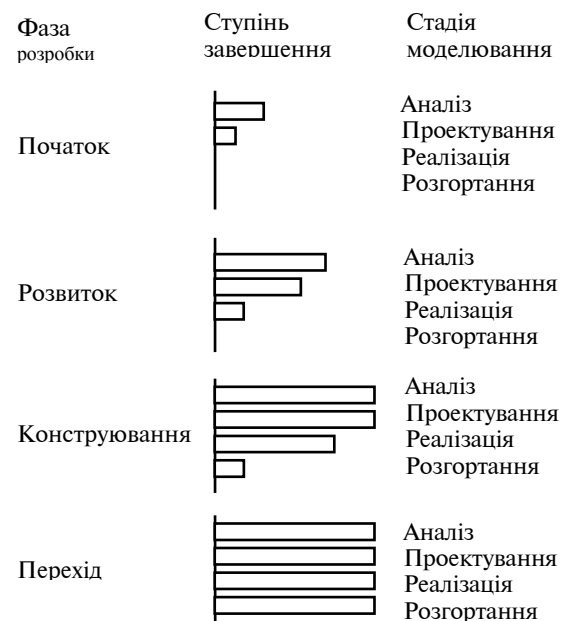


Рис. 2. Структурна схема ітеративного процесу і співвідношення фаз розробки, стадій моделювання та ітерацій розробки проектів інформатизації

Якщо умовно розділити проекти інформатизації Орг.С на три класи за критерієм поділу Орг.С на малі або локальні, середні або регіональні і великі або глобальні, то можна однозначно стверджувати, що ітеративні процеси практично в повному обсязі працюють при проектуванні малих або локальних проектів, працюють при певних, іноді істотних, обмеженнях і налаштуванні при проектуванні се-

редніх або регіональних проектів та практично не працюють у класичному вигляді при проектуванні глобальних проектів інформатизації. Аналіз особливостей застосування ітеративних процесів при виконанні цих класів проектів інформатизації показує, що:

- водопадні та ітеративні процеси розробки були з самого початку зорієнтовані на розробку виключно програмних систем і, природно, не враховували особливостей розробки і складових проектів інформатизації Орг.С в цілому;

- для середніх і великих проектів поділ проекту інформатизації за функціональною ознакою не завжди виправданий з економічної точки зору. Якщо чергова версія програмної системи може бути змінена і доопрацьована на наступному етапі без додаткових фінансових витрат, то закуплене апаратне забезпечення і розроблені загальносистемні рішення для реалізації визначеної групи функцій змінити і доопрацювати неможливо, його можна тільки замінити, що тягне за собою великі додаткові фінансові витрати;

- для середніх і великих проектів поділ проекту інформатизації за функціональною ознакою не передбачає виділення загальносистемних рішень, які потрібні для реалізації функціональних характеристик.

Таким чином, застосування ітеративних процесів для проектування середніх і великих проектів інформатизації потребує інших підходів та істотного вдосконалення. Одним із таких підходів може бути застосування системного аналізу і теорії систем для визначення іншого критерію поділу проектів інформатизації на частини не за функціональною ознакою, а за загальносистемними ознаками. В такому випадку прикладна функціональність базується на реалізації необхідних загальносистемних рішень.

Ітеративний процес із загальносистемним критерієм поділу проекту інформатизації на частини забезпечує:

- поділ проекту на загальносистемні частини, які реалізують визначені групи функцій і, таким чином, забезпечують максимально обґрунтований поділ проекту на етапи;

- врахування всіх сутностей проекту інформатизації;

- масштабованість і розширюваність проекту від ітерації до ітерації в межах одного етапу та при переході від етапу до етапу;

- зберігання загальносистемних рішень попередніх ітерацій і етапів для подальших ітерацій і етапів;

- незалежність процесів розробки і паралельну розробку окремих частин проекту інформатизації;

- інтеграцію окремих частин проекту інформатизації при переході від однієї версії до іншої;

- паралельну розробку необхідної документації з усіх видів забезпечення.

Ідея застосування системного аналізу і теорії систем для визначення системного критерію поділу проектів інформатизації на частини не за функціональною ознакою, а за загальносистемними ознаками передбачає формування відповідного документа і моделі проекту інформатизації. Таким документом може бути загальносистемна специфікація проекту інформатизації. Тут під визначенням “специфікація” ми розуміємо формалізований опис властивостей, характеристик і функцій об’єктів, компонентів, пакетів та способів і правил їх взаємодії в системі. Загальносистемна специфікація на весь проект інформатизації є власне моделлю системи інформатизації Орг.С. Така системна модель проекту інформатизації ще називається системним проектом.

Метасутності представлення системного проекту інформатизації в нотатії UML наведено в таблиці [5].

Представлення системної моделі проекту – це підмножина конструкцій графічної мови моделювання UML, яка відображає один із вибраних аспектів проекту інформатизації.

Метасутності відображають такі групи представлення системного проекту інформатизації:

- структурне представлення, яке описує системні сутності та їх співвідношення;

- динамічну поведінку, яка описує поведінку проекту інформатизації в часі;

- фізичне розміщення сутностей інформатизації в просторі;

- представлення керування системним проектом через поділ проекту на ієрархічні блоки – пакети.

Структурне представлення описує системні сутності та їх співвідношення. До структурного представлення входять статичне представлення, представлення проектування і представлення Use Case. Концепцію сутності в системі моделює класифікатор, який є окремою концепцією, що описує сутності проектів інформатизації, їх властивості, стан, поведінку, співвідношення, а також внутрішню структуру. До числа класифікаторів графічної мови моделювання UML належать класи, пакети і компоненти, інтерфейси, елементи Use Case, актори, вузли та кооперація.

Таблиця. Метасутності представлення і діаграми системного проекту в нотатції UML

Метасутність представлення систем	Представлення	Діаграма	Основна концепція
Структурна	Статичне представлення Представлення проектування	Діаграма класів Внутрішня структура Діаграма кооперації Діаграма компонентів	Клас, асоціація, узагальнення, залежність, реалізація, інтерфейс З'єднувач, інтерфейс, частина, порт, забезпечений інтерфейс, роль, інтерфейс на вимогу З'єднувач, кооперація, використання кооперації, роль Компонент, залежність, порт, забезпечений інтерфейс, інтерфейс на вимогу, підсистема
	Представлення Use Case	Діаграма Use Case	Актор, асоціація, розширення, включення, елемент Use Case, узагальнення елемента Use Case
Динамічна	Представлення скінчених автоматів Представлення діяльності	Діаграма автомата Діаграма діяльності	Завершення переходу, здійснення діяльності, ефект, подія, область, стан, перехід, тригер Дія, діяльність, потік керування, вузол керування, потік даних, виключення, область розширення, поділ, злиття, об'єктний вузол, контакт
	Представлення взаємодії	Діаграма послідовності	Специфікація входження, специфікація виконання, взаємодія, фрагмент взаємодії, операнд взаємодії, лінія життя, повідомлення, сигнал
Фізична	Представлення розгортання	Діаграма розгортання	Артефакт, залежність, маніфестація, вузол
Керування моделлю	Представлення керування моделлю	Діаграма пакетів	Імпорт, модель, пакет
	Профіль	Діаграма пакетів	Обмеження, профіль, стереотип, тегова величина

Динамічне представлення описує динамічну поведінку системи або окремого класифікатора в часі, тобто зміну стану системних сутностей у часі. Представлення динамічних моделей системи вміщує в собі скінченні автомати, представлення діяльності і представлення взаємодії.

Фізичне розміщення сутностей описує розміщення всіх ресурсів системи і розгортання на них артефактів. Фізичне розміщення описується представленням розгортання.

Представлення керування системним проектом відображає внутрішню організацію моделей системи з різних точок зору. Воно об'єднує всі необхідні представлення в єдину структуру, яка забезпечує керуваність і спостережуваність за ходом виконання проекту інформатизації.

Для розробки специфікації проекту інформатизації найважливішими класифікаторами, які описують взаємодію всіх інших сутностей, є пакет, клас, компонент та інтерфейс.

Метамодель представлення ітеративного процесу виконання проекту інформатизації Орг.С на всіх етапах життєвого циклу у вигляді діаграми пакетів зображено на рис. 3.

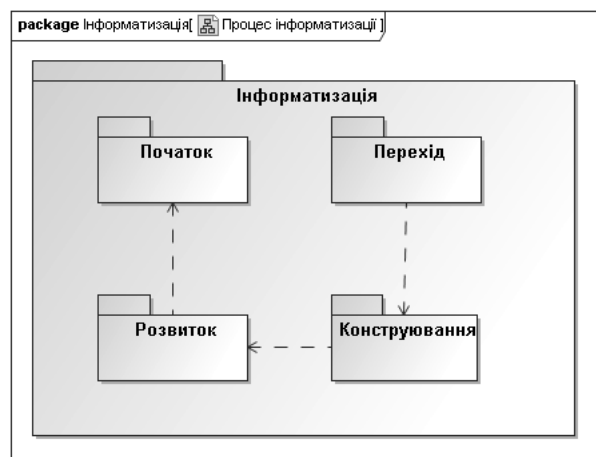


Рис. 3. Метамодель представлення ітеративного процесу виконання проекту інформатизації Орг.С. Діаграма пакетів у нотатції UML

Метамодель дозволяє формувати представлення проекту інформатизації на кожному етапі або фазі реалізації проекту, тобто на всіх стадіях життєвого циклу проекту інформатизації. Вона дає можливість розглядати представлення системного проекту залежно від типу ресурсів: ресурсів входу бізнес-процесу інформатизації, ресурсів виходу бізнес-процесу інформатизації, ресурсів реалізації, власне, самих бізнес-процесів.

На рис. 4 і 5 показано метамодель ітеративного процесу інформатизації Орг.С залежно від ресурсів входу бізнес-процесу інформатизації, ресурсів виходу бізнес-процесу інформатизації та ресурсів реалізації, власне, самих бізнес-процесів.

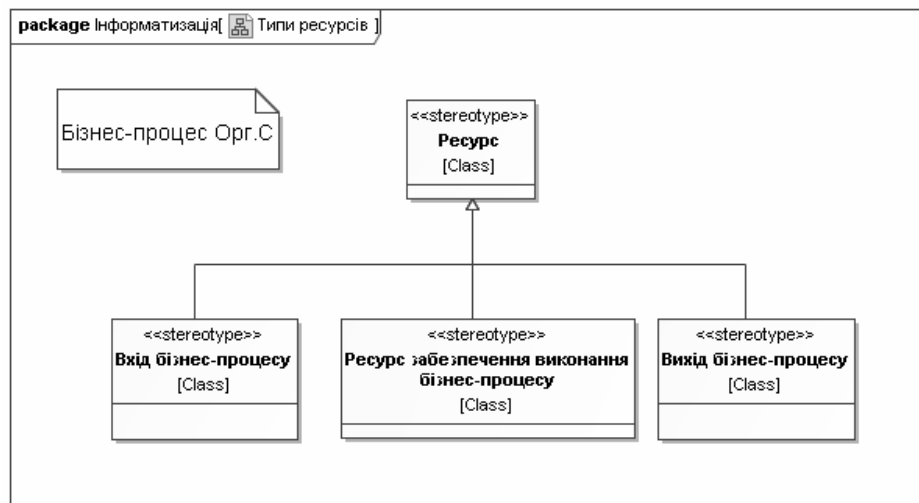


Рис. 4. Метамодель ітеративного процесу інформатизації Орг.С залежно від типу ресурсів. Діаграма класів у нотатції UML

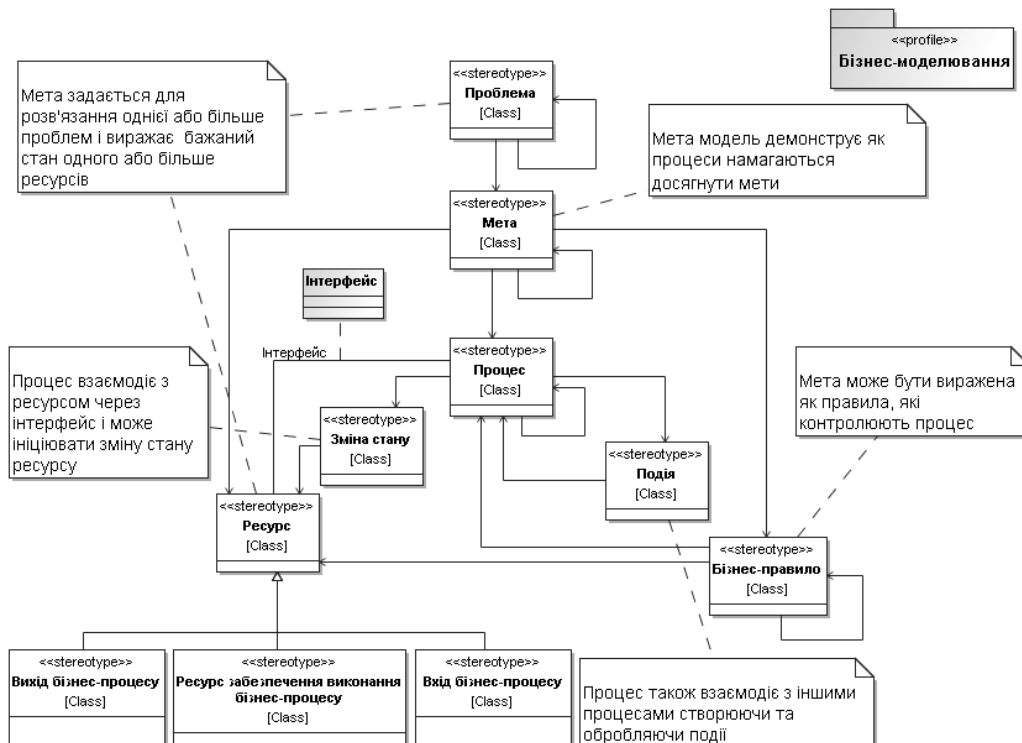


Рис. 5. Метамодель бізнес-моделювання проектів інформатизації Орг.С. Діаграма класів у нотатції UML

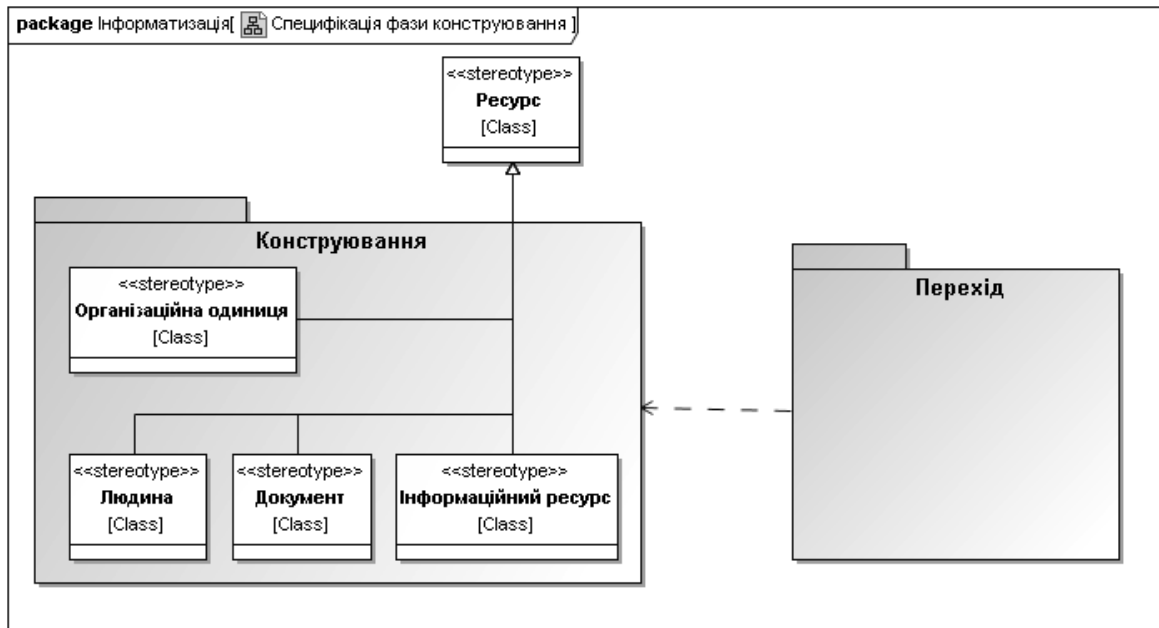


Рис. 6. Метамодель ітеративного процесу інформатизації Орг.С залежно від класу ресурсів інформатизації для фази конструювання проекту. Діаграма пакетів і відношень між ними в нотатції UML

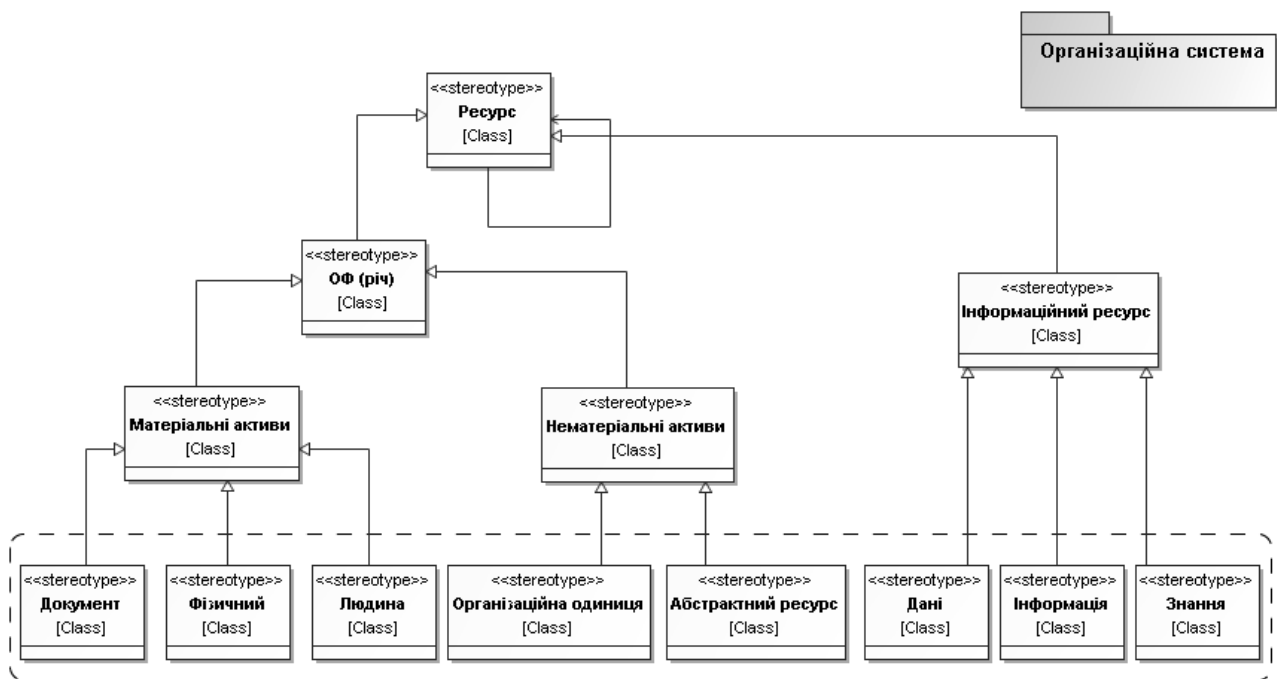


Рис. 7. Модель організаційної структури залежності від класів ресурсів. Діаграма класів в нотатції UML

На рис. 6 показано метамодель ітеративного процесу інформатизації Орг.С залежно від класу ресурсів інформатизації для фази конструювання проекту. Цю метамодель можна поширити і на представлення всіх інших етапів або фаз проекту інформатизації.

Для представлення організаційної системи на рис. 7 наводиться модель організаційної структури залежно від класів ресурсів та їх відношень, які однозначно відображають будь-яку організаційну структуру.

Висновки

Ідея застосування системного аналізу і теорії систем для визначення системного критерію поділу проектів інформатизації на частини не за функціональною ознакою, а за загальносистемними ознаками дозволяє істотно вдосконалити ітеративний процес інформатизації Орг.С і забезпечити представлення проекту інформатизації як системи всіх сутностей і відношень між ними. Таке представлення формується у вигляді загальносистемної специфікації проекту інформатизації.

Тут під визначенням “специфікація” розуміється формалізований опис властивостей, характеристик і функцій об’єктів, компонентів, пакетів та способів і правил їх взаємодії в системі.

Загальносистемна специфікація на весь проект інформатизації є власне моделлю системи інформатизації Орг.С.

Використання системного аналізу і теорії систем для визначення системного критерію поділу проектів інформатизації на частини не за функціональною ознакою, а за загальносистемними ознаками дозволяє застосувати ітеративний процес для реалізації середніх і великих проектів інформатизації Орг.С.

Ітеративний процес із загальносистемним критерієм поділу проекту інформатизації на частини забезпечує:

- поділ проекту на загальносистемні частини, які реалізують визначені групи функцій і, таким чином, забезпечують максимально обґрунтований поділ проекту на етапи;
- врахування всіх сутностей проекту інформатизації;
- масштабованість і розширюваність проекту від ітерації до ітерації в межах одного етапу та при переході від етапу до етапу;
- зберігання загальносистемних рішень попередніх ітерацій і етапів для наступних ітерацій і етапів;
- незалежність процесів розробки і паралельну розробку окремих частин проекту інформатизації;
- інтеграцію окремих частин проекту інформатизації при переході від однієї версії до наступної;
- паралельну розробку необхідної документації з усіх видів забезпечення.

Ітеративний процес із загальносистемним критерієм поділу проекту інформатизації на частини не накладає практично ніяких системних обмежень на застосування систем автоматизації проектування інформаційно-комунікаційних систем, які підтримують UML.

П.П. Маслянюк

СИСТЕМНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИНФОРМАТИЗАЦИИ

Предлагается и исследуется идея применения системного анализа и теории систем для определения системного критерия деления проекта информатизации на части не за функциональным признаком, а за общесистемными признаками, что позволяет существенно усовершенствовать итеративный процесс информатизации организационных систем и обеспечить представление проекта информатизации как системы всех сутностей и отношений между ними.

P.P. Maslyanko

THE SYSTEM DESIGN OF INFORMATIZATION PROCESSES

The study under consideration develops an idea of applying system analysis and theory to define the system criteria for portioning informatization projects, based not only on the functional parameters, but also on the common system parameters. The approach presented in the paper dramatically improves an iterative process of informatization organization systems.

1. *Згуровський М.З., Панкратова Н.Д.* Системний аналіз: проблеми, методологія, застосування. – К.: Наук. думка, 2005. – 743 с.
2. *Панкратова Н.Д.* Загальні тенденції та системні проблеми розвитку інформаційних технологій // Проб-

1. *леми управління та інформатики.* – 1999. – № 1. – С. 59–68
3. *Ericsson H.-E., Penker M.* Business Modeling with UML: Business Patterns at work – Wileu Computer Publishing, 2000.

4. *Unified Modeling Language Specification, Version 2.0.* Object Management Group, Framingham, Mass., 2004. www.omg.org.
5. *Rumbaugh J., Jacobson I., Booch G.* The Unified Modeling Language Reference Manual, Second Edition, by Pearson Education, Inc.
6. *Згуровський М.З., Родіонов М.К., Жиляев І.Б.* Розвиток інформаційного суспільства в Україні. – К.: НТУУ "КПІ", 2006. – 543 с.
7. *Маслянюк П.П.* Основні положення методологій системного проектування інформаційно-комунікаційних систем // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2007. – № 6. – С. 54–60.
8. *Маслянюк П.П.* Концепція інформатизації корпоративних структур // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2001. – № 3. – С.45–50.
9. *Маслянюк П.П.* Технология информатизации корпоративных структур. Ч.1 // Корпоративные системы. – 2001. – № 1. – С. 17–19.
10. *Маслянюк П.П.* Технология информатизации корпоративных структур. Ч.2 // Там же. – № 4. – С. 19–23.
11. *Кватрани Т.* Визуальное моделирование с помощью Rational Rose 2002 и UML / Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2003.
12. *Маслянюк П.П., Майстренко О.С.* Система моделювання бізнес-процесів організаційної структури // Праці XIII Всеукр. наук. конф. "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики". – Львів, 2006. – С. 103.
13. *Маслянюк П.П., Майстренко О.С.* Методології бізнес-моделювання організаційних структур // Вісник КУЕІТУ "Нові технології". – 2007. – № 1-2 (15-16). – С. 175–180.
14. *Маслянюк П.П., Майстренко О.С.* Проблеми та задачі моделювання бізнес-процесів організаційної структури // Вісник Східноукраїнського нац. ун-ту ім. Володимира Даля. – 2007. – № 4. – С. 141–149.
15. *Маслянюк П.П., Майстренко О.С.* Моделювання бізнес-процесів організаційної структури // Там же. – 2007. – № 5. – С. 136–141.
16. *Fowler M.* UML Distilled: A Brief Guide to the Standart Objekt Modeling Language, Third Edition. – Copirigth, 2004. – 200 с.

Рекомендована Радою
факультету прикладної математики
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
27 грудня 2007 року

УДК 581.52

Г.П. Повещенко

ІМПЕРАТИВНИЙ МАНДАТ ЯК ЧИННИК КЕРУВАННЯ**Вступ**

Політична конкуренція в будь-якому суспільстві може набувати різноманітних форм і впливати на перебіг суспільних процесів. В міру своєї надзвичайної динамічності вона збурує економічні, соціальні і культурні (і конкурентні) процеси, адже політичні процеси набагато випереджають інші суспільні процеси за часом і темпоральністю.

Спілкування між прихильниками домінуючих у суспільстві (і, відповідно, в парламенті) X - і Y -політичних ідей є однією з форм конкуренції. Рушійна сила процесу спілкування – це різні контакти між носіями конкуруючих ідей, частота яких впливає на формування симпатій і антипатій. Припускається, що всі учасники процесу спілкування зважають на відповідну змістовну аргументацію. Такі процеси – скоріше, культурне надбання суспільства, ніж явище природи.

Оскільки процеси спілкування значною мірою штучні, то вони повинні мати певні механізми регулювання. Загалом моделювання регуляторних процесів (до речі, занадто впливових в Україні) потребує використання складного математичного апарату розподілених просторових змінних. Але в даному разі мова йде про парламентський процес, коли вплив генетичних процесів, процесів міграції та саморегуляції вже визначені результатами парламентських виборів, тобто йдеться про моделювання поведінки системи в цілому. Тому модель є системою звичайних диференціальних рівнянь.

Прихильники існуючих у суспільстві і в парламенті інших ідей вважаються прихильниками Z -ідеї (“третьої сили”). Така структуризація політичної системи як сукупності ідей цілком прийнятна, якщо в суспільстві панують дві провідні за кількістю прихильників ідеї. Результати парламентських виборів підтвердили, що політичний процес в Україні якраз і характеризується намаганням прихильників двох провідних ідей монополізувати саме свою власну ідею, що практично призводить до біполяр-

ної політичної системи, тобто відбувається витискання “третьої сили” з політичної арени.

Одним із чинників впливу є так званий імперативний мандат (наказ виборців, якого обрана особа чи обраний орган повинні строго додержуватися), тобто жорстке керування політичною групою, наприклад парламентською фракцією. Одні фракції називають таке керування партійною дисципліною, інші – імперативним (владним) мандатом. Єдина різниця полягає лише в тому, що одні визнають його “де-факто”, а інші – “де-юре”. Але суть однакова: керування превалює над спілкуванням.

Постановка задачі

У даній статті на основі математичної моделі спілкування і регуляції [1, 2] як одного з інструментів системного аналізу процесів показано деформацію структури та вимушену неминучість превалювання процесу регуляції над процесом спілкування в парламенті за умов існування “непримиренної опозиції”.

Математична модель

Математична модель має вигляд системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dX}{dt} = \frac{X}{T_p} \frac{YZ_* - Y_*Z}{N^2} + pXY \frac{Z_* - Z}{N^2}, \quad (1)$$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{Y}{T_p} \frac{X_*Z - XZ_*}{N^2} + qXY \frac{Z_* - Z}{N^2}, \quad (2)$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{Z}{T_p} \frac{XY_* - X_*Y}{N^2} - (p+q)XY \frac{Z_* - Z}{N^2}. \quad (3)$$

Тут X (коаліція), Y (опозиція), Z (“третя сила”) – кількість прихильників відповідних ідей у парламенті або чисельність депутатів у відповідних фракціях; $N = X + Y + Z = 450$ – загальна кількість депутатів парламенту (або його “несуча здатність”), яка є постійною; X_* , Y_* , Z_* – координати стаціонарного стану системи (1)–(3) (для нашого парламенту – розподіл політичних сил, навколо якого мало б точитися плідне обговорення); T_p – характерний час обговорення питань і прийняття рішень в парламенті або масштаб часу; t – поточний час; p , q – параметри керування.

Якщо ввести позначення $x = X/N$, $y = Y/N$, $z = Z/N$ – поточні відносні величини (або відсотки) кількості прихильників X -, Y -, Z -ідей (за законом $x, y, z > 3\%$); $\tau = t/T_p$ – зведений поточний час; $k_x = pT_p$; $k_y = qT_p$ – зведені комплексні чинники керування; $x_* = X_*/N$; $y_* = Y_*/N$; $z_* = Z_*/N$ – зведені координати стаціонарного стану, то система (1)–(3) набуває математичного (безрозмірного) вигляду:

$$\frac{dx}{d\tau} = xyz_* - xy_*z + k_x xy(z_* - z), \quad (4)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = x_*yz - xyz_* + k_y xy(z_* - z), \quad (5)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = xy_*z - x_*yz - (k_x + k_y)xy(z_* - z). \quad (6)$$

Математична умова конкуренції (або чинник загальної організації) між прихильниками X -, Y -, Z -ідей має вигляд обмеження

$$x + y + z = 1. \quad (7)$$

Із врахуванням умови (7) можна користуватися системою двох рівнянь

$$\frac{dx}{d\tau} = xyz_* - xy_*(1 - x - y) + k_x xy(x + y - x_* - y_*), \quad (8)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = x_*y(1 - x - y) - xyz_* + k_y xy(x + y - x_* - y_*) \quad (9)$$

або в термінах темпів процесів

$$\text{temp } x = \frac{d(\ln x)}{d\tau} = y(1 - x_* - y_*) - y_*(1 - x - y) + k_x y(x + y - x_* - y_*), \quad (10)$$

$$\text{temp } y = \frac{d(\ln y)}{d\tau} = x_*(1 - x - y) - x(1 - x_* - y_*) + k_y x(x + y - x_* - y_*). \quad (11)$$

Модельовання суспільних процесів із використанням темпів змін пояснюється тим, що багато загальновідомих математичних моделей “живих” систем побудовано саме в термінах темпів. Темпи мають однакову розмірність, що надає можливість для кількісного порівняння розрахунків, оцінок, рішень, висновків тощо.

Зауважимо, що параметри керування визначають ще один (крім x_* , y_* , z_* – точка O_* , рис. 1) стаціонарний стан системи (x_1, y_1, z_1 – точка O_1 , рис. 1) у вигляді

$$k_x = \frac{y_* - y_1 + x_*y_1 - x_1y_*}{y_1(x_1 + y_1 - x_* - y_*)}, \quad (12)$$

$$k_y = \frac{x_1 - x_* + x_*y_1 - x_1y_*}{x_1(x_1 + y_1 - x_* - y_*)}, \quad (13)$$

$$k_x + k_y = \frac{(1 - x_1 - y_1)(x_1y_* - x_*y_1)}{x_1y_1(x_1 + y_1 - x_* - y_*)}. \quad (14)$$

Використання процесів керування змінює фазову структуру системи конкуренції ідей – додається ще один стаціонарний стан. Взагалі система має значно більше стаціонарних станів, ніж O_* і O_1 , але саме вони моделюють такі ситуації, як “згода”, “незгода”, “компроміс” [1, 2].

Ситуація “згода” означає наявність стійкого співвідношення між прихильниками різних ідей як результат цивілізованого суспільного співіснування; “незгода” – нестійке співвідношення між прихильниками різних ідей як принципове невизнання співіснування (щось схоже на наш парламентський сценарій); “компроміс” – когерентне співвідношення між прихильниками різних ідей, навколо якого в обмеженому просторі існують періодичні некритичні для системи відхилення – культура співіснування на основі сприйняття суспільством феномена конкуренції ідей (політичних, економічних, соціальних, культурних).

Відомо, що монополізація однієї ідеї та її підтримання (по суті, руйнування структури системи спілкування) потребують значних витрат ресурсів до існування. Таке марнотратство рано чи пізно призводить до їх дефіциту і, як наслідок, – до чергової “ідейної” зміни.

Надалі введемо такі скорочення: X = БЮТ + + НУНС – загальна кількість депутатів “Блок Ю. Тимошенко” + “Наша Україна–Народна самооборона” (коаліція); Y = ПР + КПУ – загальна кількість депутатів “Партія регіонів + Комуністична партія України” (опозиція); Z = кількість депутатів “Блок Литвина” (“третя сила”); x, y, z – відповідні відносні величини; x_*, y_*, z_* – результат виборів 2007 р. після пропорційного перерозподілу в парламенті.

Модель «коаліція + «третя сила»»

Фазовий портрет парламентського процесу наведено на рис. 1. За нормального спілкування між суб'єктами парламентської діяльності область прийняття рішень у парламенті обмежена прямими $x + y = 0,5$ і $x + y = 1$. Але оскільки існує практично «непримиренна» опозиція (причини такої ситуації не розглядаються), то сфера діяльності коаліції і «третьої сили» надзвичайно обмежена:

$$y = y_* = 202/450 = 0,449, \tag{15}$$

$$\frac{dy}{d\tau} = 0. \tag{16}$$

Це означає, що початкові умови і весь коаліційний процес завжди обмежені умовою (15) від точки $x = 0$ до точки $x = x_*$ через «непримиренну» позицію опозиції. Така позиція практично означає руйнування (або, принаймні, дезінтеграцію – площини в пряму) структури парламентської системи як сукупності ідей (що вказує на її структурну нестійкість), бо рішення парламенту мають бути сумарним результатом конкуренції всіх запропонованих у ньому ідей. Зрозуміло, що коаліція змушена певним

чином реагувати на такі дії опозиції. Оскільки в опозиції діє жорстке керування «де-факто», то коаліція пропонує його узаконити «де-юре» у вигляді імперативного мандата. Врешті-решт, вони діють в один спосіб. Зрозуміло, що етичні аспекти дії імперативного мандата (і «де-юре», і «де-факто») не є предметом моделювання.

Умови (15) і (16) (стаціонарність y) реалізується за допомогою керування на кшталт (13):

$$k_y = \frac{xz_* - x_*z}{x(z_* - z)}, \tag{17}$$

що впливає з (5). Підстановка (17) в (6) визначає поведінку «третьої сили» за умови існування «непримиренної» опозиції:

$$\frac{dz}{d\tau} = -(k_x + 1)y_*x(z_* - z). \tag{18}$$

Отже, на процес прийняття рішення «третьою силою» мають опосередкований (через k_x , x і y_*) вплив і коаліція, і опозиція. Тому вона й «третя», щоб зважати на аргументи обох суперників. За цих умов, як випливає з (8), коаліція діє більш самостійно (опозиція впливає на коаліцію через y_*):

$$\frac{dx}{d\tau} = -(k_x + 1)y_*(x_* - x). \tag{19}$$

А от дії «третьої сили» певною мірою залежать від дій коаліції. Система (18) і (19) визначає фазову траєкторію:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{z - z_*}{x - x_*}, \tag{20}$$

$$z = z_* + \frac{z(0) - z_*}{x(0) - x_*}(x - x_*) \tag{21}$$

у сфері функціонування «коаліція–«третя сила»». Тут $x(0)$, $z(0)$ – початкові умови (кількість депутатів від коаліції і «третьої сили», які пропонують до розгляду певну позицію).

Імперативний мандат у коаліції

Якщо «третя сила» не підтримує коаліцію, то ресурс депутатських голосів коаліції (див. рис. 1) (її «несуча здатність») буде такий:

$$x_* = 1 - y_* - z_* = 228/450 = 0,507. \tag{22}$$

Рівняння еволюції коаліції (розв'язок (19)) має вигляд логістичного рівняння ево-

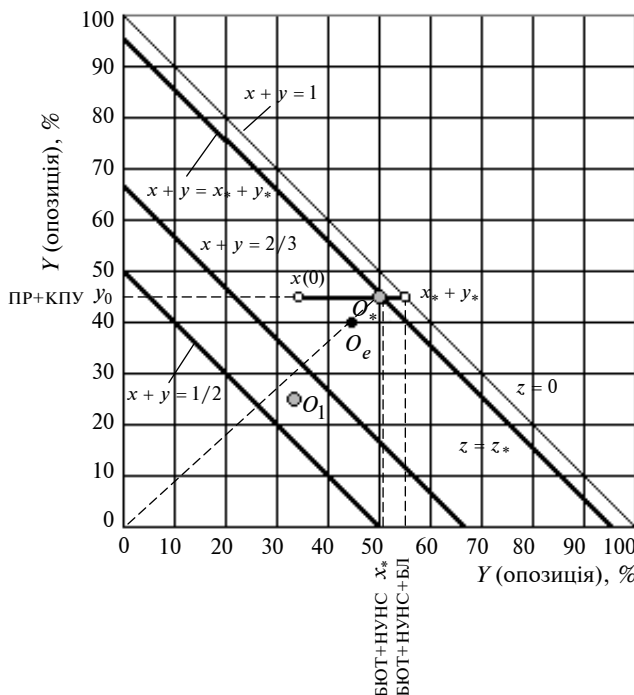


Рис. 1. Фазовий портрет «структури парламенту». Обмеження діяльності коаліції $y_* = \text{const}$; точка O_e – результат виборів 2007 р.

люції популяції за обмежених ресурсів до існування (рівняння Фергюльста [3])

$$x(\tau) = \frac{x_* x(0)}{x(0) + [x_* - x(0)] \text{EXP}[(k_x + 1)x_* y_*(\tau - \tau_0)]}. \quad (23)$$

Тут $x(0)$ – кількість депутатів, які пропонують до обговорення ту чи іншу пропозицію (наприклад, проект закону) в момент τ_0 ; $x(\tau)$ – поточна кількість депутатів, які підтримують пропозицію в процесі її обговорення.

З рівняння (23) випливає, що стійкість коаліційного процесу

$$x \rightarrow x_* \quad (24)$$

можлива лише за умови

$$k_x = pT_p < -1, \quad (25)$$

$$-p > \frac{1}{T_p}. \quad (26)$$

Знак “мінус” в (25) і (26) є предметом домовленості: якщо змінити знак перед k_x в рівнянні (8), то (25) і (26) можна записати у вигляді

$$k_x = pT_p > 1, \quad (27)$$

$$p > \frac{1}{T_p}. \quad (28)$$

Це означає, що для прискорення забезпечення умови (24) чинник керування p – темп дії імперативного мандата – має перевищувати характерний темп обговорення парламентських питань і прийняття рішень $1/T_p$, тобто коаліція змушена діяти таким чином для подолання наслідків умови (15) і (16).

Дію імперативного мандата показано на рис. 2. Видно, що зростання темпу дії імперативного мандата скорочує час прийняття рішень у коаліції – час перетину рівня 50% голосів (точка A відповідає значенню $k_x = -60$; точка B – $k_x = -40$; точка C означає, що за умови $k_x = -20$ час прийняття рішень перевищує характерний час $\tau = t/T_p = 1$). Якщо $k_x = -1$, то

$$x(\tau) = x(0), \quad (29)$$

що означає відсутність підтримки даної пропозиції.

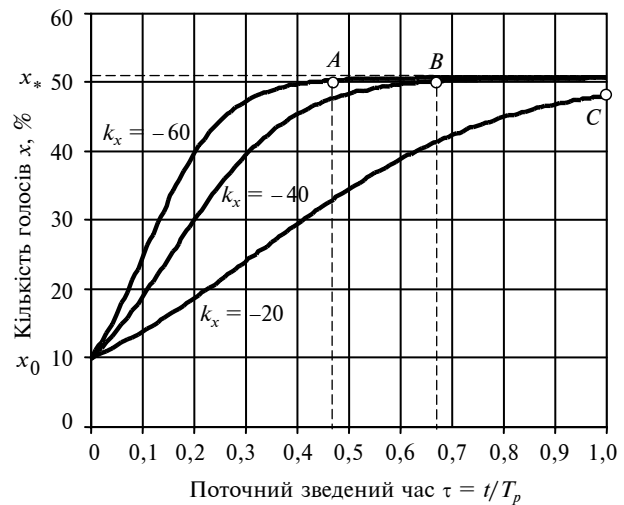


Рис. 2. Процес прийняття рішень у коаліції

Зауважимо, що логістичне рівняння (19) і вираз (23) описують ідею Ч. Дарвіна про виживання “найбільш пристосованих” відповідно до першого принципу теоретичної біології. Згідно з ідеєю Ч. Дарвіна, виживає та популяція, яка ефективніше шукає нові способи експлуатації довкілля, тобто природний відбір працює для популяції, а не для окремої особи. Але застосування логістичного рівняння значною мірою відносно для популяцій (у даному випадку для коаліції), де окремі особи (члени коаліції) мають власний характер, досвід і думку та відіграють свою особливу роль.

Імперативний мандат в об’єднаній коаліції

Розглянемо випадок об’єднання «коаліція + “третя сила”» на умовах імперативного мандата. Обмеженням дії такої коаліції є умова (15) і умова зростання її “несучої здатності”

$$x_* + z_* = 1 - y_* = 0,551, \quad (30)$$

де

$$z_* = 20/450 = 0,044. \quad (31)$$

Процес прийняття рішень згідно з (19) і (23) формалізується у вигляді

$$x(\tau) = \frac{x(0)(x_* + z_*)}{x(0) + [x_* + z_* - x(0)] \times \text{EXP}[(k_x + 1)(x_* + z_*) y_*(\tau - \tau_0)]}. \quad (32)$$

Графічно цей процес показано на рис. 3. Видно, що зростання “несучої здатності” коаліції (30) істотно прискорює процес прийняття рішень.

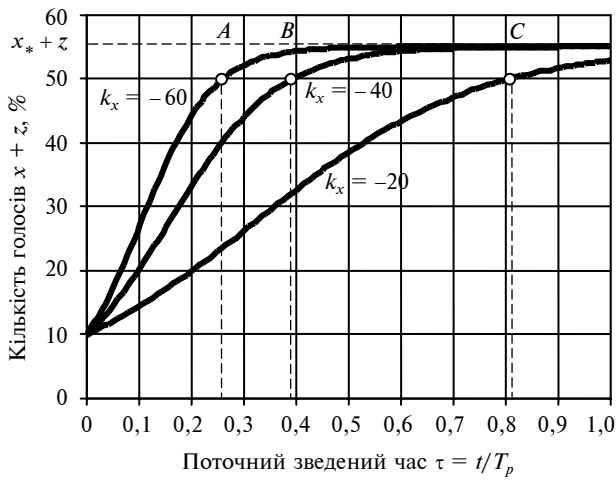


Рис. 3. Процес прийняття рішення в об'єднаній коаліції

Підтримка коаліції “третьою силою”

Підтримка коаліції “третьою силою” – це випадок, коли “третья сила” поділяє певну конкретну позицію коаліції, але діє не за принципом імперативного мандата. Її діяльність обмежена умовою (15) і ресурсом депутатських голосів

$$z_* = 1 - x_* - y_* = 20/450 = 0,044. \quad (33)$$

Процес прийняття рішення коаліцією і “третьою силою” показано на рис. 4. Він визначається системою рівнянь (18) і (19) як сума $x + z$. Порівняння з рис. 3 показує, що об'єднана коаліція, яка діє за принципом імперативного мандата, приймає рішення дещо швидше, ніж у даному випадку. Система (18) і (23) має розв'язок

$$z(\tau) = z_* + \frac{x_* [z(0) - z_*]}{x_* - x(0) + x(0) \text{EXP}[-(k_x + 1)x_* y_*(\tau - \tau_0)]}, \quad (34)$$

де $z(0)$ – кількість депутатів, які пропонують до обговорення певну пропозицію в момент τ_0 ; $z(\tau)$ – поточна кількість депутатів, які підтримують пропозицію в процесі її обговорення і голосування.

Вираз (34) разом з (23) можна також використовувати для визначення суми $x + z$ у тому випадку, коли коаліція і “третья сила” приймають одне скоординоване рішення, але діють самостійно.

Фазовий портрет прийняття рішення наведено на рис. 5. Фазова траєкторія визнача-

ється виразом (21). Прямі лінії означають синхронність голосування в разі домовленості за підтримку. Прийняття рішення фіксується перетином прямої

$$x + z = 0,5. \quad (35)$$

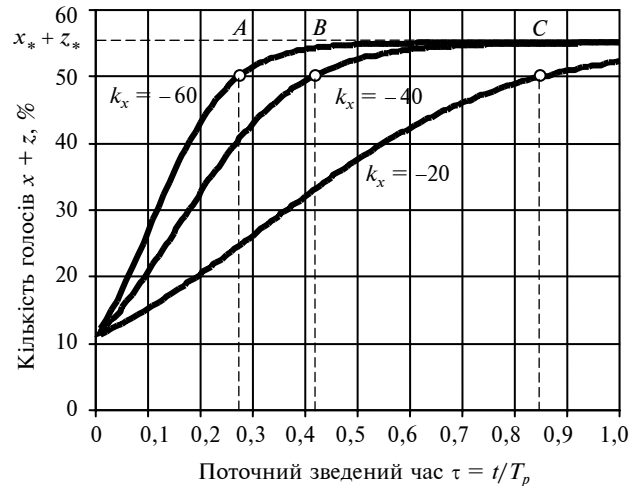


Рис. 4. Прийняття рішення коаліцією і “третьою силою”

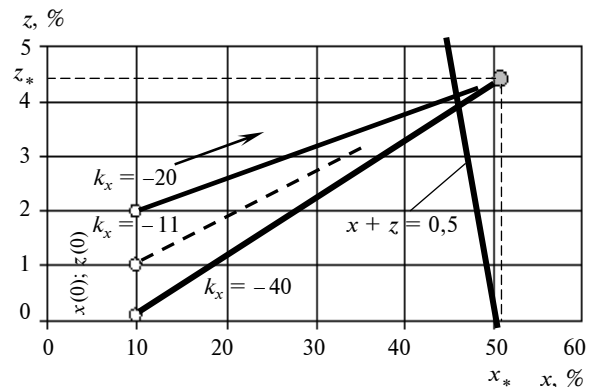


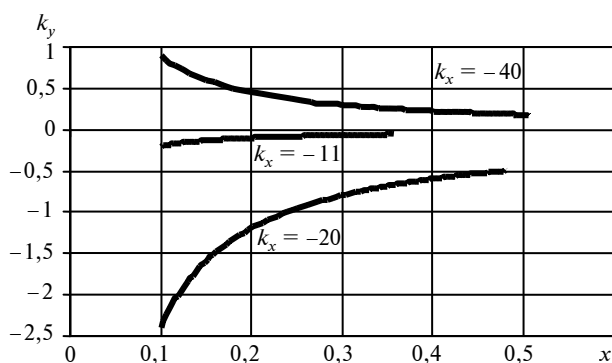
Рис. 5. Фазовий портрет прийняття рішення: - - - - рішення не прийнято; — — — рішення прийнято; — — — рішення прийнято максимумом голосів; — — — напрямок часу

Досягнення точки (x_*, z_*) означає прийняття рішення максимумом голосів. Видно, що найкращий результат одержано при більшому значенні темпу дії імперативного мандата.

Керування опозицією як функція дій коаліції

Розглянемо, яким чином можна виконати умову (15). Згідно з (17) параметр керування $k_y = qT_p$ залежить від змін x і z . Таку залежність показано на рис. 6, який відповідає рис. 5. Очевидно, що темп дії імперативного мандата значно більше за темп керування опо-

зицією, тобто дотримуватися “непримиренності” неважко. Значно складніше в таких умовах керувати діями коаліції. З рис. 6 видно, що для цього необхідне виконання умови



$$k_x + k_y < 0. \quad (36)$$

Рис. 6. Залежність параметра керування опозицією від дії коаліції

Висновки

Створення “непримиренної” опозиції практично руйнує парламентську структуру як сукупність ідей і суттєво обмежує ресурс депутат-

ських голосів для прийняття рішення. Імперативний мандат є реакцією коаліції на “непримиренність” опозиції.

У парламенті, як і в суспільстві, завжди існують стимули до монополізації ідеї та її прихильники. Монополізація ідеї пов’язана з граничними ситуаціями. Протистояння двох провідних ідей є граничним і тому структурно нестійким станом. Його імовірним наслідком може бути структурна флуктуація на зразок “третьої сили”. Конструктивна роль “третьої сили” полягає в підвищенні стійкості системи через підтримку компромісу. Поза компромісом система спілкування як сукупність ідей дезінтегрується.

Процес конкуренції ідей має бути сумарним результатом взаємодії всіх учасників спілкування. Почерговий успіх конкуруючих ідей слід вважати об’єктивним явищем.

Символами нашого часу повинні стати плюралізм і толерантність, що відповідає сценарію “компромис”.

Наведену математичну модель можна застосувати для оцінок динамічних наслідків взаємодії елементів системи спілкування і регуляції.

Г.П. Повещенко

ИМПЕРАТИВНЫЙ МАНДАТ КАК ФАКТОР УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрена возможность математической формализации парламентского процесса конкуренции идей в Украине как взаимодействие процессов общения и регуляции. На основе математической модели показана неустойчивость ситуации “коалиция–опозиция” и вынужденная необходимость императивного мандата как реакция на “непримиримость” оппозиции.

G.P. Poveshchenko

THE IMPERATIVE MANDATE AS A MANAGEMENT FACTOR

This study describes a probabilistic approach to the mathematical formalization of ideas competition in the parliamentary process as an interaction between communication and regulation. The mathematical model presented in the paper elucidates the instability of “coalition–opposition” situation and demonstrates the necessity for the imperative mandate as a reaction to opposition “irreconcilability”.

1. Повещенко Г.П. Динаміка спілкування та регуляції // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2007. – № 3. – С. 125–139.
2. Повещенко Г.П. Граничні ситуації спілкування // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2007. – № 6. – С. 61–71.

3. Николіс Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. – М.: Мир, 1979. – 512 с.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
“Інститут прикладного системного
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
19 листопада 2007 року

МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО ТА МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 669.15/24/784.4.0620.181

М.В. Белоус, Л.П. Гермаш,
О.В. Долянівська, О.П. Кузь

ПРИРОДА МАГНІТНИХ ЕФЕКТІВ ПРИ НАГРІВАННІ ЗАГАРТОВАНИХ СПЛАВІВ Fe–C

Вступ

Аналіз змін намагніченості, наявної при нагріванні загартованих сплавів залізо–вуглець, дає змогу отримати результати, які істотно уточнюють ряд основних положень теперішньої теорії відпуску.

У працях [1–3] встановили, що необернене зменшення намагніченості в межах 20–150 °С викликано виділенням із α_f -мартенситу вуглецю у формі карбиду ε -Fe₃C, тобто процесом



(позначення див. у [3]).

Використання розробленої нами методики розрахунку магнітних ефектів у феромагнетиках [1, 2] дало можливість встановити, що хімічний атомний склад ε -карбиду з точністю до 25 % металоїду описується наведеною формулою; питома намагніченість ε -карбиду практично збігається з питомою намагніченістю цементиту θ -Fe₃C (128 Тл · 10⁻⁴ · см · г⁻¹).

Ще однією істотною особливістю процесу (1) є те, що в ньому задіяна лише частина наявного у сплаві вуглецю: $C_{\varepsilon}/C \cong 0,3$ (C – відсоткова наявність вуглецю в сталі). Іншим (за температурною шкалою) магнітним ефектом відпуску є добре відоме необернене збільшення намагніченості в інтервалі 150–250 °С, яке зумовлене розпадом залишкового аустеніту. Отримані разом з О.В. Григор'євою результати [4] дозволяють стверджувати, що зміна залишкового аустеніту в сталі від 2 до 30 % переважно не впливає на схему фазоутворення при відпуску, а лише трохи розширює область існування γ -фази. Разом з тим, досліджено, що позитивний магнітний ефект розпаду залишкового аустеніту (збільшення намагніченості сплаву) викликає відносно невеликий (приблизно 2 %) необернений спад намагніченості, який, з нашої точки зору, зумовлений утворенням цементиту θ' -Fe₃C (позначення θ' -Fe₃C показує,

що дана цементитна фаза утворена вуглецем, який виділився із гратки κ -мартенситу) за рахунок вуглецю, який виділяється з κ -мартенситу (тобто за рахунок процесу $\{C_{\kappa}\} \rightarrow \{C_{\theta'}\}$).

До моменту завершення другого перетворення при відпуску приблизно 200 °С в попередньо загартованому з γ -області сплаві Fe–C вуглець перебуває в такому стані:

- $\{C_{\kappa}\}$ – вуглець в гратці високовідпущеного мартенситу (κ -фаза [5]);
- $\{C_{\varepsilon}\}$ – вуглець, зв'язаний в карбід ε -Fe₃C;
- $\{C_{\theta'}\}$ – вуглець, зв'язаний в низькотемпературний цементит (θ' -Fe₃C);
- $\{C_{\perp}\}$ – вуглець, зв'язаний з дефектами дислокаційного походження.

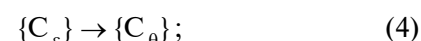
Величини $C_{\kappa}, C_{\varepsilon}, C_{\theta'}, C_{\perp}$ зв'язані рівнянням балансу маси по вуглецю:

$$C_{\kappa} + C_{\varepsilon} + C_{\theta'} + C_{\perp} = 0. \quad (2)$$

В той же час, ці величини входять у вигляді коефіцієнтів при магнітних характеристиках у рівняння, які описують магнітні ефекти. Відповідний аналіз зміни питомої намагніченості загартованої сталі на першій стадії відпуску ми зробили в статті [3]. Отримані результати свідчать, що стан сталі після гартування з γ -області і низькотемпературного відпуску, приблизно 200 °С, характеризується наявністю у сплаві відносно стабільної карбідної фази θ' -Fe₃C, метастабільного κ -мартенситу [1] і вуглецю в стані $\{C_{\perp}\}$, природу якого не встановлено [1].

Всі метастабільні утворення у процесі подальшого нагрівання беруть участь у фазових перетвореннях, які мають багатостадійний характер.

В області температур 250–400 °С утворюється значна кількість рівновісного цементиту θ -Fe₃C. При цьому відбувається як мінімум три процеси:



Наведені схеми ілюструють лише зміни у стані атомів вуглецю при протіканні у сплавах відповідних процесів, але не дають уявлення про фізичні властивості фаз.

Постановка задачі

Схеми (3), (4) і (5) показують лише зміни у станах атомів вуглецю при протіканні у сплавах відповідних процесів. Наприклад, схема (3) відповідає випадку, коли атоми вуглецю з позицій введення в ґратці відпущеного мартенситу (κ -мартенситу) виходять, утворюючи при взаємодії з залізом кристали карбіду ε - Fe_3C . Але ця схема не дає інформації про те, які властивості (магнітні, термодинамічні та ін.) мають фази ε - Fe_3C і $\text{Fe}_\kappa(\text{C})$ і яка їх відносна кількість у сплаві на різних етапах його розвитку (тобто, яка кінетика процесу). Ці питання вирішуються, в принципі, при складанні і розв'язанні системи алгебричних рівнянь, які описують відповідні зміни адитивних характеристик.

У [4] розв'язано задачу природи магнітного ефекту на першій стадії відпуску. Ще раніше М.В. Білоус і О.В. Григор'єва разом із співробітниками зробили аналіз змін намагніченості на другій стадії відпуску, в інтервалі температур 150–250 °С. Було помічено, що зареєстрований експериментально магнітний ефект в цій області є результатом суперпозиції змін намагніченості сплаву при протіканні двох різних процесів, збільшення намагніченості при розпаді залишкового аустеніту і зменшення намагніченості через перетворення ε -карбіду в цементит. При цьому істотним фактором, з точки зору магнітного аналізу, є те, що процес $\{\text{C}_\varepsilon\} \rightarrow \{\text{C}_\theta\}$ не супроводжується зміною намагніченості сплаву при кімнатній температурі [5]. Тому зміна магнітного моменту зразка $\Delta(I_0V_0)$ визначається тільки процесом $\{\text{C}_\perp\} + \{\text{C}_\kappa\} \rightarrow \{\text{C}_\theta\}$.

Стан вуглецю $\{\text{C}_\perp\}$ і $\{\text{C}_\kappa\}$ має різну природу як за "походженням", так і за фізичною суттю ($\{\text{C}_\kappa\}$ – вуглець у відпущеному мартенситі [6] і $\{\text{C}_\perp\}$ – сукупність станів вуглецю у феритній матриці, дефектна структура якої сформована дислокаційними процесами). Чіткого уявлення про природу станів $\{\text{C}_\perp\}$ нема [1]). Але вони проявляють себе однаково в рамках магнітного аналізу: кожен із процесів



і



супроводжується магнітним ефектом при кімнатній температурі (крім того, реєструються

ефекти і при підвищених температурах). Тому доцільно ввести до розгляду нову величину

$$C_Z = C_\perp + C_\kappa. \quad (8)$$

Метою даної статті є вивчення магнітних ефектів, які супроводжуються карбідоутворенням при відпуску сталі за рахунок вуглецю $\{\text{C}_Z\}$.

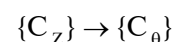
Основні теоретичні положення і отримані результати

Очевидно, що C_Z – повна відносна кількість вуглецю, який на певній стадії відпуску не утворює карбідних фаз. Наші дані, отримані при дослідженні швидкісного електровідпуску, і результати (7) показали, що, за попередніми оцінками, величина C_Z/C може досягати приблизно 0,3С [1, 7]. Для того щоб отримати дані про величину C_Z/C у звичайних умовах (нагрівання і охолодження з швидкістю 4–5 °С за хвилину), слід використовувати те, що процес $\{\text{C}_\varepsilon\} \rightarrow \{\text{C}_\theta\}$ не змінює намагніченість при кімнатній температурі.

Розглядати процес утворення фази θ - Fe_3C можна, виходячи з відповідних міркувань.

В результаті протікання процесу $\{\text{C}_Z\} \rightarrow \{\text{C}_\theta\}$ у сплаві утворюється $15 \cdot 10^{-2} M_0 C_Z$ г карбіду θ - Fe_3C , кожен грам якого має питому намагніченість σ_θ . До того, як відбувається процес $\{\text{C}_Z\} \rightarrow \{\text{C}_\theta\}$, атоми заліза, наявні в цьому процесі, входили до складу α -фази (в об'ємах матеріалу, який прилягає до скупчень атомів вуглецю (кластерні утворення), α -фаза є дефектним феритом. На інших ділянках сплаву α -фаза – κ -мартенсит. У рамках магнітного аналізу ці дві моделі описуються законом простого розчинення $\sigma(C) = \sigma_0(1 - C \cdot 10^{-2})$ [1]).

З цих міркувань безпосередньо виходить, що зміна магнітного моменту сплаву масою M_0 визначається при розвитку процесу



співвідношенням

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha 15 C_Z \cdot 10^{-2} M_0 - \sigma_\alpha C_Z \cdot 10^{-2} M_0 - \\ - \sigma_\theta 15 C_Z \cdot 10^{-2} M_0 = K \Delta_Z, \end{aligned} \quad (9)$$

де Δ_Z , згідно з процесом, що розглядається, – зміна показів магніметра, K – коефіцієнт пропорційності. Для того щоб виключити K із розрахункових формул, треба розділити (9) на рівняння, яке описує магнітний ефект у точці Кюрі цементиту

$$15C \cdot 10^{-2} \sigma_{\theta} M_{\theta} = K \Delta_{\theta}, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\sigma_{\alpha} 14}{\sigma_{\theta} 15} - 1 \right) \frac{C_Z}{C} = \frac{\Delta_Z}{\Delta_{\theta}}, \quad (11)$$

$$\frac{C_Z}{C} = \frac{\Delta_Z}{\Delta_{\theta}} \frac{1}{\left(\frac{\sigma_{\alpha} 14}{\sigma_{\theta} 15} - 1 \right)}.$$

Розрахунки за (11) із врахуванням залежності σ_{θ} від наявності марганцю (3) дали для середнього значення $\left\langle \frac{C_Z}{C} \right\rangle$ величину 0,4. Оскільки $C_Z = C_{\perp} + C_{\kappa}$ і $C_{\kappa} \sim 0,1$, то $\langle C_{\perp} \rangle \sim 0,3$, що узгоджується з гіпотетичною оцінкою, зробленою в [7].

Результати, наведені на рис. 1 і 2, показують, що в умовах неперервного нагрівання із швидкістю кількох градусів за хвилину процес $\{C_Z\} \rightarrow \{C_{\theta}\}$ відбувається з помітною швидкістю починаючи з 320–330 °С.

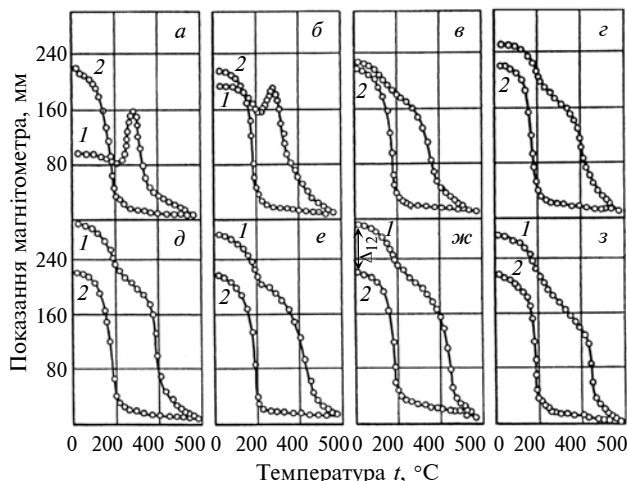


Рис. 1. Термомагнітні криві повторного нагрівання сталі У10: а – 3 хв; б – 5; в – 10; г – 20; д – 30; е – 45; ж – 60; з – 120 хв. Попередня термічна обробка – гартування 900 °С, відпуск 250 °С і витримка

В умовах ізотермічного відпуску при температурі 250 °С перші ознаки протікання про-

цесу, що розглядається, з'являється після десятихвилинної витримки: точка 1, що визначає після витримки величину питомої намагніченості сплаву, знаходиться вище точки 2, яка відповідає стану “ферит + цементит”. Відрізок Δ_{12} на шкалі магніметра (див. рис. 1) є величиною магнітного ефекту, процесу, що аналізується – переходу атомів заліза із κ -мартенситу і вуглецевих скупчень у карбід θ -Fe₃C. При цьому, очевидно, виконується співвідношення (9).

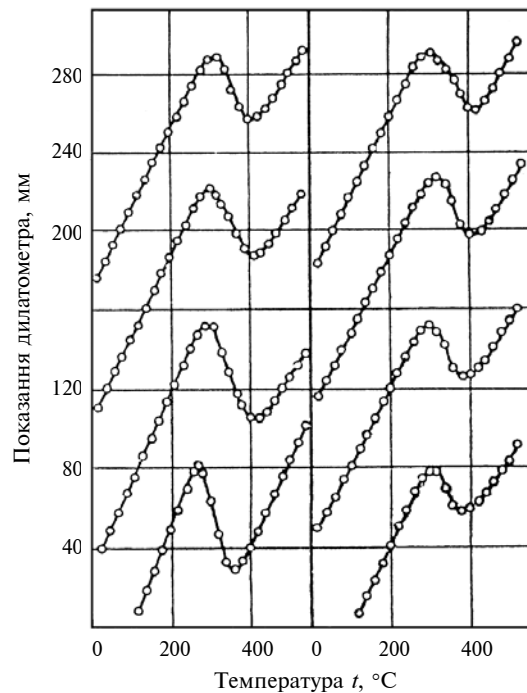


Рис. 2. Дилатограми сталі У10, попередньо загартованої і відпущеної при температурі 250 °С

Двогодинна витримка при температурі 250 °С зменшує магнітний момент зразка $\Delta_Z(I_0V_0)$ на шкалі магніметра. Це зумовлено тим, що в міру протікання процесів (6) і (7) обидва джерела вуглецю для формування фази θ -Fe₃C поступово виснажуються.

Висновки

1. Магнітний ефект на першій стадії розпаду тетрагонального мартенситу зумовлений виділенням із α_{γ} -фази ε -карбіду заліза ε -Fe₃C.
2. Утворення цементиту θ -Fe₃C при відпуску загартованих сплавів Fe–C відбувається за рахунок трьох процесів:

- перетворення ε -карбіду в цементит θ -Fe₃C в температурному інтервалі 250–400 °С супроводжується зниженням намагніченості сплаву, вимірної в цій області;

- утворення цементиту θ -Fe₃C при виділенні вуглецю з κ -мартенситу в інтервалі температур 200–250 °С супроводжується зменшенням намагніченості сплаву, але кінцевий експериментально зареєстрований ефект є збільшенням намагніченості, викликаній розпадом залишкового аустеніту.

- виникнення цементиту ε -Fe₃C за рахунок взаємодії із залізом вуглецю, який утворив

кластери на стадії старіння мартенситу, і за рахунок вуглецю, який зберігся в ґратці κ -мартенситу; температурний інтервал –320–600 °С; магнітний ефект – необернене зменшення намагніченості.

3. Отримані дані про природу магнітних ефектів у сплавах Fe–C дають змогу проаналізувати зміни інших адитивних властивостей і отримати додаткові дані про процеси фазових перетворень при відпуску загартованих сталей.

М.В. Белоус, Л.П. Гермаш, О.В. Доляновская, А.П. Кузь

ПРИРОДА МАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРИ НАГРЕВЕ ЗАКАЛЕННЫХ СПЛАВОВ Fe–C

Методом построения дискретных циклических терромагнитных кривых проведен анализ магнитных эффектов при нагреве закаленных железо-углеродных сплавов. Установлены температурные интервалы изменения намагниченности, которые соответствуют различным стадиям образования относительно стабильного карбида железа-цементита.

M.V. Belous, L.P. Germash, O.V. Dolyanivska, O.P. Kuz

THE NATURE OF MAGNETIC EFFECTS AT HEATING OF QUENCHED ALLOYS Fe–C

The research described in this paper focuses on the magnetic effects analysis in the heating process of iron-carbon alloys, employing the discrete cyclic magnetic method in the strong fields. Specifically, we investigated the temperature intervals of magnetization change, matching different stages of iron carbides formation.

1. Белоус М.В. Закономерности формирования карбидных и нитридных фаз при отпуске в сплавах железа: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – К., 1972. – 42 с.
2. Белоус М.В., Черепин В.Т., Васильев М.А. Превращения при отпуске стали. – М.: Металлургия, 1973. – 328 с.
3. Білоус М.В., Гермаш Л.П., Долянівська О.В. Дослідження процесу карбідоутворення в сплавах залізо–вуглець на основі вимірювань і розрахунків магнітних і теплових ефектів відпуску // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2006. – № 4. – С. 19–23.
4. Григор'єва О.В. Магнітні ефекти при фазових перетвореннях в сплавах на основі заліза: Fe–B, Fe–Si–B, Fe–C: Автореф. дис. ... канд. фіз-мат. наук. – К.: 2004. – 21 с.
5. Сельвуд Г. Магнетохимия. – М.: Изд-во иностр. литры, 1958. – 434 с.
6. Курдюмов Г.В., Утевский Л.М., Энтан Р.И. Превращения в железе и стали. – М.: Наука, 1977. – 236 с.
7. Могутнов Б.М., Томилин Н.А., Шварцман А.А. Термодинамика сплавов железа. – М.: Наука, 1984. – 328 с.

Рекомендована Радою
інженерно-фізичного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
29 жовтня 2007 року

УДК 621.375.826:621

В.П. Котляров, Пуря Аламалходай,
Є.В. Ярмоленко, М.І. Анякін

ОСОБЛИВОСТІ ПРОЕКТУВАННЯ ОПЕРАЦІЙ ЛАЗЕРНОЇ ОБРОБКИ ДЕРЕВИНИ

Вступ

У деревообробній промисловості для різки заготовок і криволінійних деталей застосовуються стрічкопилні і лобзикові верстати, призначені для прямолінійного розпилювання дошок, брусків, щитів і листових матеріалів по лінійці і криволінійних – по розмітці або шаблону. Хоч швидкість різання досить велика, однак складність контуру, що вирізується, обмежена мінімальною шириною стрічки-пилки або лобзика (10 мм), а обхід контуру звичайно виконується вручну. Тому, незважаючи на високу лінійну швидкість різання (до 9 м/хв), продуктивність операції низька. Недоліком цієї операції є й те, що кінцеву доробку кромки необхідно виконувати шліфувальним кругом. Вручну також здійснюється й об'ємне фрезерування на копіювально-фрезерних верстатах конічними фрезами. Тому складність малюнка потребує праці кваліфікованого оператора. Наскрізні отвори і пази виконуються також ручним способом – свердлінням або довбанням з копіюванням форми і розміру інструмента у виробі.

Позитивний досвід використання лазерного випромінювання для виготовлення виробів із металів [1] і пластмас [2] припускає ефективність його застосування в перерахованих вище операціях деревообробки в промисловості і меблевому виробництві. Крім того, розробка нових операцій лазерної технології при виробництві конструкційних і декоративних дерев'яних елементів дозволить розширити номенклатуру і якість продукції. Так, об'ємне гравіювання поверхні елементів меблів замінить ручні операції різьблення по дереву механообробкою, що дозволить поєднати якість індивідуального виробництва з продуктивністю серійного. Необхідно зазначити, що лазерна технологія вискоєфективна також при обробці пресованих деревних матеріалів (ДСП, ДВП, OSB, картону, паперу, фанери) та клеєних (столярних і шпонованих дошок). Щоправда, проектування технологічних операцій лазерної обробки деревини і по-

хідних матеріалів утруднюються деякими обставинами:

- розмаїтістю операцій (контурним різанням листових заготовок, поверхневим гравіюванням, формуванням об'ємних малюнків на поверхні виробу);
- розмаїтістю оброблюваних матеріалів (типом деревини, видом заготовки, її родоводом і станом) і відсутністю достовірних даних про їх обробку пучком лазерного випромінювання;
- анізотропією властивостей деревних конструкційних матеріалів;
- високою схильністю матеріалів до окислювання (горіння) при нагріванні.

У названих умовах у традиційному алгоритмі проектування технологічної операції [3] має бути етап розробки додаткових методів і засобів її реалізації.

Постановка задачі

Метою досліджень є розв'язання таких задач, як виконання експериментальних досліджень операцій лазерного контурного різання виробів із деревини для одержання достовірних даних про їх оброблюваність, розробка експрес-методики вибору режиму лазерного контурного різання листових заготовок, розробка методу контурної різки виробів з керуванням поперечною формою різу та станом його стінок.

Результати експериментальних досліджень лазерного різання деревини

Оскільки мета експериментів – визначення залежностей основних показників технологічної операції від керованих параметрів процесу різання, то вони виконані за традиційною (однофакторною) методикою, тобто з послідовною варіацією цих параметрів.

При впливі лазерного випромінювання на речовину з метою здійснення технологічного ефекту можна виділити три групи параметрів, які визначають умови взаємодії та остаточний результат обробки.

Перша група параметрів характеризує теплофізичні властивості матеріалу заготовки: теплопровідність k ; теплоємність c ; температуру випаровування T_B і горіння T_G ; густину ρ ; питому теплоту випаровування L_B ; коефіцієнт відбиття A ; показник поглинання α .

Друга група параметрів характеризує оптичні, енергетичні і часові параметри лазерного випромінювання: довжину хвилі λ , потужність P (при імпульсній подачі випромінювання – енергію E , тривалість імпульсів τ і частоту їх подачі), що визначає інтенсивність теплового потоку I_p , а отже, і густину його потужності в матеріалі $W_p = AI_p$, де A – коефіцієнт поглинання деревини випромінювання.

Третя група параметрів визначає технологічні умови виконання процесу обробки: швидкість переміщення заготовки V ; діаметр сфокусованого пучка d_0 ; рід, тиск p і швидкість технологічного газу в струмені V_r , діаметр сопла d_c , що направляє потік газу в зону обробки; зазор між соплом і оброблюваним матеріалом z_c ; положення фокальної площини щодо поверхні заготовки ΔF .

Залежно від умов опромінення лазерна обробка деревини може бути заснована на різноманітних механізмах руйнування і видалення матеріалу із зони обробки, наприклад випаровування, горіння, термодеструкція тощо. Оскільки питома теплота випаровування деревини надто низька ($L_b \approx 5,4$ кДж/кг), то цей вид руйнування є переважаючим і починається він вже при густинах потужності теплового потоку $W_p \geq 10^3$ – 10^4 Вт/см², тому легко досягається за безперервного режиму опромінення.

Результати лазерної обробки оцінюються такими показниками:

- контурне різання – шириною різі b , його поперечною формою або кутом нахилу стінок, а також якістю поверхні останніх (кольором, наявністю сажі);
- поверхневе гравіювання – шириною b і глибиною h контурної лінії, їх стабільністю в межах поля малюнка (коефіцієнтами варіації v_b і v_h);
- об'ємне гравіювання – якістю поверхні малюнка (кольором, наявністю сажі).

Експериментально досліджено вплив керованих параметрів різання (потужності P , швидкості переміщення заготовки V , її положення в каустиці пучка випромінювання ΔF) на основні показники операції (товщину заготовки, яка якісно розрізається, глибину h , ширину b і форму різі, оцінювану за різницею його ширини на вході випромінювання $b_{вх}$ і на ви-

ході із заготовки $b_{вих}$ для різних видів деревини при безперервній подачі енергії. Незмінними підтримувалися такі параметри обробки, як довжина хвилі випромінювання ($\lambda = 10,6$ мкм), розмір пучка на поверхні заготовки ($(d_0(d_f) = 0,3$ мм), параметри газового струменя (тип і тиск газу, розмір сопла і його положення над заготовкою). CO₂-лазер (ГЛ-1,5) був вибраний через високий коефіцієнт поглинання деревини теплового випромінювання ($A = 0,6$ – $0,9$), а також через придатність для всіх видів операцій просторових і енергетичних параметрів пучка випромінювання (робота на TEM₀₀-моді, кут розходження $\Theta = 0,0015$ рад, діаметр $D = 19$ мм, керований діапазон потужності випромінювання $P = 100$ – 1500 Вт).

При різанні заготовок із дуба різної товщини (рис. 1) було проведено оцінку вірогідності розрахункових залежностей, використовуваних для прогнозування результатів різання [4]. Дані обчислювальних експериментів, які зображено на графіках, істотно відрізняються від експериментальних. Це може бути пояснено і анізотропністю теплофізичних властивостей деревини через різну щільність зимових і літніх її шарів, що не відбилося в розрахункових залежностях.

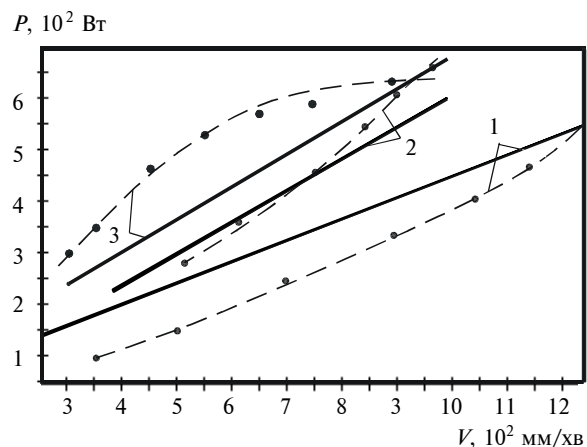


Рис. 1. Результати різання дошки з дуба товщиною: 1 – 15 мм; 2 – 25 мм; 3 – 30 мм; ——— розрахунок; - - - - експеримент

Помітно відрізняються режими обробки для деревини різних порід (рис. 2). Майже у всьому діапазоні досліджень ($P = 100$ – 500 Вт) дуб більш стійкий до впливу випромінювання, однак при потужності понад 250 Вт цінна деревина розрізається повільніше.

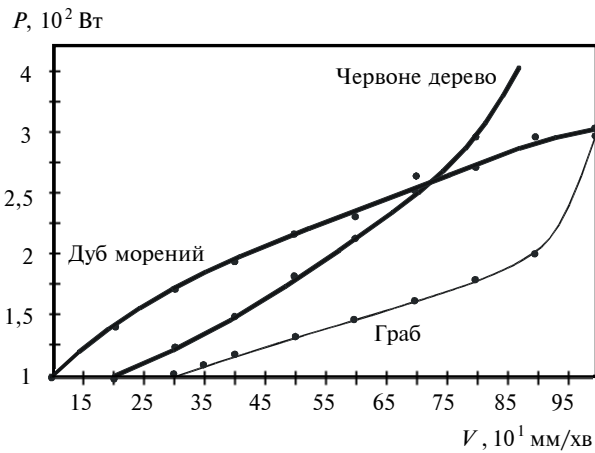


Рис. 2. Параметри розрізання деревини різних порід (товщина $\delta = 10$ мм)

Похідні дерев'яні матеріали (ДСП, ДВП, фанера, картон) більш однорідні за своєю структурою, а значить, вони ізотропні, тому розрахункові методи могли б стати основою проекту-

вання режимів обробки при наявності даних про їх теплофізичні характеристики для заготовок різного ступеня вологості. На рис. 3 показано залежності параметрів обробки (потужності P і швидкості V) від товщини заготовки δ та виду матеріалу. Необхідно зазначити, що такі різні за технологією виготовлення і механічними властивостями дерев'яні матеріали, як картон, ДСП і ДВП розрізаються при однакових режимах опромінення (рис. 3,б). Це можна пояснити наявністю в їх сполучі значної кількості клейової речовини (епоксидної смоли) і їх більшою густиною порівняно з фанерою, що підтверджується меншою швидкістю розрізування за інших однакових умов, ніж останньої (рис. 3,а) і натуральних матеріалів (див. рис. 2). До речі, ламінування заготовки призводить до ускладнення процесу розрізування.

Форма і розмір пучка випромінювання в межах товщини заготовки також впливають на параметри її розрізування. При цьому керуван-

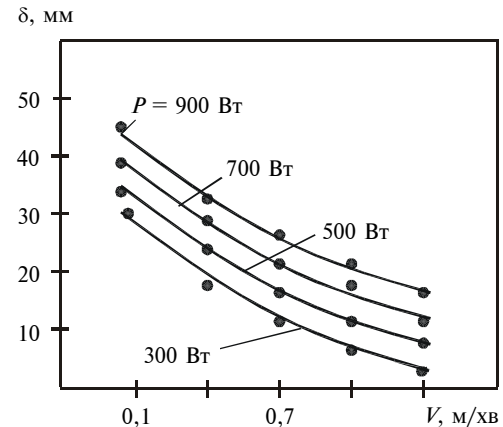
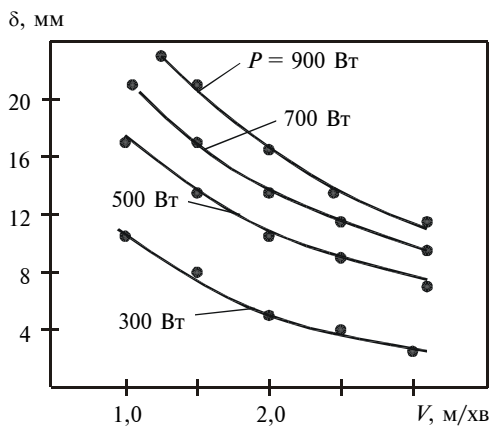
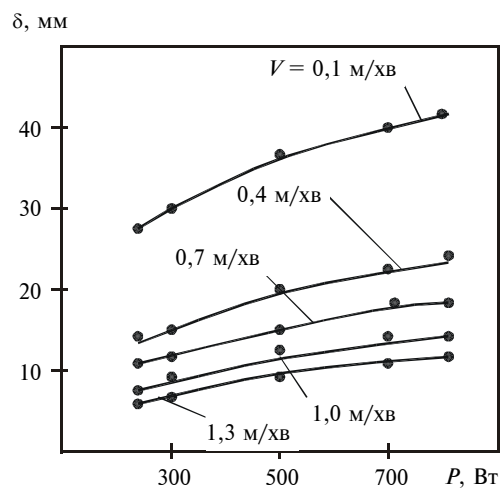
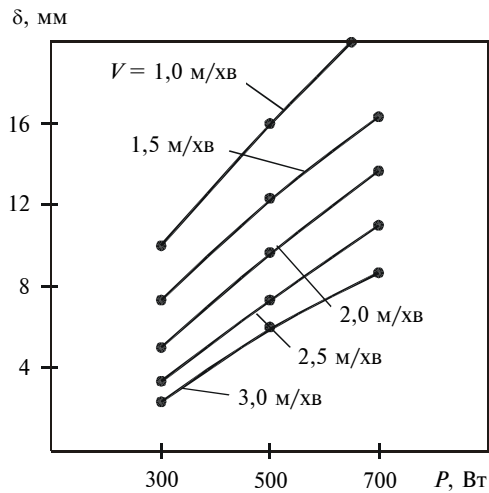


Рис. 3. Параметри розрізання штучних дерев'яних заготовок різної товщини: а – фанера марки ФСФ; б – ДВП, ДСП

ня поперечною формою різку може здійснюватися тими ж самими параметрами процесу обробки (P і V), причому різ із паралельними стінками ($b_{вх} = b_{вих}$) можна одержати певним сполученням потужності випромінювання та швидкості різання.

Якісні результати досліджень процесу контурного гравіювання

Поверхнєве гравіювання виконується в рас-тровому режимі або при обході променем контуру малюнка. Для досягнення необхідного рівня чіткості пучок випромінювання концентрується на ділянці поверхні заготовки мінімального розміру, випромінювання подається імпульсно, а руйнування матеріалу відбувається через його горіння для досягнення необхідної контрастності. Додатковим параметром керування глибиною елементів малюнка може бути кількість проходів.

Об'ємне гравіювання виконується видаленням матеріалу з поверхні заготовки в межах малюнка, обмеженого накладною маскою, розташованою над поверхнею заготовки на відстані 0,5–2 мм залежно від її твердості і матеріалу маски. Розміри і форма малюнка на масці та на заготовці ідентичні. Видалення матеріалу здійснюється послідовним скануванням пробілів малюнка на масці пучком випромінювання, перетвореного в лінію з інтенсивністю не менше 10^3 Вт/см². Руйнування в режимі сублімації (без окиснювання) залишає слід у вигляді малюнка певної глибини без зміни кольорів матеріалу в його межах. Обробка на режимі випаровування (в окисному середовищі, при більшому рівні інтенсивності випромінювання на поверхні заготовки) залишає відбиток у вигляді малюнка темних кольорів через наявність сажі (таблиця).

Рельєф поверхні малюнка на заготовці яскраво виражений тільки у хвойних порід дерев (рис. 4) через значну різницю у щільності зимових і літніх шарів. На деревині з більш рівномірною щільністю структури (березі, грабові, дубові, цінній деревині) поверхня малюнка рівніша і гладкіша.

Щоб збільшити глибину малюнка для вибраного виду руйнування матеріалу (сублімації або горіння), треба застосовувати обробку в кілька проходів, оскільки зміна потужності випромінювання або швидкості обробки (сканування променем) може призвести до зміни механізму руйнування, а значить, і зовнішнього вигляду малюнка.

Таблиця. Параметри об'ємного гравіювання

Потужність випромінювання P , Вт	Швидкість сканування V , мм/хв	Характеристика поверхні малюнка на заготовці із сосни
800	1000	Темна, з глибоким рельєфом структури дерева
600	1000	Темна, рельєф структури дерева неглибокий
600	1500	Світла, рельєф структури дерева неглибокий



Рис. 4. Приклад об'ємного гравіювання сосни

Експрес-метод експериментального вибору режимів контурного різання

Визначені вище обставини, які пояснюють неможливість проектування режимів обробки по аналітичних моделях процесу, а також з огляду на практичну багатокритеріальність технологічного завдання дозволяють стверджувати, що пошук оптимального набору параметрів обробки може виконуватися за одним з алгоритмів експериментальної оптимізації [5]. За умов впливу великої кількості параметрів на результати обробки обсяг таких досліджень буде значний, що економічно може бути виправдане в багатосерійному виробництві. При частій зміні технологічних завдань рекомендується використовувати експрес-метод вибору умов контурного різання [6], заснований на експериментально встановленому взаємозв'язку напрямку витікання струменя технологічного газу через наскрізний різ з якістю його стінок —

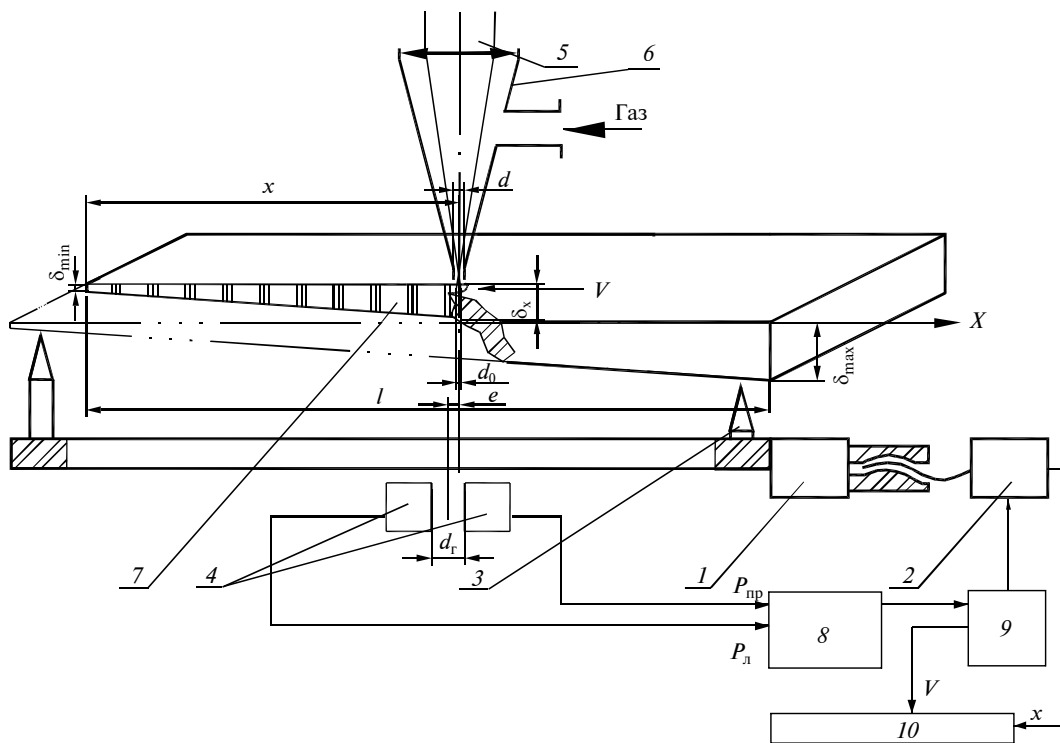


Рис. 5. Схема експрес-методу визначення оптимального режиму газолазерного різання виробів з листа різної товщини (l – стіл ЛТУ; 2 – привід столу; 3 – опори; 4 – датчики тиску; 5 – пучок випромінювання; 6 – система фокусування променя; 7 – заготовка змінної товщини у вигляді клина; 8 – вимірювач; 9 – процесор; 10 – плоттер; $P = \text{const}$; $d_0 = \text{const}$; $V = \text{Var } y$)

при оптимальних результатах різання вісь струменя зміщується на величину $e = 0,5(d_0 - d_r)$ від осі пучка випромінювання проти напрямку різання (d_0 – діаметр пучка випромінювання на поверхні заготовки, d_r – діаметр струменя на нижньому боці заготовки (рис. 5)). Клиноподібну заготовку з матеріалу виробу, в якій мінімальна і максимальна товщина вибрані з набору товщин заготовок, що будуть розрізатися, розміщують на столі лазерне технологічне устаткування (ЛТУ) клином уздовж напрямку подачі V . Нерухомо щодо системи фокусування 6 під заготовкою розміщують два пневматичних датчики 4 на відстані d_r один від одного із зсувом центра проти напрямку різання на величину e щодо осі променя. Установка працює в адаптивному режимі: вибирається рівень потужності випромінювання, необхідний для розрізування заготовки найбільшої товщини, а швидкість подачі V змінюється процесором 9 залежно від реальної товщини заготовки для того, щоб забезпечити витікання робочого струменя газу в зазор d_r між датчиками 4 і впливати на кожний із них мінімально і одна-

ково. Зіставляючи послідовність миттєвих значень швидкості різання V з переміщенням x від початку різання, можна встановити залежність $V = f(\delta_x)$ при відомій клиноподібності зразка $k = (\delta_{\max} - \delta_{\min})/l$ (l – довжина заготовки в напрямку клина): $\delta_x = \delta_{\min} + kx$.

На рис. 6 показано такі залежності, які отримано при різанні заготовки з мореного ду-

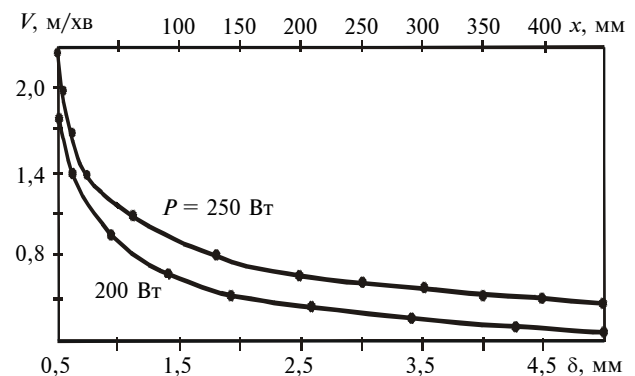


Рис. 6. Експериментальні залежності швидкості різання заготовок різної товщини з дуба випромінюванням CO_2 -лазера різної потужності (технологічний газ – повітря); $d_0 = 0,35$ мм; $P = 0,25$ МПа

ба завдовжки 450 мм із клиноподібністю $k = (5,0-0,5)/450 = 10$ на технологічній установці ТЛ-1,5 для потужності пучка випромінювання $P = 200$ і 250 Вт. Таким чином, увесь діапазон товщини матеріалів, що будуть розрізатися (у прикладі $\delta \in 0,5-5,0$ мм), нормується за один перехід різання модельного зразка. Щоб досліджувати технологічні можливості установки, необхідно виконати стільки розрізів, на скільки рівнів розбитий її діапазон потужності.

Якщо в ЛТУ не передбачено плавне керування швидкістю подачі стола V , то запропоновану методику можна використати для побудови залежності $P = f(\delta_x)$ для постійної подачі. В цьому випадку вибирається швидкість, яка необхідна для розрізування клиноподібної найтоншої заготовки випромінюванням вибраної потужності; процесор 9 (рис. 5) керує режимом роботи блока живлення лазера, плавно збільшуючи рівень вихідної потужності променя по мірі збільшення товщини заготовки для забезпечення оптимального процесу операції різання, що контролюється тиском на датчиках 4.

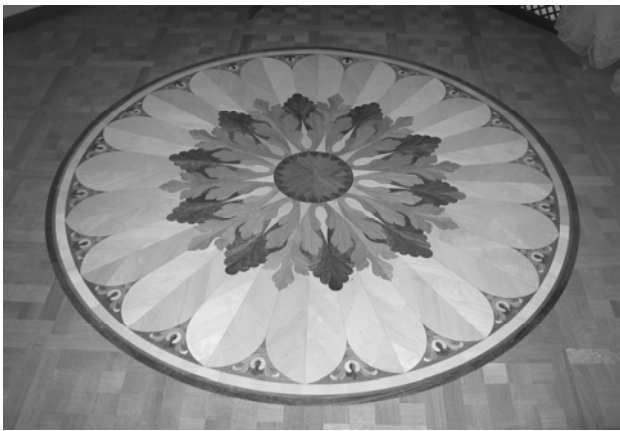


Рис. 7. Фрагмент підлоги палацу ляльок (м. Київ)

Розроблений метод широко використовується в практиці НП "Будинок паркету" при проектуванні розкрійних операцій для листових матеріалів (ДСП, ДВП, столярної дошки, деревини різних порід, пластика тощо). Приклад розрізаної деревини різних порід показано на рис. 7.

Керування кутом нахилу кромки виробу після лазерного вирізання

У лазерній технології звичайним є використання симетричних, перетворених оптичними елементами пучків випромінювання, які одержують за співвісним розташуванням пучка випромінювання і елемента. Поперечна форма різки при цьому також симетрична й залежить від умов опромінення (F та ΔF) і товщини заготовки δ . Надалі кромка виробу може доопрацьовуватися для виконання подальших операцій обробки кромки, наприклад обклеювання стрічкою, склеювання аркушів у коробчасту конструкцію, зокрема упакування. Якщо виріб має складний контур, то додаткова операція повинна виконуватися на верстатах з чотирьохкоординатним відносним переміщенням різального інструмента і заготовки (дві кутові і дві лінійні координати). Лазерна технологія дозволяє виконувати контурне вирізування листових виробів з одночасною підготовкою їх кромки під складальну операцію. Такі властивості надаються стінкам різки при використанні пучка випромінювання з несиметричним позовжнім профілем, який можна одержати, нахилиючи пучок випромінювання до осі оптичного елемента або зміщуючи його щодо останнього (розміщуючи з ексцентриситетом e) (рис. 8). Лінза, яка перетворює пучок 3, установлена з радіальним зсувом e щодо осі пучка випромінювання, що збільшує його перекручуваннями через прояв додаткових до сферичної абераций. Для підтримки високої ефективності процесу обробки в цьому випадку слід оптимізувати параметри перетворювальної системи та умови опромінення по мінімальному розміру пучка в горловині його каустики, щоб досягти максимальної концентрації лазерної енергії.

Для розрахунку розмірів каустики також необхідно враховувати сферичну аберацию і розходження пучка, тобто використовувати теорію абераций третього порядку.

Для обробки з найбільшою ефективністю необхідно розвивати в зоні опромінення найбільший рівень інтенсивності, що досягається при розміщенні заготовки в найбільш щільній частині каустики. Для цього потрібно визначити її положення із врахуванням зсуву, викликаного ексцентричним проходженням пучка через лінзу.

Поперечна сферична аберация у фокальній площині ексцентричної лінзи є змінною величиною, тому що крайні промені пучка випромінювання перебувають на різних відстанях h від осі лінзи. Параксіальний промінь I після переломлення лінзою описується рівнянням прямої лінії

$$Z = -(h/F + P_{\text{д}} h^3 / F^3)x + h, \quad (1)$$

а набір прямих із периферійної частини променя можна описати рівнянням каустичної поверхні 2

$$Z = 2P_{\text{л}} x [(F - x)/3P_{\text{л}} x]^{3/2}, \quad (2)$$

де $P_{\text{л}} = P^*/2$ ($P^* = [\alpha_2 / (1/n_2 - 1)]^2 \alpha_2 / n_2$; α_2 – тангенс кута нахилу периферійного променя після переломлення на першій оптичній (сферичній – для рис. 8) поверхні лінзи, яка має радіус r_1 ; $\alpha_2 = F(n_2 - 1)/(r_1 n_2)$; n_2 – показник переломлення матеріалу лінзи.

Таким чином, хід променів після лінзи описується двома рівняннями: прямої 1 – рівнянням (1) і кривої 2 – рівнянням (2). Положення точки x_0 переходу прямої лінії в каустичну криву (рис. 8) визначається рівнянням

$$x_0 = [h - 2P_{\text{л}} h^3 / (F^2 + 3P_{\text{л}} h^3)] F^3 / (h^2 + P_{\text{л}} h^3). \quad (3)$$

За допомогою рівнянь (1), (2) і (3) можна знайти поперечні розміри пучка випромінювання в будь-якій довільній площині, перпендикулярній осі лінзи.

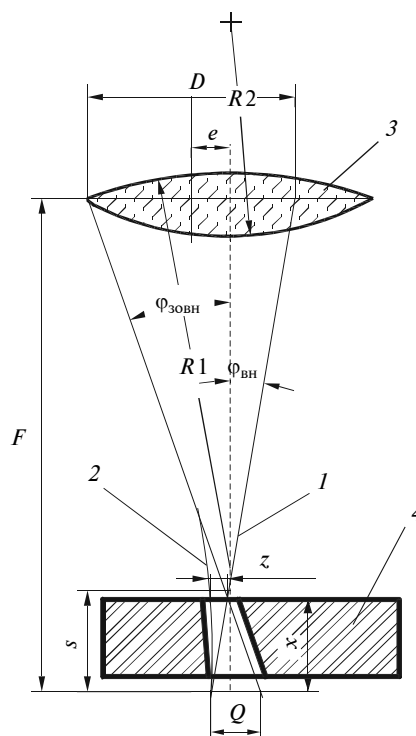


Рис. 8. Перетворення пучка випромінювання, вісь якого ексцентрично розташована осі лінзи

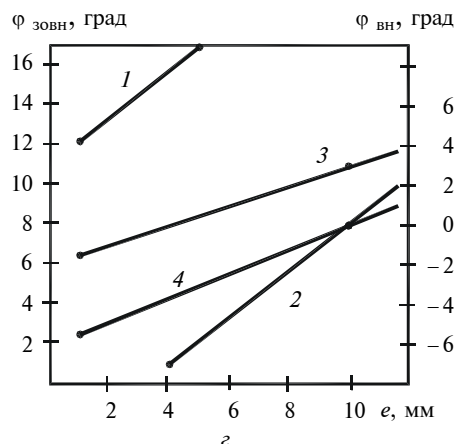
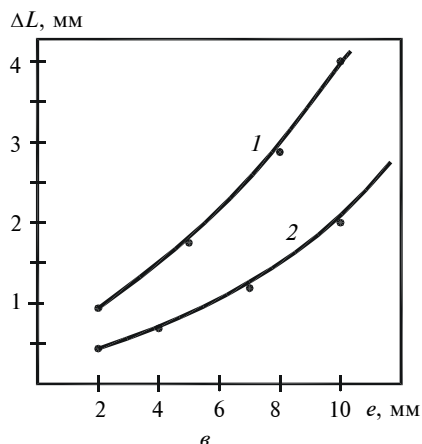
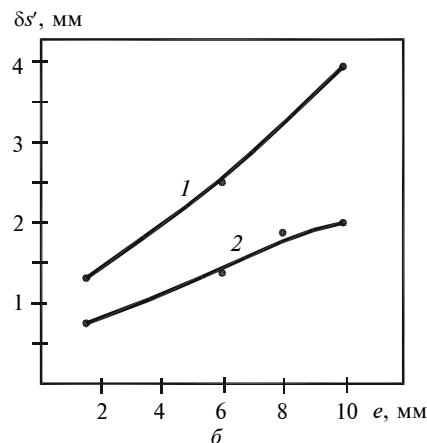
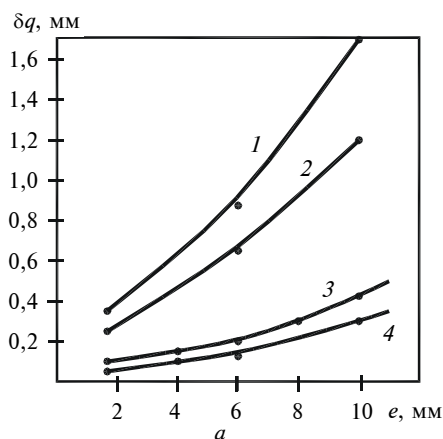


Рис. 9. Розміри каустики пучка випромінювання, який перетворено ексцентрично розташованою лінзою

У розрахунку (за розробленим алгоритмом) використано вихідні дані, що відповідають застосованій установці ТЛ-1,5: довжина хвилі 10,6 мкм; діаметр пучка $D = 19$ мм; оптична система використовує два об'єктиви з $F = 50$ і 100 мм; величина ексцентриситету $e = 2-10$ мм із кроком 2 мм.

За результатами розрахунків побудовані залежності, зображені на рис. 9. На рис. 9,а показано вплив величини ексцентриситету e на поперечну сферичну аберацию для лінз із $F = 50$ мм (криві 1 і 2) і 100 мм (криві 3 і 4), причому 1 і 3 показують зростання поперечної аберации в площині зміщення, а 2 і 4 – у площині, нормальній до неї. Як видно з цього рисунка, розходження абераций у двох перерізах пучка мале, тобто область найбільшої концентрації енергії близька до циліндра. На рис. 9,б видно вплив величини e на поздовжню сферичну аберацию: 1 – для $F = 50$ мм і 2 – для $F = 100$ мм, а на рис. 9,в показана залежність зсуву мінімального за розміром перерізу каустики фокальною площиною лінзи (1 – для $F = 50$ мм, а 2 – для $F = 100$ мм).

Зміна кутів нахилу крайніх променів, що визначають нахил кромки різки, визначається фокусною відстанню лінзи F і ексцентриситетом e . На рис. 9,г криві 1 і 2 відповідають лінзі з $F = 50$ мм, а 3, 4 – з $F = 100$ мм, причому криві 1 і 3 стосуються найбільш віддаленого кута $\varphi_{\text{зовн}}$, а криві 2 і 4 – ближнього – $\varphi_{\text{вн}}$, що лежать у площині зсуву лінзи.

Аналіз отриманих залежностей показує, що основним параметром, який впливає на кут φ , є фокусна відстань F . Для формування кромки з більшим нахилом однієї з них (на заготовці) необхідно використовувати короткофокусні лінзи.

Засоби додаткового підвищення ефективності лазерної обробки деревини

Для зменшення залежності якісних і кількісних результатів обробки від поглинальних властивостей поверхні заготовки можна нівелювати різницю в коефіцієнті поглинання A через рівень і напрямку її шорсткості, наявності нерегулярних слідів бруду, масла покриттям поверхні теплопровідним матеріалом, що добре поглинається. Однак це приносить відчутний ефект лише в тому випадку, якщо покриття наноситься оперативним, без додаткової операції і тільки в зону обробки, незалежно від склад-

ності контуру, що вирізується. Цим вимогам відповідає метод нанесення газової сажі безпосередньо в зону різання через сопло спалюванням газу, який вміщує в себе вуглець, в режимі неповного згоряння (при недостатці кисню, коли коефіцієнт надлишку окислювача становить $\alpha \ll 1$) [7]. Такий режим досягається підмішуванням в газ інертних добавок або відповідним підбором режиму подачі газу (тиску, витрати, діаметра сопла і його положення над заготовкою).

Схильність дерев'яних матеріалів до самозаймання накладає певні обмеження на режими обробки. Однак можна використати цю властивість матеріалу для економного його розрізання з використанням тепла екзотермічної реакції горіння без помітного зниження якісних показників операції (ширини й форми різки, стану його поверхонь). Це досягається за рахунок доопалювання продуктів сублімації дерева в порожнині різки подачею в неї кисню. У цьому випадку є небезпека автогенного розвитку операції, якої можна уникнути обдуванням порожнини неактивним газом (CO_2 , N_2 або інертним), причому частота зміни газу f зв'язана з швидкістю різання та тепловими властивостями матеріалу [8] формулою

$$f = V^2/a,$$

де a – температуропровідність матеріалу.

Висновки

Виконані експериментальні дослідження процесу лазерної обробки деревини дозволяють зробити відповідні висновки і визначити стан і перспективи застосування лазерних технологій у виготовленні промислових виробів з дерева і меблів.

1. Залежність оброблюваності деревини випромінюванням лазера від її виду, походження, стану і напрямку обробки не дає можливості сподіватися на застосовність аналітичних методів проектування технологічних операцій, виключається користь у розробці подібних моделей.

2. Якісні результати лазерної обробки деревини визначаються вибраним механізмом її деструкції – сублімація або горіння, що залежить від рівня густини енергії в зоні обробки. Це викликає необхідність використання для керування розмірними результатами обробки в режимі сублімації повторних проходів пучка випромінювання вздовж зони обробки.

3. Щоб уникнути залежності якості обробки поверхні від випадкових змін режиму опромінення, рекомендується обробку відповідальних виробів виконувати в захисному середовищі з неактивного газу, наприклад газу, який подається вздовж осі променя в зону обробки.

4. Використання асиметричних каустик лазерного променя дозволяє впливати на вигляд перерізу різь, тобто виконувати розрізання лис-

тів з одночасним формуванням потрібного нахилу кромок у виробі.

5. Широке й ефективне застосування лазерної технології при виготовленні виробів із деревини в умовах ринкових відносин показує цінність методу і може бути приводом для розробки нових операцій з несподіваними якісними і кількісними ефектами.

В.П. Котляров, П. Аламалходай, Е.В. Ярмоленко,
Н.И. Анякин

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКИ ДРЕВЕСИНЫ

Проанализированы преимущества и результаты наиболее используемых операций лазерной обработки изделий из дерева и возможности аналитического проектирования режимов обработки. Разработаны экспресс-метод проектирования режимов обработки для операций контурного резания и технология одновременного формирования кромок изделия, определены пути управления качеством объемной контурной гравировки изделий. Приведены результаты экспериментальных исследований рассмотренных операций и примеры их выполнения.

V.P. Kotlyarov, P. Alamalhodaiei, Ye.V. Yarmolenko,
M.I. Anyakin

THE SPECIFICITY OF OPERATIONS DESIGN IN LASER MACHINING OF WOOD

In this paper, we address the advantages and results of the commonly used laser machining wood operations as well as the possibilities for the analytical design of operation modes. We also develop the express method for the selection of operation modes for contour cutting and the technology of piece edge simultaneous forming. In addition, the research results and examples are provided.

1. Коваленко В.С., Романенко В.В., Олещук Л.М. Малоотходные процессы резки лучом лазера. – К.: Техніка, 1987. – 112 с.
2. Григорьянц А.Г., Соколов А.А. Лазерная обработка неметаллических материалов. – М.: Высш. школа, 1988. – 192 с.
3. Справочник по технологии лазерной обработки / В.С. Коваленко, В.П. Котляров, В.П. Дятел и др. – К.: Техніка, 1985. – 168 с.
4. Стрижев А.Т. Применение лазерных установок для резания древесных материалов. – М.: Машиностроение, 1987. – 188 с.
5. Коваленко В.С., Котляров В.П., Дятел В.П. Применение лазеров в машиностроении. – К.: Вища шк., 1988. – 162 с.
6. А.с. СССР №1756075 В23к 26/00. Способ определения режимов лазерной резки заготовок различной толщины / В.П. Котляров, В.П. Царук. – Оpubл. 22.04.1992 г.
7. А.с. СССР №809731 В23к 26/12. Способ обработки материалов лазерным излучением / В.П. Котляров, В.С. Коваленко, В.В. Романенко. – Оpubл. 3.10.1980 г.
8. А.с. СССР №1202176 В23к 26/16. Способ газолазерной резки горючих материалов / В.П. Котляров, В.С. Коваленко, В.В. Романенко. – Оpubл. 1.09.1985 г.

Рекомендована Радою
Механіко-машинобудівного інституту
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
26 листопада 2004 року

УДК 538

С.В. Горобець, О.Ю. Горобець,
О.М. Било, Ю.О. Кузнєцов

ВПЛИВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕС ТРАВЛЕННЯ СТАЛІ У ВОДНОМУ РОЗЧИНІ АЗОТНОЇ КИСЛОТИ

Вступ

Використання магнітних полів (МП) в електрохімічних процесах має широке застосування, зокрема, впливає на процеси осадження або розчинення металів [1–3], поліпшує масопередачу в комірках тощо.

Встановлено, що більшість електрохімічних реакцій можуть бути піддані динамічним нестійкостям [4], і що, при відповідних умовах ці нестійкості викликають бістабільну поведінку [5]. Проте самоорганізація електрохімічних систем може впливати і на їх просторову структуру. В електрохімії розчинення металевих зразків кислотним розчином є класичним прикладом створення просторової структури. Коливальний характер процесу травлення спостерігається при розчиненні металів (наприклад, кобальту і заліза) [5–7], а також при електрокаталітичному окисленні платинового дискового електрода мурашиною кислотою [8]. В окремих випадках на утворення просторової структури може істотно впливати явище металевої пасивації [4], що полягає в утворенні на поверхні металу тонкої оксидної плівки, яка перешкоджає подальшому розчиненню [9].

Дослідження металів на корозійну стійкість проводиться з середини 80-х років ХХ ст. [10], при цьому найбільш актуальним є вивчення процесів локальної корозії нержавіючої сталі в азотній кислоті [11].

Вплив МП на процес травлення металів в електролітах досліджено в працях [2, 12–14]. Детальні експерименти в цій галузі стосуються міді [2]. Було показано, що залежно від значень напруженості зовнішнього МП і концентрації азотної кислоти магнітне поле може прискорювати або уповільнювати корозію міді. В працях [13, 15] пояснюється механізм впливу МП на процес травлення в електролітах. Проте в них не враховано впливу на травлення феромагнітних металів доменної структури матеріалу і пружної анізотропії, які є істотними.

Постановка задачі

Метою даної статті є дослідження процесу травлення сталі під впливом МП у розчині азотної кислоти з врахуванням наявності доменної структури та напрямку прокату. Розглядається вплив МП на процес травлення пластин сталі в розчині азотної кислоти для різних випадків взаємної орієнтації вектора напруженості МП та напрямку прокату. Також досліджується вплив МП на процес травлення пластин сталі в розчині азотної кислоти після попередньої дії змінного МП на сталеві пластини.

Експеримент з процесу травлення

Дослідження проводилися на установці, яка складається з електромагніта, системи візуалізації і комп'ютера (рис. 1). Електромагнітна система складається з двох котушок, які з'єднані послідовно і створюють однорідне МП напруженістю від 0 до 3500 Е між полюсами. Кювета, всередині якої розташований зразок, заповнюється 15 мл електроліту та розміщується між полюсами електромагніта.



Рис. 1. Установка для дослідження процесів травлення в магнітному полі

Для виготовлення зразків використовувалась сталь марки 65Г, ГОСТ 14959–79, розрізана на пластини розміром 25 × 20 × 0,18 мм. Для формування ділянки травлення пластини було

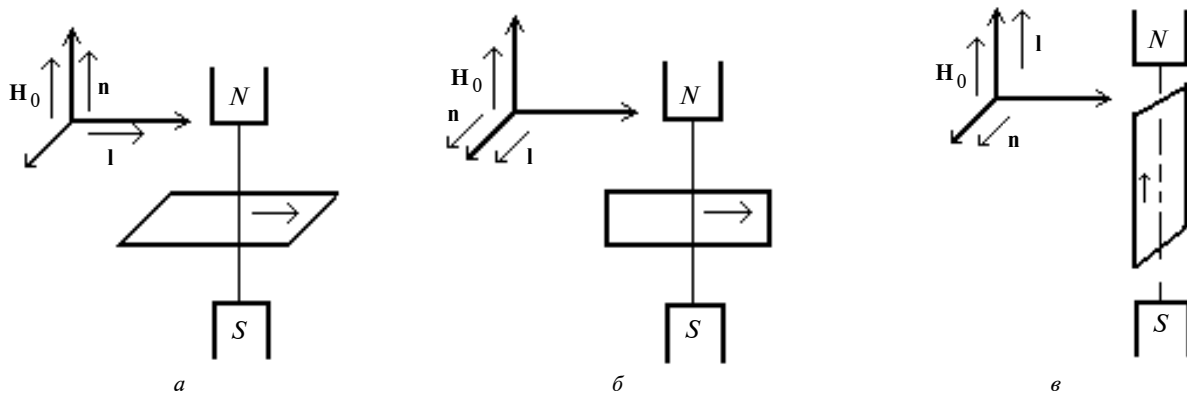


Рис. 2. Схематичне положення пластини під час експерименту: *a* – горизонтально; *б* – вбік; *в* – вниз (H_0 – вектор напруженості МП; l – напрямок прокату; n – вектор нормалі до поверхні зразка)

покрито нітролаком товщиною 10 мм. Маса пластин вимірювалась на аналітичних терезах, точність яких 10^{-4} г. Кожне значення стравленої маси сталі було усередненим результатом вимірювань для дев'яти зразків, при цьому напруженість МП становила 1000 Е. Максимальний час експерименту дорівнював 50 хв, що привело майже до повного витравлення зразка. Похибка вимірювань не перевищувала 5 %. Для зняття впливу залишкової намагніченості, яка могла виникнути в зразках при механічній обробці, вони вносились у змінне МП, що поступово зменшувалося від 500 Е до нуля.

Схематичне положення пластини під час експерименту показано на рис. 2.

В результаті експерименту було отримано часові залежності маси стравленої сталі для різних випадків взаємної орієнтації вектора напруженості МП H_0 і напрямку прокату l . Напрямок вектора l визначався за допомогою оптичного мікроскопа МИКМЕД-5 (рис. 3).

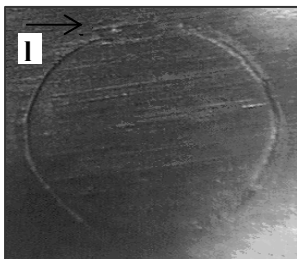


Рис. 3. Напрямок прокату зразків

Для дослідження впливу на процес травлення температури середовища, яке оточує зразок, експеримент було проведено при кількох значеннях температури. Травлення здійснювалось при температурах 1–10 і 20–26 °С. Відмінність між масами стравленої сталі при про-

веденні експериментів, в яких температури середовища перебували у двох зазначених діапазонах, не перевищувала 3 %. Разом з тим, під впливом МП маса стравленого матеріалу збільшувалась понад 20 %. З огляду на це, термостакування при дослідженні процесу травлення в МП не проводилось.

Результати досліджень і їх обговорення

На рис. 4 показано часові залежності маси стравленої сталі для випадку, коли вектор напруженості зовнішнього МП перпендикулярний напрямкові прокату і паралельний векторові нормалі до поверхні зразка (див. рис. 2, *a*). На рис. 4, *a* показано залежності для зразків, на які попередньо не впливали змінним МП, при наявності зовнішнього постійного МП (крива 1) та без нього (крива 2). З цього рисунка видно, що швидкість травлення при наявності МП періодично змінюється, внаслідок чого травлення має коливальний характер. Це пов'язано з тим, що в ході експерименту по чергово відбуваються три процеси: травлення, осадження і пасивація. На графіку з даними процесами пов'язані ділянки збільшення, зменшення та незмінності маси стравленої сталі. Крива 2, яка відповідає травленню сталі без МП, має менш виражений коливальний характер і на ній не спостерігається різких піків.

На рис. 4, *б* наведено часові залежності маси стравленої сталі для зразків, попередньо підданих впливові змінного МП, при зовнішньому МП (крива 1) та без нього (крива 2).

Результатом дії змінного МП на зразок є перебудова його доменної структури, при цьому напрямок прокату не змінюється. Порівняння кривих 2 на рис. 4, *a* і 4, *б* показує, що травлення в цих двох випадках відбувається

подібним чином. Разом з тим, криві 1 на цих рисунках мають значні відмінності (різні амплітуди і періоди коливань), що свідчить про істотний вплив доменної структури на процес травлення. Оскільки доменна структура, яка визначає тензор розмагнічувальних коефіцієнтів [16], залежить від форми зразка, то результат впливу МП на травлення сталі може також залежати і від форми зразка.

На рис. 5 показано часові залежності маси стравленої сталі для випадку, коли напрямок прокату перпендикулярний вектору напруженості зовнішнього МП і вектору нормалі до поверхні зразка (див. рис. 2,б). На рис. 5,а по-

дано ці залежності для зразків, на які попередньо не впливали змінним МП, при наявності зовнішнього постійного МП (крива 1) та без нього (крива 2). З цього рисунка видно, що процес травлення при наявності МП, як і в попередньому випадку, має коливальний характер. Характерною відмінністю кривої 1 від попереднього випадку (див. рис. 4) є зменшення швидкості травлення в області $t = 30$ хв. На кривій 2 є ділянки, на яких маса стравленої сталі зменшується. Їх існування викликано осадженням стравленого матеріалу на зразок.

На рис. 5,б наведено часові залежності маси стравленої сталі для зразків, попередньо

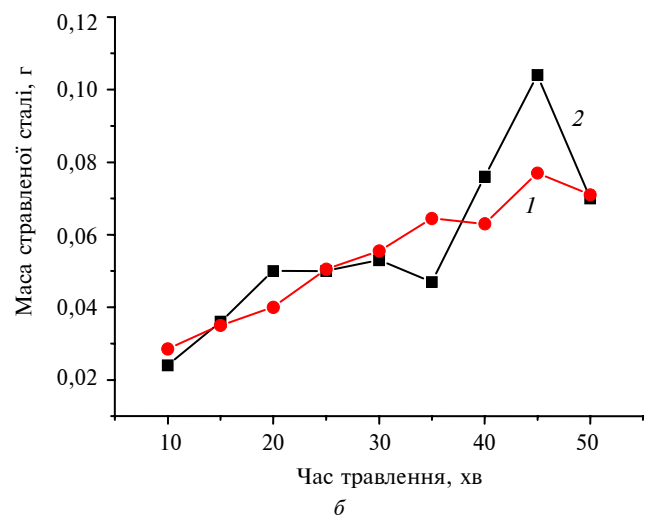
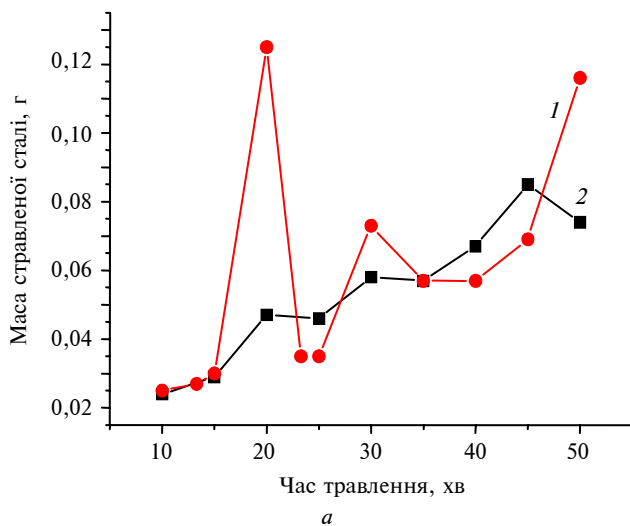


Рис. 4. Залежності маси стравленої сталі від часу травлення: а – для зразків, на які попередньо не впливали змінним МП; б – для зразків, попередньо підданих впливу змінного МП; крива 1 – МП; крива 2 – без МП

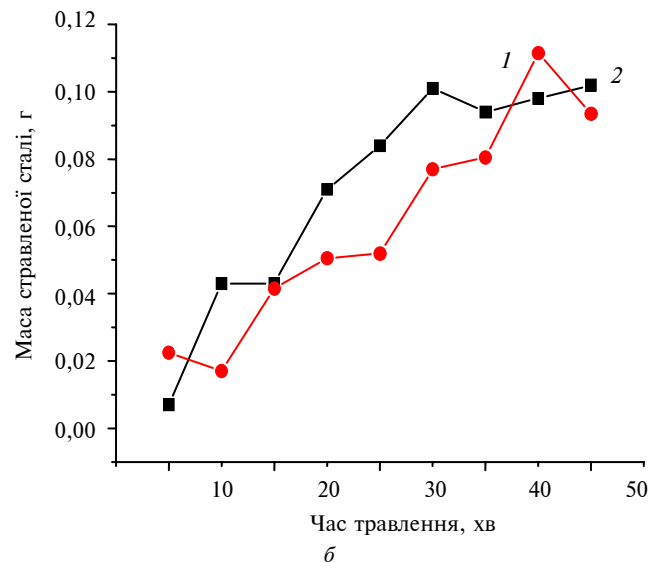
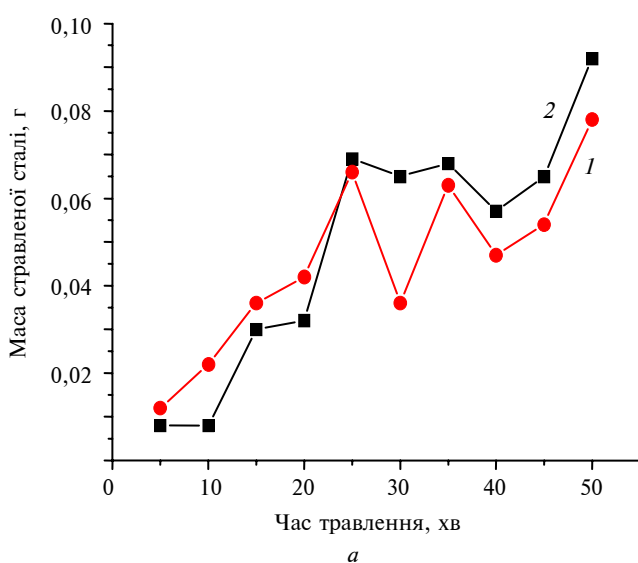


Рис. 5. Залежності маси стравленої сталі від часу травлення: а – для зразків, на які попередньо не впливали змінним МП; б – для зразків, попередньо підданих впливу змінного МП; крива 1 – МП; крива 2 – без МП

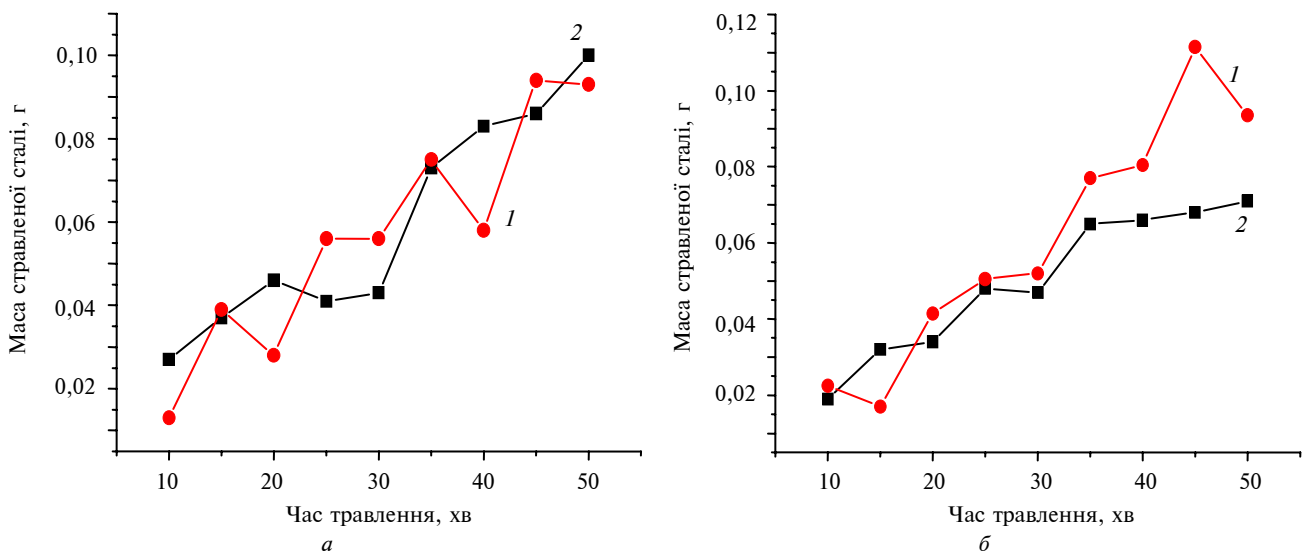


Рис. 6. Залежності маси стравленої сталі від часу травлення: *a* – для зразків, на які попередньо не впливали змінним МП; *б* – для зразків, попередньо підданих впливу змінного МП; крива 1 – МП; крива 2 – без МП

підданих впливу змінного МП, при зовнішньому МП (крива 1) та без нього (крива 2). Криві 2 на рис. 5, *a* і 5, *б* є подібними при $t = 0-25$ хв, але істотно відрізняються при більших t . Така відмінність пов'язана з перебудовою доменної структури зразків у змінному МП.

На рис. 6 показано часові залежності маси стравленої сталі для випадку, коли вектор напруженості зовнішнього МП паралельний напрямку прокату і перпендикулярний вектору нормалі до поверхні зразка (див. рис. 2, *в*).

На рис. 6, *a* наведено залежності для зразків, на які попередньо не впливали змінним МП, при наявності зовнішнього постійного МП (крива 1) та без нього (крива 2). Аналогічно до попередніх випадків спостерігається коливальний характер процесу травлення сталевих зразків при МП, що теж викликано взаємним чергуванням процесів травлення, осадження та пасивації.

На рис. 6, *б* зображено часові залежності маси стравленої сталі для зразків, попередньо підданих впливу змінного МП, при зовнішньому МП (крива 1) та без нього (крива 2). З наведених графіків видно, що попередній вплив змінного МП приводить до зменшення (порівняно із зразками, які не зазнали такого впливу) амплітуди коливань та їх періоду, що

викликано перебудовою доменної структури під дією змінного МП.

Висновки

У статті показано, що часові залежності маси сталі, стравленої в розчині азотної кислоти в зовнішньому МП, мають коливальний характер. При цьому МП по-різному змінює період і амплітуду цих коливань залежно від взаємної орієнтації вектора напруженості МП, напрямку нормалі поверхні сталеві пластина та напрямку прокату. Також показано, що процес травлення зразків, на які попередньо впливали змінним МП, істотно відрізняється від травлення зразків, які не зазнали такого впливу. Подібна відмінність викликана впливом доменної структури зразка на травлення.

На нашу думку, неврахування наявності доменної структури при дослідженні впливу МП на процес травлення магнітних зразків може бути головною причиною суперечливості літературних даних у цій сфері. До аналогічних наслідків може призвести нехтування пружною анізотропією, вплив якої на процеси травлення при одночасному впливі МП потребує подальших досліджень.

С.В. Горобец, О.Ю. Горобец, О.Н. Било,
Ю.А. Кузнецов

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕСС
ТРАВЛЕНИЯ СТАЛИ В ВОДНОМ РАСТВОРЕ
АЗОТНОЙ КИСЛОТЫ

Исследуется влияние магнитного поля на процесс травления пластин стали в растворе азотной кислоты при разном направлении проката, который образуется при изготовления стали. Найдены временные зависимости для изменения массы стравленной стали в магнитном поле и без него в слабом растворе азотной кислоты при условии предварительного влияния переменным магнитным полем на стальные пластины до травления.

S.V. Gorobets, O.Yu. Gorobets, O.M. Bylo,
Yu.O. Kyznetsov

THE MAGNETIC FIELD INFLUENCE ON STEEL
ETCHING PROCESS IN WATER SOLUTION OF
NITRIC ACID

The paper considers the influence of the magnetic field on the process of steel plates etching in the nitric acid solution under the different rolling direction, generated in the process of steel production. Under the condition of the preliminary influence of the variable magnetic field on the steel plates before etching, we discovered the time dependences for the change of the etched steel mass in the nitric acid solution inside and outside the magnetic field.

1. Coey J.M.D., Hinds G., Lyons M.E.G. Magnetic-field effects on fractal electrodeposits // *Europhys. Lett. J.* – 1999. – **47**. – P. 267–272.
2. Coe J.M.D. Magnetochemistry // *Europhysics News J.* – 2003. – **34**, N 6. – P. 15.
3. Aogaki R. Magnetic field effects in electrochemistry // *Magneto-hydrodyn. J.* – 2001. – **37**. – P. 143–150.
4. Hudson J.L., Tsotsis T.T. Electrochemical Reaction Dynamics: A Review // *Chem. Eng. Sci. J.* – 1994. – **49**. – P. 1493–1572.
5. Lev O., Sheintuch M., Pismen L.M., Yarnitzky C. Standing and propagating wave oscillations in the anionic dissolution of nickel // *Nature. J.* 1988. – **336**. – P. 458–466.
6. Gorobets S.V., Gorobets O.Yu., Reshetnyak S.A. Electrolyte vortex flows induced by a steady-state magnetic field in the vicinity of a steel wire used as an accelerator of the chemical reaction rate // *Magneto-hydrodyn. J.* – 2003. – **39**. – P. 211–214.
7. Gorobets Yu.L., Gorobets S.V. Formation of stationary flows of liquid in vicinity of ferromagnetic packing in constant magnetic field // *Ibid.* – 2000. – **36**. – P. 75.
8. Agladze K., Thouvenel-Romans S., Steinbock O. The initiation of traveling pulses from self-organized oscillations in the iron-nitric acid system // *Phys. Chem., Chem. Phys. J.* – 2001. – **3**. – P. 1326–1330.
9. Petrov V., Ouyang Q., Swinney H.L. Resonant pattern formation in a chemical system // *Nature. London. J.* – 1997. – **388**. – P. 655–657.
10. Christoph J., Strasser P., Eiswirth M., Ertl G. Remote triggering of waves in an electrochemical system // *Science. J.* – 1999. – **284**. – P. 291–293.
11. Davison R.M., DeBold T., Johnson M.J. Corrosion of stainless steels // *American Society for Metal (ASM) International.* – 1988. – **13**. – P. 547–565.
12. Jeng J.Y., Quayle B.E., Modern P.J. et al. Laser surface treatments to improve the intergranular corrosion resistance of 18/13/Nb and 304L in nitric acid // *Corrosion Science. J.* – 1993. – **35**. – P. 1289–1293.
13. Fahidy T.Z. Characteristics of surfaces produced via magneto electrolytic deposition // *Prog. Surf. Sci. J.* – 2001. – **68**. – P. 155–188.
14. Heresanu V., Ballou R., Molho P. Influence of the morphology on the magnetism of iron, arborescences // *J. of Magnetism and Magnetic materials.* – 2004. – **272**. – P. 2439–2441.
15. Bodea S., Ballou R., Molho P. Electrochemical growth of iron and cobalt arborescences under a magnetic field // *Physical Review. J.* – 2004. – **E69**, 021605.
16. Ахмезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спинные волны. – М.: Наука, 1967. – 368 с.

Рекомендована Радою факультету
біотехнології і біотехніки
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
27 листопада 2007 року

УДК 669.01:621.762:621.89:621.9.048

Т.А. Роїк, В.В. Холякко, Б.П. Зора,
О.С. Луференко

ПРИНЦИПИ ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ І ВЛАСТИВОСТЕЙ КОМПОЗИЦІЙНИХ АНТИ- ФРИКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ СТАЛЕВИХ ВІДХОДІВ

Вступ

Розвиток сучасної техніки в різних галузях промисловості, передусім у машинобудуванні, надав проблемі підвищення довговічності устаткування, обладнання, механізмів величезної значущості.

Еволюція техніки вимагає підвищення якості високопродуктивного обладнання, що тісно пов'язано з розвитком матеріалознавства в машинобудуванні та зумовлює потребу в нових матеріалах з вищим рівнем службових властивостей.

Ресурс роботи машин та устаткування здебільшого визначається здатністю машин чинити опір різним видам контактної взаємодії. У цьому випадку найважливіше місце серед матеріалів, з яких виготовлене обладнання, займають матеріали тертьових пар, зокрема антифрикційні матеріали. Це особливо важливо для вузлів тертя, що працюють у важких умовах – при підвищених навантаженнях, в агресивних середовищах, за високих температур (500–600 °С), оскільки 80 % відмов у роботі машин та агрегатів відбувається саме через вихід з ладу тертьових деталей [1]. Зазначені явища властиві насамперед устаткуванню металургійної та вугільної промисловості, транспортним засобам і нагрівальним установкам термічних цехів тощо.

Тому на сьогодні проблема створення нових антифрикційних матеріалів, здатних істотно подовжити термін корисного використання високотемпературних підшипників та забезпечити надійність їх роботи постає надзвичайно гостро.

З цього приводу слід зазначити, що в сучасному машинобудуванні є великі сировинні резерви – шламові відходи чорних та кольорових металів і сплавів, які з'являються на операціях шліфування різального інструменту, штампів, кулькопідшипників тощо. Наразі вони безповоротно відвозяться у відвали і не використовуються у подальшому виробництві. Вказані

металеві відходи містять у своєму складі значну кількість цінних легувальних елементів – мідь, вольфрам, ванадій, хром, нікель, ніобій, кремній, титан, кобальт та ін. Наявність у шламових відходах зазначених елементів робить їх привабливими при подальшому використанні для одержання нових якісних матеріалів антифрикційного призначення [2–8].

Постановка задачі

Дослідженнями [2–5] встановлено, що для важких умов роботи антифрикційних високотемпературних матеріалів певна комбінація легувальних елементів у металевій матриці та наявність у складі композиту твердої змащувальної речовини здатні забезпечити високий рівень експлуатаційних властивостей підшипників. Проте досі залишаються не визначеними природа зміцнення і високої антифрикційності матеріалів із використанням широкої гами сталевих відходів та яким чином технологічні режими виготовлення матеріалів впливають на формування комплексу їх властивостей, що задовольняють умови експлуатації.

Метою досліджень, які розглядаються в статті, було визначення принципів формування структури та її вплив на природу зміцнення і антифрикційності композитних антифрикційних високотемпературних матеріалів на основі відходів штампованої сталі 5Х3ВЗМФС.

Методика проведення експериментів

Вибір металевої основи та антизадирних домішок [9] при створенні нових матеріалів спричинений, по-перше параметрами умов роботи матеріалу, а по-друге, саме властивості основи високотемпературних антифрикційних матеріалів визначають необхідний рівень фізико-механічних характеристик композиту, від яких залежить несуча здатність підшипників. Крім того, металева основа матеріалу при високих робочих температурах має забезпечувати перебіг у матеріалі таких фізико-хімічних процесів, які можуть зумовити утворення при терті вторинних структур, що відповідають за високу антифрикційність матеріалу.

Сталь 5Х3ВЗМФС (ГОСТ 5950–73) належить до категорії сталей підвищеної теплостійкості, тобто таких, які до температур 600 °С зберігають свою твердість і міцність, що свого часу було використано при розробці даної марки штампової інструментальної сталі. Тому

шліфувальні відходи сталі 5Х3В3МФС було вибрано як матеріал основи антифрикційних композитів, призначених для роботи при температурах 600 °С на повітрі.

У важких і надто важких умовах роботи антифрикційного матеріалу [8], коли серед навантажувальних чинників наявний вплив високих температур навколишнього середовища і жодне рідке мастило не є працездатним, дуже важливо захистити поверхні тертя від зчеплення та інтенсивного зношування.

Враховуючи досить високу термічну і хімічну стабільність багатьох лужноземельних металів, що застосовуються як твердозмащувальні речовини, твердим мастилом для високотемпературного антифрикційного матеріалу ми вибрали фторид кальцію (CaF_2) у припущенні, що за його наявності у важких умовах функціонування матеріал підшипників буде відповідати вимогам антифрикційності [8, 9].

Дослідні зразки виготовляли, застосовуючи технологію порошкової металургії. Шліфувальні відходи сталі 5Х3В3МФС після підготовчих операцій очищення від забруднень абразивними частинками та відновлювального відпалу змішували з порошками високотемпературного твердого мастила фториду кальцію (CaF_2) протягом чотирьох годин [10]. Масовий вміст CaF_2 становив 3–7 %, що було викликано такими причинами [11]:

- масовий вміст фториду кальцію, менший за 2–3 %, є недостатнім для виконання ним функцій твердого мастила, бо зменшується його відтворюваність на поверхні тертя і знижується антифрикційність матеріалу;

- масова концентрація CaF_2 , більша за 7–8 %, у матеріалах на основі заліза призводить до істотного втрачання матеріалом його конструкційної міцності, наслідком чого може бути вихід із ладу підшипника і вузла тертя в цілому.

Подальше пресування проводили з використанням гідравлічного пресу ПСУ-125 при тиску 700–900 МПа та спікали в середовищі водню при температурах 1100–1150 °С протягом двох годин [5,7].

Таким чином, було одержано зразки матеріалів, форма і розміри яких відповідали вимогам проведення фізико-механічних та триботехнічних випробувань, складів, %:

5Х3В3МФС + 3 % CaF_2 ;

5Х3В3МФС + 5 % CaF_2 ;

5Х3В3МФС + 7 % CaF_2 .

Зразки після спікання мали пористість 10–11 %.

Результати досліджень і їх аналіз

В результаті зазначених операцій виготовлення матеріалів на основі відходів сталі 5Х3В3МФС з домішками CaF_2 сформувалась їх складна гетерофазна металографічна структура. Вона складається з металевої матриці, в якій залягають частинки твердого мастила CaF_2 , що видно з рис. 1.

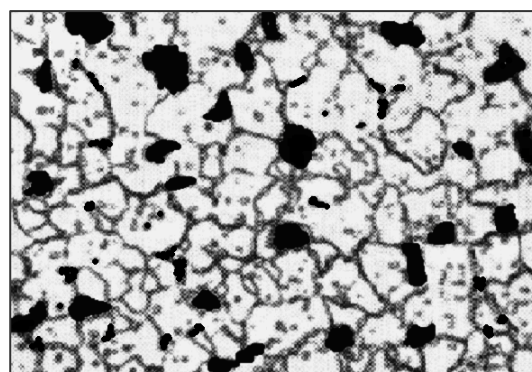


Рис. 1. Мікроструктура матеріалу 5Х3В3МФС + 5 % CaF_2 ; травлено лужним розчином, $\times 400$

У свою чергу, структура металевої матриці і зокрема матеріалу 5Х3В3МФС + 5 % CaF_2 ферито-перлітна і складається з високолегованого α -твердого розчину і зерен складних карбідів легувальних елементів. У доєвтектонічній сталі 5Х3В3МФС α -фаза містить до 50 % хрому і невелику кількість W, Mo, Si та V [12], тобто частку карбідів легувальних елементів, частина яких первинні, що утворилися ще на етапі кристалізації сталі й спричинили утворення перліту зернистої форми.

Для сталі 5Х3В3МФС властива наявність складних карбідів легувальних елементів: типу Me_{23}C_6 – це, зокрема, складні карбіди хрому (Cr, Fe, Mo, W, V) $_{23}\text{C}_6$; карбіди Me_6C – це складні карбіди вольфраму та молібдену (Cr, Fe, Mo, W, V) $_6\text{C}$, що не схильні [12] до коагуляції та ефективно затримують зростання зерна при нагріванні.

Карбіди Me_6C переважають у сталі 5Х3В3МФС. Крім зазначених, в ній також присутні карбіди ванадію типу MeC-VC , які утворюються, як відомо [12], за умови вмісту ванадію 0,9–2,0 %, що відповідає розгляданому випадку (у сталі 5Х3В3МФС кількість V становить 1,5–1,8 %). Карбіди ванадію – най-

твердіші в сталі 5Х3В3МФС (їх твердість сягає 20ГПа), тому вони можуть істотно підвищити зносостійкість матеріалу.

Загалом кількість карбідної фази в матеріалі матриці композитів 5Х3В3МФС + CaF₂ становить 12–13% за об'ємом.

Кремній у перліті сталі 5Х3В3МФС підвищує температуру $\alpha \rightarrow \gamma$ -перетворення [12] і тим самим сприяє збільшенню теплостійкості антифрикційного матеріалу. Крім того, кремній, гальмуючи дифузію інших елементів, сприяє збереженню дрібного зерна, зміцнює ферит, підвищуючи твердість матеріалу, яка зберігається при температурах його експлуатації.

Наявність у складі матеріалу ніобію (у сталі 5Х3В3МФС масовий вміст Nb становить 0,05–0,15%), як відомо [12], поліпшує стан меж зерен завдяки утворенню карбідів із стехіометричною формулою NbC (рис. 2), що сприяє підвищенню ударної в'язкості матеріалу [9].

Електронна мікрофотографія (рис. 3) ілюструє дрібні частинки NbC, які іноді утворюють ряди.

Отже, після спікання матеріалів на основі високолегованих порошків – відходів сталі

5Х3В3МФС з домішками CaF₂, сформувалася структура антифрикційних композитів, яка забезпечує оптимальну комбінацію фізико-механічних та антифрикційних характеристик, значення яких наведено в таблиці.

Антифрикційні властивості матеріалу визначали на високотемпературній машині тертя ВМТ-1 в парі з контртілом із сталі Р18 (52–54 HRC) при навантаженнях 3,0–8,8 МПа, швидкості ковзання 1 м/с і температурі 600 °С на повітрі.

Аналіз результатів досліджень, наведених у таблиці, показує, що нові матеріали (складом 1–3) порівняно з відомим (складом 4) [1], який використовують нині в аналогічних умовах (при температурах до 400 °С і навантаженнях 3 МПа), мають значно вищі як фізико-механічні, так і антифрикційні властивості, а також здатні працювати в умовах більш жорстких режимів тертя.

Комплекс легувальних елементів у металевій основі (відходи сталі 5Х3В3МФС), що утворюють гетерогенну структуру матриці матеріалу, зокрема, при наявності дисперсних карбідів, разом із фторидом кальцію забезпечує зниження коефіцієнта тертя та інтенсивності зношування, внаслідок чого нові матеріали

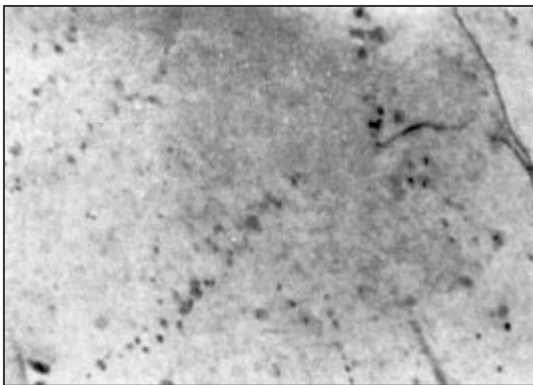


Рис. 2. Тонка фольга. Карбіди NbC у структурі матеріалу 5Х3В3МФС + 5% CaF₂, $\times 20000$

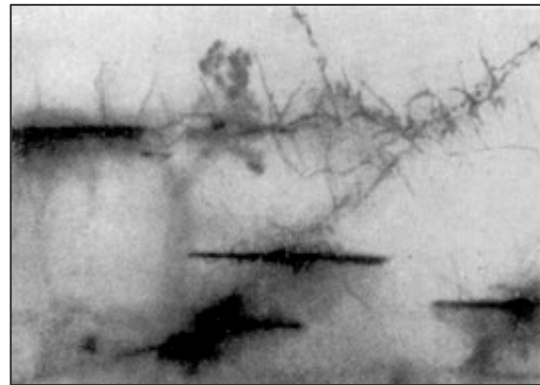


Рис. 3. Тонка фольга. Карбіди NbC у структурі приповерхневого шару матеріалу 5Х3В3МФС + CaF₂ після триботехнічних випробувань, $\times 30000$

Таблиця. Фізико-механічні і антифрикційні властивості матеріалів на основі відходів сталі 5Х3В3МФС

Масовий склад, %	$\sigma_{\text{виг'}}$, МПа	$\alpha_{\text{к}}$, Дж/м ²	НВ, МПа (20 °С)	НВ, МПа (600 °С)	Коефіцієнт тертя при 7 МПа	Інтенсивність зношення при 7 МПа, мкм/км	Гранично-допустиме навантаження, МПа	Гранично-допустима температура, °С
5Х3В3МФС+3 CaF ₂	560	725	870	730	0,16	30	8,7	600
5Х3В3МФС+5 CaF ₂	550	718	850	710	0,14	27	8,8	600
5Х3В3МФС+7 CaF ₂	540	680	780	700	0,17	28	8,7	600
ЖГр3М15[1]	410	94	800	—	0,29*	470*	3,0	400

* Коефіцієнт тертя та інтенсивність зношування при навантаженні 5 МПа.

здатні витримувати вищі навантаження і стабільно працювати при вищих температурах (порівняно з матеріалами, що застосовуються на сьогодні). Зменшення коефіцієнта тертя та інтенсивності зношування підшипникового матеріалу зумовлює підвищення стійкості вузла тертя в цілому за рахунок менш інтенсивного виділення тепла в процесі тертя та відсутності деформування підшипника під дією навантажень.

Дослідження приповерхневої зони матеріалів на основі відходів сталі 5Х3В3МФС з домішками CaF_2 після проведення триботехнічних випробувань ілюструють (рис. 3) форму частинок карбідів легувальних елементів, яка є подовженою в напрямку прикладання навантаження під час тертя.

Як видно з рис. 4, поблизу частинок карбідів утворюються дислокації, якими карбіди (зокрема, NbC) чинять опір при їх пересуванні і тим самим зміцнюють приповерхневу зону антифрикційного матеріалу. Це особливо важливо при роботі за високих температур і навантажень, коли необхідним є забезпечення мінімізації інтенсивності зношування та коефіцієнта тертя.

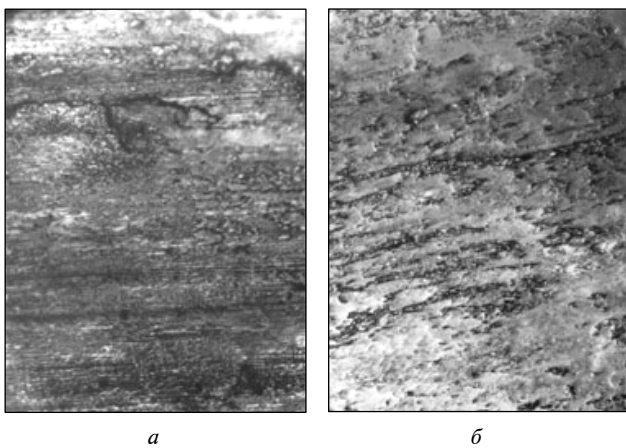


Рис. 4. Поверхні тертя матеріалу 5Х3В3МФС + 5% CaF_2 (а) і контролі із сталі Р18 (б), $\times 400$

На робочих поверхнях антифрикційних матеріалів на основі відходів сталі 5Х3В3МФС та контролі із загартованої сталі Р18 у процесі тертя утворюються щільні суцільні розділювальні плівки, що запобігають зчепленню кон-

тактуючих поверхонь та забезпечують стабільне функціонування пари тертя (див. рис. 4).

Утворені протизадирні плівки (див. рис. 4) завтовшки 20–30 мкм надійно захищають тертьові поверхні від схоплення завдяки наявності в продуктах зносу мікрочастинок (розмірами 0,1–1 мкм) оксидних фаз та ультрадисперсних частинок CaF_2 , утворених при високотемпературному терті на повітрі. Вказані частинки створюють ефект твердого змащування внаслідок диспергування [13] під час тертя передусім метастабільних напружених структур. При цьому перенесення продуктів тертя на тертьові поверхні забезпечує безперервне ротапринтне змащування.

Висновки

Аналізуючи одержані при виконанні досліджень результати, можна констатувати однозначний зв'язок між природою зміцнення композиційних матеріалів на основі відходів сталі 5Х3В3МФС з домішками CaF_2 та їх антифрикційністю, що дає змогу застосовувати ці матеріали для роботи при температурах 550–600 °С, навантаженнях 5–8,8 МПа, швидкості ковзання 1 м/с на повітрі. Все це відкриває можливість створювати вигідну, з погляду на тертя та зношування, гетерогенну металографічну структуру матеріалів і керувати нею в потрібному напрямку технологічними заходами, передусім шляхом вибору відповідних комбінацій легуючих елементів.

Крім зазначеного, застосування шламових металевих відходів для створення нових класів матеріалів антифрикційного призначення відкриває широкі можливості для подальшого використання цінної, багатой на легувальні елементи, вторинної сировини.

Подальші розробки з даної проблематики будуть спрямовані на дослідження фізико-хімічних процесів, що відбуваються на тертьових поверхнях матеріалів із металевих відходів, мікроструктуру та субмікроструктуру тонких поверхневих плівок тертя (вторинних структур), наноструктурних утворень, що є носіями високої антифрикційності матеріалів.

Т.А. Роик, В.В. Холявко, Б.П. Зора, А.С. Луференко
 ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ И
 СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ АНТИФРИКЦИ-
 ОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ СТАЛЬНЫХ
 ОТХОДОВ

Представлены результаты исследования особенностей формирования металлографической структуры, физико-механических и триботехнических свойств антифрикционных композиционных материалов на основе отходов стали 5ХЗВ3МФС с добавками высокотемпературной твердой смазки CaF₂. Показано, что в процессе спекания формируется сложная гетерогенная структура материалов, обеспечивающая формирование высокого уровня эксплуатационных свойств антифрикционных композитов. Проиллюстрирована перспективность использования отходов легированных сталей для создания высококачественных подшипниковых материалов.

T.A. Royik, V.V. Kholiavko, B.P. Zora, O.S. Luferenko
 THE FORMATION PRINCIPLES OF STRUCTURE
 AND PROPERTIES OF COMPOSITE ANTI-FRICTION
 MATERIALS ON THE BASE OF STEEL
 WASTES

The experimental results demonstrate the specificity of the metallographic structure formation of the physical-mechanical properties and tribotechnical characteristics of antifriction composite materials, based on the 5ХЗВ3МФС steel wastes with the high temperature solid lubricant CaF₂ impurities. Furthermore, we show that a complex heterogeneous materials structure is formed in the sintering process, ensuring the high-level formation of antifriction composites operational properties. The benefits of our approach are illustrated by using alloyed steel wastes for generation of high-quality bearing materials.

1. *Роїк Т.А., Киричок П.О., Гавриш А.П.* Композиційні підшипникові матеріали для підвищених умов експлуатації. – К.: НТУУ “КПІ”, 2007. – 404 с.
2. *Гавриш А.П., Роїк Т.А.* Особенности формирования структуры и свойств новых подшипниковых композиционных материалов с использованием отходов стали Р6М5К5 // Проблемы техники. – 2002. – № 2. – С. 15–26.
3. *Роїк Т.А.* О возможности использования порошков-отходов в высокотемпературных узлах трения // 36. пр. “Прогресивна техніка і технологія машинобудування, приладобудування і зварювального виробництва.” – К.: НТУУ “КПІ”, 1998. – Т. 2. – С. 213–218.
4. *Roik T.A.* Perspective powder bearing materials for a work at high temperatures // Proc. of Conference “Situation and Perspective of Research and Development in Chemical and Mechanical Industry”. – Krusevac (Yugoslavia), 2001. – P. 357–363.
5. *Гавриш А.П., Роїк Т.А.* Нові ефективні антифрикційні композиційні матеріали з утилізованих відходів інструментального виробництва // 36. наук. пр. “Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем”. – Краматорськ: ДДМА, 2004. – Вип. 15. – С. 150–154.
6. *Патент України № 32854А, МКИ С22С33/02.* Порошковий підшипниковий матеріал на основі заліза для підвищених температур / Т.А. Роїк, Ю.Ф. Шевчук. – № 98063001; Заявл. 10.06.98; Опубл.15.02.01, Бюл. № 1. – 4 с.
7. *Роїк Т.А.* Перспективні антифрикційні матеріали для вузлів нафтодобувних машин // Вісн. укр. відділення Міжнар. академії наук вищої школи. – 2004. – № 2. – С. 120–128.
8. *Федорченко И.М., Пугина Л.И.* Композиционные спеченные антифрикционные материалы. – К.: Наук. думка, 1980. – 404 с.
9. *Степанчук А.Н., Билык И.И., Бойко П.А.* Технология порошковой металлургии. – К.: Вища шк., 1989. – 416 с.
10. *Патент України № 25625, МПК 8 С22С33/02.* Підшипниковий композиційний матеріал на основі сталі / Т.А. Роїк, А.П. Гавриш, В.В. Холявко, Б.П. Зора. – № U200704587; Заявл. 25.04.07; Опубл. 10.08.07, Бюл. № 12. – 4 с.
11. *Зозуля В.Д.* Эксплуатационные свойства порошковых подшипников. – К.: Наук. думка, 1989. – 288 с.
12. *Геллер Ю.А.* Инструментальные стали. – М.: Металлургия, 1983. – 527 с.
13. *Морохов И.В., Трусов Л.И., Лаповок В.И.* Физические явления в ультрадисперсных средах. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

УДК 621.745.56:538.4/5:669-14

О.В. Середенко

ВПЛИВ ПОСТІЙНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ФОРМУ КРАПЕЛЬ МЕТАЛОЕМУЛЬСІЇ

Вступ

Литі металеві сплави з емульговою структурою на базі систем з областю незмішування рідких фаз є перспективними матеріалами із спеціальними властивостями, оскільки включення, що виконують у сплаві функції твердого мастила або зміцнюючої фази, утворюються безпосередньо в рідкому стані і практично не змінюються при експлуатації матеріалу. Одним із напрямків підвищення властивостей подібних сплавів є збільшення кількості емульгованих включень у структурі сплаву, зокрема для зміцнених сплавів, за рахунок зменшення розмірів включень, запобігання коалесценції, седиментації крапель та забезпечення однорідного або градієнтного розподілу включень в основі сплаву. З цією метою використовуються різноманітні зовнішні впливи, у тому числі електромагнітні поля. Найсприятливішою формою включень у таких сплавах є сферична. При отриманні сплавів звичайними засобами лиття краплі металоем�льсії мають змогу рухатись відносно розплаву внаслідок дії сил інерції і гравітації при заповненні форм та при охолодженні розплаву у формі. Рух краплі викликає збурення в прилеглому до неї розплаві основи сплаву та при досить великому розмірі краплі течії металу в середині краплі [1, 2]. Течії металу можуть привести до формування не-сферичних емульгованих включень у сплаві, про що свідчать фотографії литих структур сплавів, наведених, зокрема, в працях [3–5]. У ряді випадків (див., наприклад, [6, 7]) формуються сферичні включення. При дії постійного магнітного поля на емульгований розплав внаслідок неоднорідності електричного опору в системі краплі–прилеглий розплав виникають локально діючі електромагнітні сили [8], які викликають магнітогідродинамічні течії розплаву і впливають на рухому краплю будь-якого розміру на відміну від лиття без застосування електромагнітного впливу. На даний час вивчається переважно дія електромагнітних впливів, зокрема постійного однорідного магнітного поля, на кількість, розмір, коалесценцію, роз-

поділ емульгованих включень, а вплив на форму крапель залишається вивченим недостатньо.

Постановка задачі

Задача проведених досліджень полягала у визначенні умов, при яких відбувається формування в емульгованому сплаві сферичних включень під час його заливання та тверднення в ливарній формі при накладанні на нього постійного однорідного горизонтального магнітного поля.

Методика проведення досліджень

З метою встановлення впливу на форму краплі постійного однорідного магнітного поля дослідження проводились на низькотемпературному сплаві цинк–вісмут, який має область незмішування рідких фаз [9]. Оскільки компоненти металевих сплавів істотно відрізняються питомим електроопором, то дослідження проводились на емульгованих сплавах на основі як цинку, так і вісмуту. Для одночасного вивчення сплавів на основі як з меншим, так і з більшим відносно крапель електроопором було отримано розплав, що складався з двох шарів на основі цинку й вісмуту. Було проведено дві серії експериментів. Перша серія – це заливання розплаву (660 °С) у форму. При цьому краплі металоем�льсії рухались переважно внаслідок дії сили інерції. З метою фіксації особливостей впливу магнітного поля на емульговані краплі заливання розплаву здійснювалось на поверхню рідкометалевого охолоджувача – вісмуту (300 °С), що знаходився у формі. Для забезпечення турбулентного режиму течії розплаву при контакті його струменя з поверхнею охолоджувача та запобігання надмірного збурення рідкого металу в місці контакту струменя з охолоджувачем швидкість струменя (діаметр 3 мм) в умовах експериментів була обмежена 0,46 м/с на початку заливання. Швидкість визначалась за відомою формулою $v = \sqrt{2gH}$ (де g – прискорення сили тяжіння, м/с²; H – висота падіння струменя відносно рівня охолоджувача, м). Наприкінці заливання швидкість струменя становила 0,31 м/с.

Друга серія експериментів проводилась в умовах статичного стану сплаву. Краплі металоем�льсії рухались у розплаві під впливом сили тяжіння. Контрольні зразки емульгованих сплавів в обох серіях експериментів були отримані без дії постійного магнітного поля. На даний

час вивчається переважно дія потужних електромагнітних полів на металеві сплави. Індукція B таких полів значно більша 1 Тл. Для створення таких полів необхідне енергоємне спеціальне обладнання. Індукція магнітного поля, що реалізується енергоекономними електромагнітами з феромагнітними осердями, досягає 1,5 Тл. У даній статті було застосовано електромагніт, що забезпечує значення індукції магнітного поля $0 < B \leq 1$ Тл.

Як характеристики умов утворення в сплаві крапель металоемulsії певної форми (сферичної або несферичної) були визначені такі числа подібності: Re – число Рейнольдса [2], N – параметр магнітогідродинамічної взаємодії [10], Na – число Гартмана [10]. Число Re (співвідношення сил інерції і в'язкості, що діють у розплаві) визначалось як

$$Re = \frac{\nu D}{\nu},$$

де ν – швидкість струменя емульгованого розплаву, м/с; D – діаметр струменя розплаву, м; ν – кінематична в'язкість розплаву, м²/с.

Співвідношення електромагнітної та інерційної сил, які діють у сплаві при його заливанні, оцінювалось за допомогою параметра N :

$$N = \frac{B^2 D}{\rho \rho^e \nu},$$

де ρ^e – питомий електроопір розплаву, що заливається, Ом·м; ρ – густина розплаву, кг/м³.

Число Na характеризує співвідношення електромагнітної сили та сили в'язкості в розплаві

$$Na = \frac{Bl}{\sqrt{\rho \rho^e \nu}},$$

де l – характерний розмір, м. При заливанні розплаву у форму під електромагнітним впливом число Na визначалось для струменя розплаву, що викликав рух емульгованих крапель, і за l було взято величину діаметра струменя. Для аналізу дії постійного магнітного поля на краплі, що седиментувались у нерухомому розплаві, число Na визначалось для крапель і l дорівнювало розміру краплі (діаметру сферичної або довжині несферичної краплі).

Значення фізичних характеристик компонентів рідкого сплаву наведені в табл. 1.

Отримані зливки для проведення досліджень розрізались по осі у вертикальному напрямку, шліфувались та полірувались.

Таблиця 1. Фізичні характеристики рідких компонентів сплаву цинк–вісмут

Характеристика	Компонент сплаву	
	Zn	Bi
ρ^e , Ом·м	$36 \cdot 10^{-8}$ [11]	$148 \cdot 10^{-8}$ [11]
ρ , кг/м ³	6810 [12]	9660 [12]
ν , м ² /с	$3,3 \cdot 10^{-7}$ [12]	$1,0 \cdot 10^{-7}$ [12]

Результати досліджень

У першій серії експериментів у зоні контакту струменя з охолоджувачем розплав рухався в турбулентному режимі ($Re = 6900$ – 4600), а при подальшому розтіканні по поверхні охолоджувача – у ламінарному ($Re = 950$ – 75). Залитий сплав охолоджувався зі швидкістю: 30 °C/с – шар на основі цинку (температура кристалізації 416 °C [9]) і 1 °C/с – шар на основі вісмуту (температура кристалізації $254,5$ °C [9]). Швидкість охолодження сплаву було визначено експериментально.

Аналіз зразків сплаву, отриманого без дії магнітного поля, показав, що затверділі краплі металоемulsії в обох шарах сплаву мали діапазон розмірів 5 – 600 мкм та переважно сферичну і еліптичну форму (рис. 1,а). У шарі на основі цинку в емульгованих включеннях вісмуту з розміром > 84 мкм були наявні включення фази цинку, що утворились у результаті евтектичної реакції. Вони були орієнтовані в напрямку тепловідводу (див. рис. 1,а). В об'ємі вісмуту виникли краплі на основі цинку, які зафіксувались на етапі розчинення у вісмуті внаслідок змішування з охолоджувачем (див. рис. 1,а).

Заливання емульгованого розплаву і його тверднення в постійному однорідному горизонтальному магнітному полі ($B = 1$ Тл, $N = 6,1$ – $4,8$, $Na = 500$) привело до утворення включень вісмуту в більш тугоплавкій та електропровідній основі сплаву – цинку розмірами 5 – 300 мкм та деформації форми всіх включень (див. рис. 1,б). Такі значення магнітогідродинамічних чисел, форма крапель і оболонка навколо них вказують на дуже істотний вплив електромагнітних сил у розплаві. Краплі вісмуту зосереджувались переважно біля міжфазної поверхні шарів на основі цинку і вісмуту (рис. 1,б). Як видно з рисунка, найбільші краплі проникали в міжфазну поверхню, але не зливались з об'ємом охолоджувача, оскільки цьому перешкождала цинкова оболонка (товщина

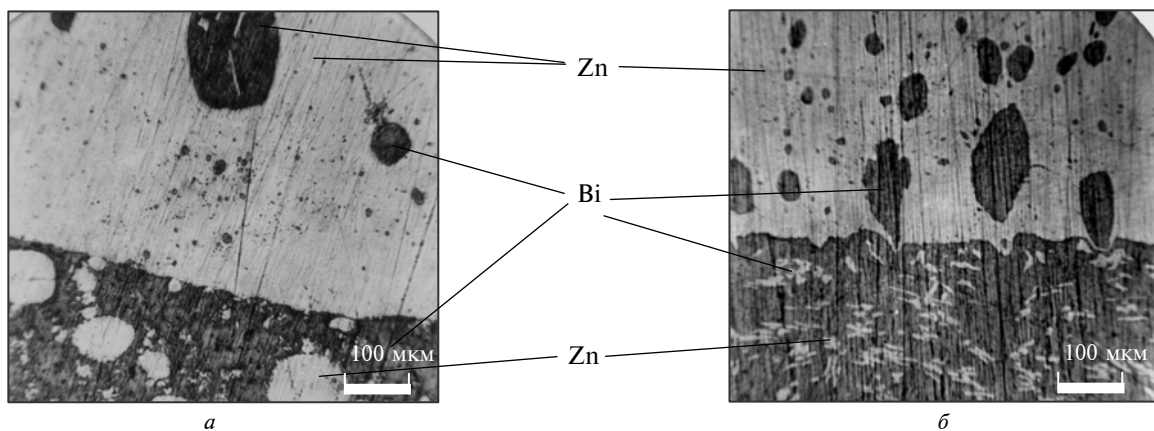


Рис. 1. Вплив постійного магнітного поля на форму емульгованих крапель вісмуту в сплавi Zn–Bi при заливці розплаву замонотектичного складу на рідкий охолоджувач Bi ($\times 100$, нетравлено): *a* – без дії постійного магнітного поля; *б* – під дією постійного магнітного поля 1Тл

~ 5 мкм) навколо краплі. Під дією постійного магнітного поля евтектичні включення цинку були зафіксовані в краплях вісмуту з розміром > 216 мкм. Евтектичні включення цинку були орієнтовані в напрямку силових ліній магнітного поля. Найбільше змінилась форма крапель, які за розміром перевищували 50 мкм. Утворились краплі витягнутих та складних форм. Ймовірно, що магнітогідродинамічні течії, які виникли при заливанні сплаву в магнітному полі, прискорювали краплі та витягували їх вздовж напрямку руху. Вірогідно також, що зміна характеру розташування крапель відносно міжфазної поверхні шарів на основі цинку і вісмуту, наявність оболонки навколо краплі пов'язані з розвитком значних магнітогідродинамічних течій навколо емульгованих крапель, що рухались у розплавi. Деформації форми крапель та збільшення розміру тих, що мали в середині евтектичні включення, вказують також на можливість розвитку локальних магнітогідродинамічних течій у середині крапель. Вірогідно, що внаслідок перерозподілу енергії струменя сплаву при заливанні в об'ємі охолоджувача магнітогідродинамічні течії викликали розчинення всіх крапель більш тугоплавкого компонента (цинку) у вісмутівій основі (див. рис. 1,б). При дії постійного магнітного поля на розплав, що заливається ($N = 6,1-4,8$, $Na = 500$), відбувається істотна деформація форми крапель, які мають більший електроопір відносно основи сплаву. Розплав під дією струменя інтенсивно переміщується, що приводить до повного розчинення крапель речовини з меншим електроопором і більшою температурою плавлення, ніж основа сплаву. Під впливом постійного магнітного поля в наведених

умовах струмiнь розплаву істотно гальмується, що заважає його глибинному проникненню в об'єм металу, особливо наприкінці заливання. Тому для виготовлення сплаву з емульгованими включеннями сферичної форми при електромагнітному впливові під час заливання у форму необхідно виконання умови: $N \ll 4,8$, $Na < 500$.

Аналіз литих структур зразків сплавів другої серії експериментів ($Re = 0$, $N = 0$), охолоджених із швидкістю $2,5$ °C/c, показав, що під впливом постійного магнітного поля $B = 1$ Тл змінюється форма емульгованих включень як вісмуту, так і цинку (рис. 2,а, б). Ймовірно, це пов'язано з дією локальних магнітогідродинамічних течій. У сплавi на основі цинку утворились емульговані включення вісмуту з розмірами 5–30 мкм. Для цих включень значення чисел Na становили 0,43–2,60. Із зростанням розміру включень збільшувалась деформація їх форми. У сплавi на основі вісмуту емульговані включення цинку мали розміри 15–60 мкм ($Na = 0,53-2,12$). Збільшення розміру включень супроводжувалось деформацією їх форми. Крім того, мала місце агломерація включень (див. рис. 2,б).

З метою зменшення впливу постійного магнітного поля на деформацію крапель металеульсії, були отримані зразки сплаву в умовах $B = 0,1$ Тл. Під впливом постійного магнітного поля в сплавi на основі цинку утворились включення вісмуту з розмірами 5–30 мкм ($Na = 0,013-0,080$) та в сплавi на основі вісмуту включення мали розміри 10–90 мкм ($Na = 0,03-0,30$). Порівняно із сплавами, отриманими при $B = 0$ і $B = 1$ Тл, емульговані включення як вісмуту, так і цинку мали сферичну

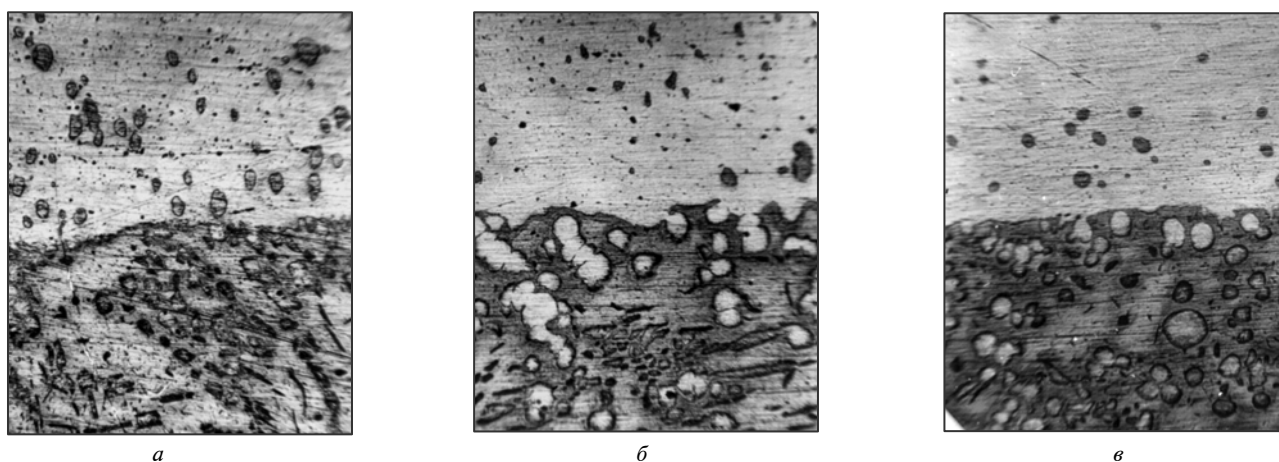


Рис. 2. Вплив магнітного поля на форму емульгованих включень: *a* – $B = 0$ Тл; *b* – $B = 1,0$ Тл; *c* – $B = 0,1$ Тл

форму, зросла відстань між включеннями вісмуту і зменшилась агломерація включень цинку. Таким чином, для застосування дії постійного магнітного поля під час охолодження і тверднення емульгованого сплаву, основа якого має менший питомий електроопір, ніж включення, необхідне виконання умови $Ha < 0,43$, і сплаву, основа якого має більший питомий електроопір, ніж включення, – умови $Ha < 0,53$.

Практичне використання результатів

Результати проведених досліджень було використано при виготовленні сплаву на основі міді, зміцненого дисперсними емульгованими включеннями хромистого чавуну (6,5 % за масою). Такий матеріал є перспективним для литих виробів, що працюють у жорстких умовах експлуатації, зокрема електродів контактного зварювання [7]. Фізичні характеристики компонентів сплаву наведені в табл. 2. Технологія отримання литих заготовок з емульгованого мідного сплаву (температура плавлення чавуну 1350 °С [7], розмір емульгованих включень хромистого чавуну 3 – 30 мкм) включає заливання розплаву вільним струменем у ливарну форму в турбулентному режимі ($Re = 26700$ – 22000) і охолодження із швидкістю до 35 °С/с. Для підвищення стійкості зварювальних електродів із врахуванням результатів досліджень, проведених на низькотемпературному сплаві, було встановлено оптимальне значення індукції постійного магнітного поля, накладеного на розплав під час його заливання та охолодження в ливарній формі. Було використано постійне однорідне горизонтальне магнітне поле з індук-

цією $0,3$ Тл, накладене на сплав під час заливання, охолодження і тверднення у формі. При заливанні сплаву значення чисел подібності N і Ha відповідно дорівнювали $0,4$ – $0,3$ і 223 . Під впливом постійного магнітного поля в сплаві утворились включення чавуну з розмірами 3 – 15 мкм ($Ha \leq 0,048$).

Таблиця 2. Фізичні характеристики рідкого сплаву мідь–хромистий чавун

Характеристика	Компонент сплаву	
	Cu (основа)	Fe–Cr–C (крапля)
ρ^e , Ом·м	$30 \cdot 10^{-8}$ [11]	$127 \cdot 10^{-8}$ [11]
ρ , кг/м ³	7700 [12]	6900 [12]
ν , м ² /с	$3,1 \cdot 10^{-7}$ [12]	$10 \cdot 10^{-7}$ [12]

Аналіз литої структури отриманих зливків (рис. 3) показав, що під впливом постійного магнітного поля з визначеною індукцією проявився його позитивний вплив на кількість і розмір емульгованих включень: кількість включень хромистого чавуну зросла приблизно на 8 %, розмір максимальних включень знизився на 50 %. При цьому всі включення хромистого чавуну мали сферичну форму. При заливанні сплаву відбувався перерозподіл енергії струменя, про що свідчить збільшення однорідності розподілу компонентів хромистого чавуну, які були розчинені в мідній основі приблизно на 30 %, однорідність розподілу емульгованих включень зросла приблизно на 23 %. Внаслідок зміни литої структури сплаву під впливом постійного магнітного поля експлуатаційна стійкість електродів контактного зварювання збільшилась приблизно на 30 %.

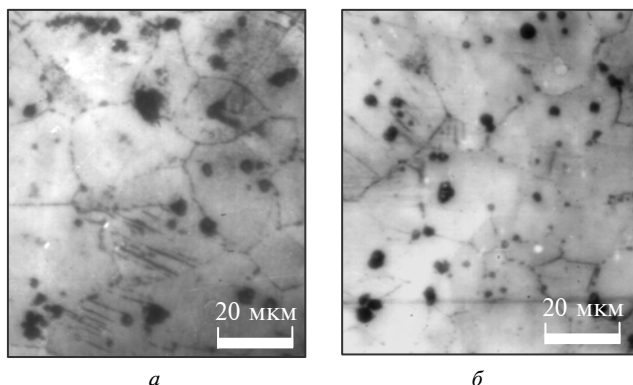


Рис. 3. Литі структури мідного сплаву зміщеного емульгованими включеннями хромистого чавуну: *a* – $B = 0,0$ Тл; *b* – $B = 0,3$ Тл

Е.В. Середенко

ВЛИЯНИЕ ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ФОРМУ КАПЕЛЬ МЕТАЛЛОЭМУЛЬСИИ

Показано, что постоянное магнитное поле влияет на форму движущихся капель металлоэмульсии. Установлены условия, при которых в сплавах с эмульгированной структурой образуются сферические включения.

Висновки

Отримані результати досліджень дають можливість робити прогнозування впливу електромагнітного поля на форму крапель металевої емульсії в металевих сплавах з областю незмішування рідких фаз і встановлювати оптимальну індукцію постійного магнітного поля для забезпечення позитивного впливу магнітного поля на кількість, розмір, характер розподілу емульгованих включень і збереження сферичної форми крапель.

Перспектива подальших досліджень полягає у вивченні впливу постійного магнітного поля на фази сплавів евтектичних систем, наприклад залізо–вуглець, алюміній–кремній, алюміній–мідь.

O.V. Seredenko

THE CONSTANT MAGNETIC FIELD IMPACT ON THE DROPS SHAPE OF METALLIC EMULSION

The paper under scrutiny argues for the influence of the constant magnetic field on the drops shape of metallic emulsion. Investigated here are the conditions of the spherical inclusions formation in alloys with emulsified structure.

1. *Дмитрієва В.Ф.* Фізика. – К.: Вища шк., 1992. – 448 с.
2. *Кафаров В.В.* Основы массопередачи: Учебник для студентов вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1979. – 440 с.
3. *Сучков Е.В., Попель С.И., Жуков А.А.* Получение металлических эмульсий механическим перемешиванием расплавов // Расплавы. – 1988. – 2, № 6. – С. 89–92.
4. *Абрамов О.В., Гельфгат Ю.М., Сёмин С.И. и др.* О возможности получения материалов из несмешивающихся между собой компонентов в условиях квазиравновесия // Физика и химия обработки материалов. – 1980. – № 5. – С. 66–72.
5. *Добаткин В.И., Елагин В.И.* Гранулируемые алюминиевые сплавы. – М.: Металлургия, 1981. – 176 с.
6. *Morris M.A., Morris D.G.* Microstructures and mechanical properties of rapidly solidified Cu–Cr alloys // Acta metallurgica. – 1987. – 35, N 10. – P. 2511–2522.
7. *Христенко В.В.* Литі сплави на основі міді, зміщені включеннями, які утворюються при емульгуванні розплавів в області незмішування: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – К., 2000. – 20 с.
8. *Середенко О.В.* Вплив постійного магнітного поля на рух емульгованих включень у металевому розплаві // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2007. – № 3. – С. 89–93.
9. *Хансен М., Андерко К.* Структуры двойных сплавов: В 2 т. / Пер. с англ.; Под ред. И.И. Новикова, И.Л. Рогельберга. – М.: Металлургиздат, 1962. – Т. 2. – 1488 с.
10. *Гельфгат Ю.М., Лиелаусис О.А., Щербинин Э.В.* Жидкий металл под действием электромагнитных сил. – Рига: Зинатне, 1975. – 248 с.
11. *Фомин Н.И., Затуловский Л.М.* Электрические печи и установки индукционного нагрева. – М.: Металлургия, 1979. – 247 с.
12. *Смитлз К.Дж.* Металлы / Пер. с англ. – М.: Металлургия, 1980. – 446 с.

Рекомендована Радою
інженерно-фізичного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
17 жовтня 2007 року

УДК 612.7.079:60.22

В.Г. Хижняк, Т.В. Лоскутова, М.М. Бобіна,
А.І. Дегула**ХІМІЗМ І ТЕРМОДИНАМІКА ПРОЦЕСУ ТИТАНОХРОМУВАННЯ СТАЛЕЙ****Вступ**

Карбідні покриття, нанесені на поверхню сталей і твердих сплавів, істотно підвищують надійність і довговічність деталей машин та інструменту. Найвищого комплексу властивостей можна досягти при формуванні багаточастичастих або гетерогенних покриттів, в яких кожний шар або фазова складова виконують під час експлуатації свої функції [1]. Відомо, що карбід титану TiC має високу мікротвердість, міцність та мікрокрихкість і порівняно низьку жаростійкість [2, 3], тоді як карбіди хрому, поступаючись TiC за своїми характеристиками міцності, перевищують його саме по мікрокрихкості, гарячій твердості [2] та жаростійкості.

Таким чином, певний інтерес викликає можливість створення багаточастичастих, гетерогенних покриттів, в яких поєднуються переваги як карбідів титану, так і карбідів хрому. Отримати такі покриття можна послідовним хромуванням і титануванням вуглецевих сталей та твердих сплавів.

Постановка задачі

Метою даної статті є визначення найбільш вірогідних реакцій, які відбуваються в замкненому реакційному просторі при певній температурі і наявності заліза, титану, хрому, вуглецю, хлору, кисню та азоту. Поставлено задачу – оцінити можливість послідовного насичення сталей хромом і титаном при врахуванні впливу елементів, які потрапляють із навколишнього середовища.

Методика досліджень

Покриття наносилось у замкнутому реакційному просторі при температурі 1323 К впродовж двох–чотирьох годин за технологією, описаною в [4, 5]. Як вихідні реагенти використовувались порошки хрому і титану, вуглецьмісткі домішки та чотирихлористий вуглець. Розробці способу послідовного насичення сталей

Cr і Ti передувало проведення аналізу фізико-хімічних умов нанесення та теоретичний аналіз рівноважного складу реакційного середовища залежно від співвідношення вихідних реагентів у системі.

Для визначення найбільш імовірних реакцій карбідоутворення проводились розрахунки зміни термодинамічного потенціалу ΔG_0 хімічних реакцій за методикою [6] з розрахунку на одну молекулу карбіду, що утворюється. Головним параметром, яким визначається рівновага в системі, а також її термодинамічна вірогідність є значення енергії Гіббса, або ізотермічно-ізобарний потенціал ΔG_0^T , який обчислювався за формулою

$$\Delta G_0^T = \Delta H_0^T - T\Delta S_0^T,$$

де ΔG_0^T – енергії Гіббса, або ізотермічно-ізобарний потенціал; ΔH_0^T – зміна ентальпії вихідних та кінцевих продуктів реакції в стандартному стані; T – температура, К; ΔS_0^T – зміна ентропії вихідних та кінцевих продуктів реакції в стандартному стані.

При проведенні розрахунків використовувались значення величин ΔH_0^T , ΔS_0^T , наведених у працях [7, 8, 9].

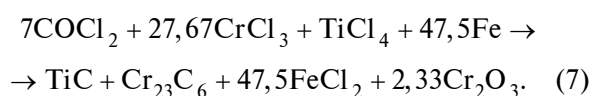
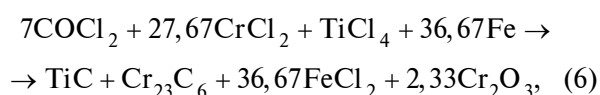
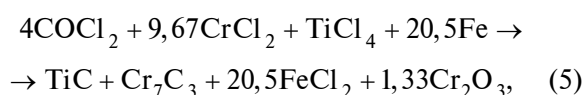
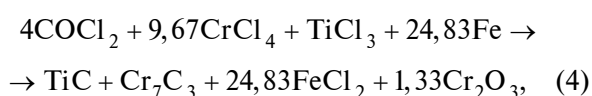
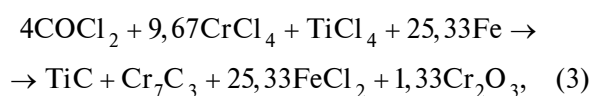
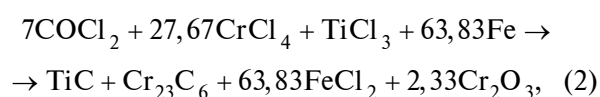
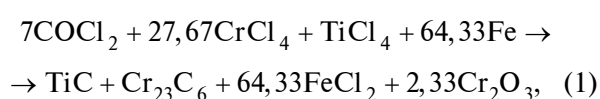
Розрахунок рівноважного складу систем, до складу яких входили перехідні метали (Cr, Ti), хлор, вуглець – як вихідні компоненти, а також кисень і азот – як компоненти повітряного середовища, та залізо – як компонент сплаву, що насичується, і матеріал реторти, проводився за допомогою пакета стандартних прикладних програм з базою термодинамічних даних [9]. Досліджуваний діапазон температур становив 298–1500 К і охоплював технологічно можливі температури насичення сталей та твердих сплавів хромом і титаном. Парціальний тиск у реакційній камері за весь час насичення був незмінний і дорівнював 10^2 Па [4].

Аналіз результатів

Відомо [10], що чотирихлористий вуглець при підвищених температурах дисоціює за реакцією $\text{CCl}_4 \rightarrow \text{C} + 2\text{Cl}_2$. При наявності в реакційному середовищі сполуки CO, що обов'язково утворюється в присутності надлишку вуглецю та нестатку кисню, імовірна поява сполуки COCl_2 , ступінь дисоціації якої є 100%-ним

уже при 1073 К [1, 11]. При цьому з'являється активний атомарний хлор, який, взаємодіючи з порошком Cr, в реакційному просторі утворює хлориди хрому різної валентності (CrCl_4 , CrCl_3 , CrCl_2). Після введення в реакційний простір порошку титану формуються хлориди титану різної валентності (TiCl_4 , TiCl_3 , TiCl_2).

Встановлено, що найбільш термодинамічно імовірні при взятих умовах насичення і наявності в реакційному просторі COCl_2 такі реакції карбідоутворення:



Можливість протікання наведених реакцій карбідоутворення обмінного типу підтверджується даними розрахунків зміни термодинамічного потенціалу цих реакцій (табл. 1, рис. 1).

Таблиця 1. Залежність вільної енергії утворення карбідів хрому і титану від температури

Номер реакції	ΔG_0^T (кДж/моль) при температурі (К)			
	298	500	1000	1500
(2)	-10105,31	-10105,24	-10105,04	-10104,85
(4)	-4255,01	-4206,71	-4087,14	-3967,58
(6)	-2399,83	-2339,74	-2190,99	-2042,25

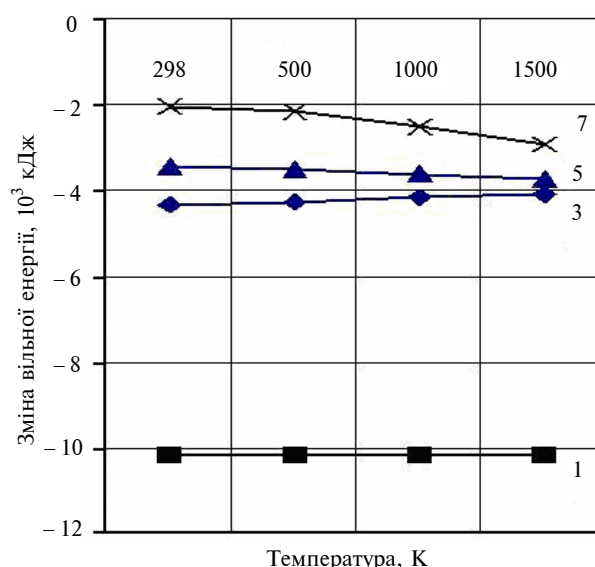


Рис. 1. Залежність вільної енергії утворення карбідів хрому і титану від температури

Перенос хлоридів титану і хрому до поверхні сталі, що насичується, можливий завдяки різниці їх питомих мас і пружності пари. Рівноважний склад реакційного середовища розраховувався виходячи з таких вимог [1, 2]:

- парціальний тиск хлоридів насичувальних металів має бути достатньо високим у необхідному інтервалі температур;
- серед конденсованих фаз повинні бути речовини, які відповідають певному типові покриття;
- вміст у газовій і конденсованій фазах в інтервалах температур насичення баластових та шкідливих речовин, які знижують активність газової фази і погіршують властивості покриття, має бути мінімальним.

Можливість послідовного насичення сталей хромом і титаном оцінювалась за величиною парціального тиску хлоридів хрому, титану і заліза, а також за фазовим складом конденсованих речовин при температурах насичення. При розрахунках також враховувались елементи, які потрапляють у реакційний простір з повітря (кисень, азот). Склади деяких систем при наявності хрому і титану, а також складу газової та конденсованої фаз в інтервалі температур насичення подано в табл. 2.

Аналіз наведених даних показує, що склад газової і конденсованої фаз визначається складом вихідних реагентів. Встановлено (система 1), що при проведенні хромовання до складу газової фази входять хлориди хрому і заліза різної валентності. При цьому парціальний

тиск хлориду CrCl_2 на кілька порядків вищий, ніж хлоридів CrCl , CrCl_3 та хлоридів заліза. У складі конденсованої фази виявлено атомарне залізо, оксид хрому Cr_2O_3 , карбіди хрому Cr_7C_3 , Cr_{23}C_6 та хлорид хрому CrCl_2 .

При наступному введенні до складу вихідних реагентів титану (система 2) при співвідношенні $\text{Cr} - \text{Ti} = 1,0 - 1,0$ у складі газової фази додатково формуються хлориди титану та атомарний хлор. У складі конденсованої фази є тільки атомарне залізо і карбіди титану та заліза.

Надлишок вуглецю і хрому в складі вихідних речовин призводить до появи в газовій фазі після введення титану хлоридів хрому, а в складі конденсованої фази – карбідів хрому Cr_7C_3 , Cr_{23}C_6 .

У присутності елементів, які входять до складу повітря, – кисню і азоту, (системи 4, 5) в конденсованому стані утворюються їх сполуки з металами, які містяться в реакційному просторі – Cr_2N , Ti_2O_3 , TiN . При цьому утворення нітриду хрому можливе при температурах вище 1100 К.

Таблиця 2. Рівноважний склад реакційних середовищ * при температурах 298–1500 К і тиску в системі $P = 10^{-2}$ Па

Система	Склад системи (моль)	Склад середовища	
		Газова фаза	Конденсована фаза
1	$\text{O}-\text{Cl}-\text{C}-\text{Fe}-\text{Cr} = 0,3-3,0-2-3,0-9,0$	$\text{Cl}, \text{CO}, \text{FeCl}, \text{FeCl}_2, \text{FeCl}_3, \text{Cr}, \text{CrCl}, \text{CrCl}_2, \text{CrCl}_3$	$\text{Fe}, \text{Cr}_2\text{O}_3, \text{CrCl}_2, \text{Cr}_7\text{C}_3, \text{Cr}_{23}\text{C}_6$
2	$\text{Cl}-\text{C}-\text{Fe}-\text{Cr}-\text{Ti} = 3,0-2,0-5,0-1,0-1,0$	$\text{TiCl}_4, \text{TiCl}_3, \text{TiCl}_2, \text{CrCl}_2, \text{CrCl}_3, \text{CrCl}, \text{FeCl}_2, \text{FeCl}_3, \text{Cl}$	$\text{Fe}, \text{Fe}_3\text{C}, \text{TiC}$
3	$\text{Cl}-\text{C}-\text{Fe}-\text{Cr}-\text{Ti} = 4,0-6,0-5,0-5,0-5,0$	$\text{TiCl}_4, \text{TiCl}_3, \text{TiCl}_2, \text{CrCl}_2, \text{CrCl}_3, \text{CrCl}, \text{FeCl}_2, \text{FeCl}_3, \text{Cl}$	$\text{Fe}, \text{TiC}, \text{Cr}_7\text{C}_3, \text{Cr}_{23}\text{C}_6$
4	$\text{O}-\text{Cl}-\text{C}-\text{Fe}-\text{Cr}-\text{Ti} = 0,3-3,0-4,0-3,0-5,0-3,0$	$\text{Cl}, \text{CO}, \text{FeCl}, \text{FeCl}_2, \text{CrCl}, \text{CrCl}_2, \text{CrCl}_3, \text{TiCl}_2, \text{TiCl}_3, \text{TiCl}_4, \text{TiOCl}_2$	$\text{Fe}, \text{CrCl}_2, \text{Cr}_7\text{C}_3, \text{Cr}_{23}\text{C}_6, \text{Ti}_2\text{O}_3, \text{TiC}$
5	$\text{N}-\text{O}-\text{Cl}-\text{C}-\text{Fe}-\text{Cr}-\text{Ti} = 0,2-0,2-3,0-4,0-4,0-4,0-4,0$	$\text{Cl}, \text{N}_2, \text{CO}, \text{FeCl}, \text{FeCl}_2, \text{Cr}, \text{CrCl}, \text{CrCl}_2, \text{CrCl}_3, \text{TiCl}_2, \text{TiCl}_3, \text{TiCl}_4, \text{TiOCl}_2$	$\text{Fe}, \text{Cr}, \text{CrCl}_2, \text{Cr}_2\text{N}, \text{Cr}_7\text{C}_3, \text{Cr}_{23}\text{C}_6, \text{Ti}_2\text{O}_3, \text{TiN}, \text{TiC}$

*Компоненти систем визначались при їх парціальному тиску $1 \cdot 10^{-6}$ Па.

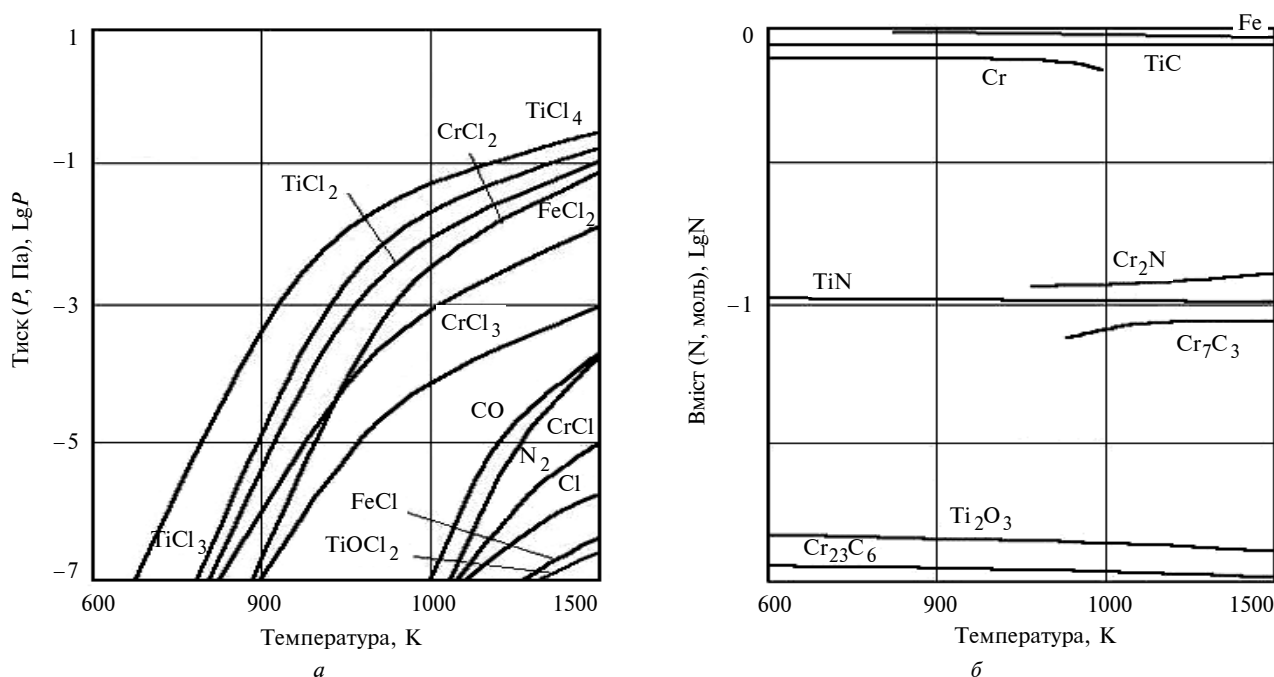


Рис. 2. Рівноважний склад систем $\text{Cl} = 3,0$; $\text{C} = 4,0$; $\text{Fe} = 4,0$; $\text{Cr} = 4,0$; $\text{Ti} = 4,0$; $\text{O} = 0,2$; $\text{N} = 0,2$ (в молях) при $P = 10^{-2}$ Па: а – газова фаза; б – конденсована фаза

Результати досліджень рівноважного стану систем при комплексному насиченні за участю хрому і титану наведено на рис. 2.

Висновки

Аналіз отриманих даних з хімізму, термодинаміки процесів карбідоутворення і визначення рівноважного складу реакційного середовища в інтервалі досліджуваних температур дозволяє теоретично обґрунтувати склад і раціональні витрати вихідних реагентів при послідовному насиченні сталей хромом і титаном в одному технологічному циклі.

Термодинамічна вірогідність процесу карбідоутворення залежить від джерела вуглецю в реакційному просторі. Найбільш термодинамічно вірогідними є ті, що протікають при наявності COCl_2 . Показано, що кисень реакційного середовища також бере участь у формуванні покриттів та сприяє утворенню сполуки COCl_2 .

На етапі хромування до складу середовища входять $\text{O}-\text{Cl}-\text{C}-\text{Fe}-\text{Cr}$ при співвідношенні 0,3–3,0–2–3,0–9,0. При цьому хром слід розміщувати в зоні з температурою 1000–1300 К, при якій спостерігається найвищі парціальні тиски хлоридів.

Для отримання в складі конденсованих фаз карбіду титану на етапі титанування кількість титану, введеного в реакційний простір,

має відповідати вмісту хрому або його перевищувати.

Оптимальний температурний інтервал при насиченні сталей як хромом, так і титаном має бути в межах 1173–1373 К. Зниження температури процесу супроводжується зменшенням швидкості дифузійних процесів, що взагалі небажано, а збільшення її вище 1373 К є небажаним з технологічної та економічної точок зору.

Експериментально підтверджено можливість послідовного насичення сталей хромом і титаном в єдиному технологічному циклі без переривання ізотермічної витримки. Покриття наносилось у замкнутому реакційному просторі при температурі 1323 К впродовж чотирьох годин. Титан вводився через дві години після початку ізотермічної витримки. Було встановлено, що покриття складаються з трьох шарів: найближчий до основи – на снові карбіду хрому Cr_{23}C_6 , зовнішнього – на основі карбіду титану TiC , а між ними знаходився шар з гетерогенною будовою, який складався з суміші карбідів Cr_{23}C_6 і TiC .

Результати роботи будуть використані для розробки нового способу послідовного насичення сталей та твердих сплавів хромом і титаном, який дозволить отримувати високоякісні багатошарові покриття нового покоління з високим рівнем експлуатаційних властивостей.

В.Г. Хижняк, Т.В. Лоскутова, М.Н. Бобина,
А.И. Дегула

ХИМИЗМ И ТЕРМОДИНАМИКА ПРОЦЕССА ТИТАНОХРОМИРОВАНИЯ СТАЛЕЙ

Методом термодинамического анализа установлены основные реакции карбидообразования и равновесный состав реакционного пространства при последовательном насыщении сталей хромом и титаном.

V.G. Khizhnyak, T.V. Loskutova, M.M. Bobina,
A.I. Degula

CHIMISM AND THERMODYNAMICS OF STEEL SATURATION BY TITANIUM AND CHROME

This paper studies the basic responses of carbides formation and equilibrium composition of reactionary space at the sequential steel saturation by chrome and titanium, employing the method of the thermodynamic assaying.

1. Лоскутов В.Ф., Хижняк В.Г., Куницкий Ю.А., Киндрачук М.В. Диффузионные карбидные покрытия. – К.: Техника, 1991. – 168 с.
2. Самсонов Г.В., Упадхя Г.Ш., Нешпор В.С. Физическое материаловедение карбидов. – К.: Наук. думка, 1974. – 456 с.
3. Самсонов Г.В., Эпик А.П. Тугоплавкие покрытия. – М.: Металлургия, 1974. – 400 с.
4. Лоскутов В.Ф., Бобина М.М., Лоскутова Т.В. Новый способ і нова реакційна камера для нанесення карбідних покриттів // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2005. – № 2. – С. 62–65.

5. *Патент України на винахід № 54926А.* Реакційна камера для нанесення карбідних покриттів / Лоскутов В.Ф., Бобіна М.М., Лоскутова Т.В., Погребова І.С. та ін. Оубл. 17.03.2003 р.
6. *Карапетянц М.Х.* Химическая термодинамика. – М.: Химия, 1975. – 584 с.
7. *Болгар А.С., Турчанин А.Г., Фесенко В.В.* Термодинамические свойства карбидов. – К.: Наук. думка, 1973. – 278 с.
8. *Уикс К.Е., Блок Ф.Е.* Термодинамические свойства 65 элементов, их окислов, галагенидов, карбидов, нитридов. – М.: Металлургия, 1965. – 240 с.
9. *Стнярев Т.В., Ваталин Н.А., Трусов Б.Г.* Применение ЭВМ для термодинамических расчетов металлургических процессов. – М.: Наука, 1982. – 264 с.
10. *Морозов И.С.* Применение хлора в металлургии редких и цветных металлов. – М.: Наука, 1966. – 250 с.
11. *Минкевич А.Н.* Химико-термическая обработка металлов и сплавов. – М.: Машиностроение, 1965. – 332 с.

Рекомендована Радою
інженерно-фізичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
30 листопада 2007 року

УДК 661.666.2:620.197

І.Г. Черниш, Ю.О. Нікітін, С.І. Черниш,
П.І. Лобода**ПРО ВПЛИВ МЕТОДІВ ДИСПЕРГУВАННЯ
НА МІКРОСТРУКТУРУ І МОРФОЛОГІЮ
ДИСПЕРСНИХ ЧАСТИНОК ПРИРОДНОГО
ГРАФІТУ ТА ТЕРМОГРАФЕНІТУ****Вступ**

Різноманітність дисперсних систем, їх важливе прикладне значення зумовлюють необхідність вивчення їх властивостей і розробки методів фізико-хімічного керування властивостями на різних стадіях технологічних процесів одержання і переробки дисперсних систем. Особливого значення набувають ці дослідження для природного кристалічного графіту і термографеніту. Нова структурна форма графіту, яку одержують термохімічною обробкою кристалічної форми природного графіту, має багато довільних назв, але найчастіше використовують термін "терморозширений графіт", який запропоновано без детального наукового обґрунтування.

В [1, 2] проведено наукове обґрунтування і запропоновано термін "термографеніт" ("thermograpphenite"). Перевага цього терміну в тому, що в ньому враховані всі терміноелементи ("термо" + "граф" + "ен" + "іт"), які відповідають умовам одержання, вихідному продукту (графіт) і використанні суфікси, зокрема "ен", що характеризує структурні особливості матеріалу (наприклад, антрацен, овален), і "іт", який застосовується при утворенні іменників, якими позначають матеріал (наприклад, кубаніт, шунгіт тощо). Запропонований термін "термографеніт" характеризується точністю, однозначністю, короткістю, системністю і фіксованістю змісту, а тому він виконує не тільки номінативну функцію, але і функцію відображення змісту поняття. Дуже важливою перевагою є те, що термін "термографеніт" (ТРГ, а для міжнародного позначення – ТЕГ) буде повністю інтернаціональним і може увійти до міжнародного термінологічного фонду.

Постановка задачі

Дана стаття присвячена дослідженню взаємозв'язку методів диспергування і мікроструктури, морфології та розмірів частинок графіту і термографеніту.

Об'єкти і методи дослідження

Для одержання дисперсних форм графіту і термографеніту (рис. 1) використовують механічні і фізико-хімічні методи диспергування (рис. 2).

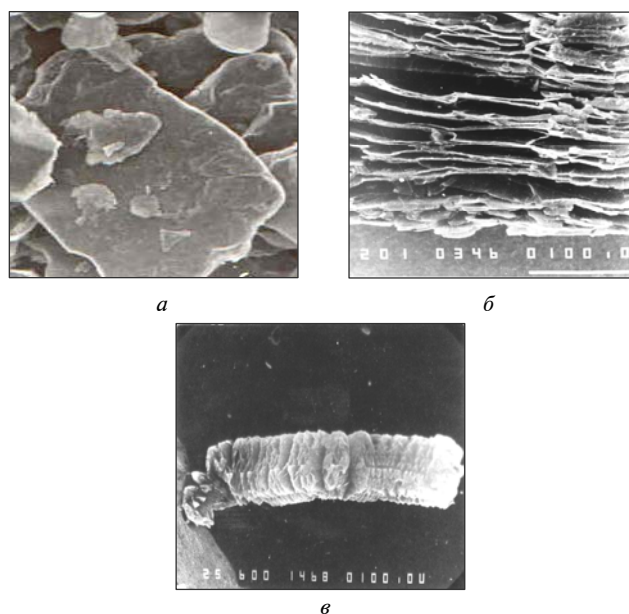


Рис. 1. Вигляд частинок: *a* – природного графіту ($\times 20$); *б* – сполуки інтеркалювання графіту ($\times 912$); *в* – термографеніту ($\times 220$)

Тонкодисперсні зразки природного графіту марок С-1, С-0, С-00 (їх інколи називають сухі колоїдні препарати) виготовлені Заваллівським графітовим комбінатом. Класичною технологією одержання цих порошків є надтонкий розмел у відповідному середовищі з використанням колоїдних, вібраційних та бісерних млинів. Але така технологія призводить до забруднення розмельних тіл та апаратури, а також до утворення великої кількості стоків. На Заваллівському графітовому комбінаті розроблена інша технологія – сухий розмел графіту марки ГАК-2 до необхідних розмірів частинок, який здійснюється в протитечійних повітряноструминних млинах під тиском стисненого повітря 6–8 атм. Подрібнений графіт уловлюють у циклонах і рукавних фільтрах [3]. Зразки термографеніту виготовляли за методикою, описаною в [1], використовуючи швидкісну термообробку (термоудар) сполук інтеркалювання графіту (СІГ). Для дослідження були використані зразки графіту марки С-00, одержаного Заваллівським графітовим комбінатом, та лабораторні зразки термографеніту, який потім дис-

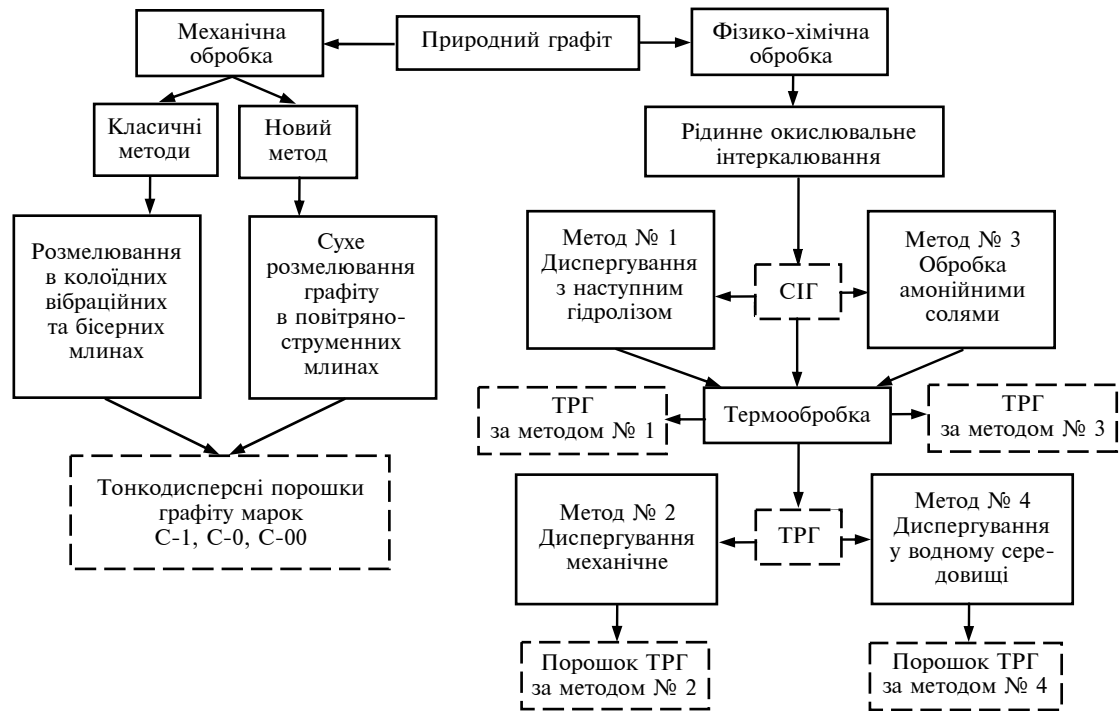


Рис. 2. Схема одержання дисперсних зразків природного графіту і термографітену

пергували різними методами. Зразки досліджувались за допомогою електронного сканувального мікроскопа JSM-35, автоматичного структурного аналізатора “Eriquant” та приладу “Neophot-2”.

Експериментальні результати і їх обговорення

Оскільки сухі колоїдні графітові препарати і, зокрема, марка С-00 у промислових обсягах використовується для одержання дисперсій колоїдно-графітових препаратів (КГП) у мастильно-охолоджувальних рідинах, то для них важливою характеристикою є розмір частинок і їх процентне співвідношення (рис. 3).

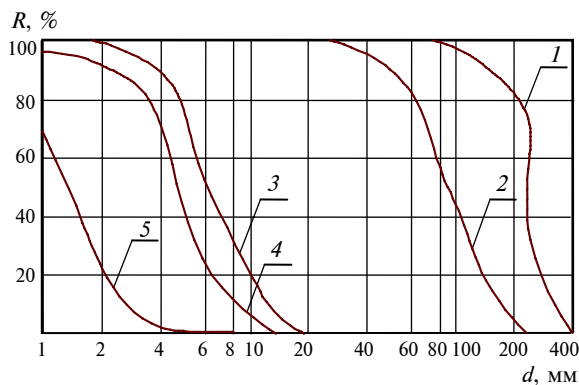


Рис. 3. Гранулометричний склад графіту різних марок: 1 – ГСМ-1; 2 – ГАК-2; 3 – С-1; 4 – С-0; 5 – С-00

Для графіту марки С-00 близько 58 % частинок мають розмір 1 мкм. Мікроструктура частинок цієї марки графіту характеризується сферичною формою і тільки незначна має неправильну форму (рис. 4).

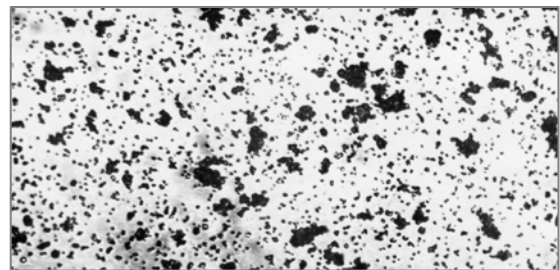


Рис. 4. Мікроструктура графіту марки С-00 (× 800)

Мікроструктура зразків ТРГ (рис. 5), одержаних за методами № 1 і № 2 (див. рис. 2) відрізняються тим, що зразки (рис. 5,а) являють собою дисперсні фрагменти частинок ТРГ розміром до 10 мкм, тоді як зразки, отримані механічним диспергуванням частинок ТРГ (рис. 5,б), мають частинки неправильної форми і менших розмірів (до 8 мкм).

Це підтверджується також і морфологічними дослідженнями (рис. 6). Одержання диспергованого ТРГ за методом № 3 має свої особливості через вплив концентрації амонійної солі на морфологічні зміни утворених частинок

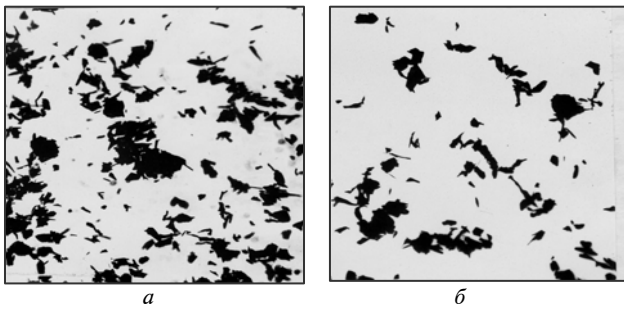


Рис. 5. Мікроструктура термографеніту, одержаного: *a* – за методом № 1 ($\times 100$); *б* – за методом № 2 ($\times 100$)

ТРГ. При обробці СІГ незначною кількістю амонійної солі при термоударі утворюються фрагменти частинок ТРГ, крупніші і глобулярніші, а значна концентрація амонійної солі сприяє утворенню дрібних пластинок із рваними краями (рис. 7). Це пояснюється тим, що при термоударі (швидкісному нагріву СІГ) утворюється великий об'єм парогазових продуктів дисоціації амонійної солі, які інтенсивно руйнують частинки утвореного ТРГ.

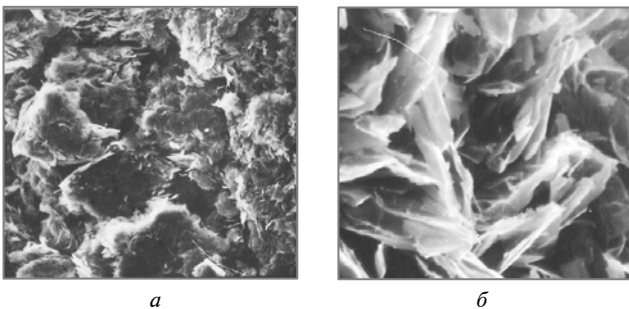


Рис. 6. Морфологія частинок термографеніту, одержаного за методом: *a* – № 1; *б* – № 2

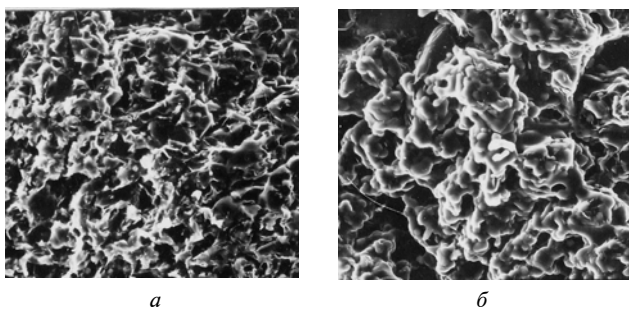


Рис. 7. Морфологія частинок термографеніту, одержаного за методом № 3: *a* – співвідношення СІГ:(NH₄)₂S₂O₈ = 1:3,2; *б* – співвідношення СІГ:(NH₄)₂S₂O₈ = 1:7,6

Дослідження мікроструктури, розміру і морфології частинок ТРГ, одержаних методами № 1–3, показали можливість регулювати структурними і морфологічними показниками дисперсного ТРГ, що значно розширює сферу

його застосування в створенні композиційних матеріалів нового покоління.

В той же час ТРГ завдяки високій хімічній інертності і термостійкості широко використовується як ущільнювач для головок двигунів [4], в апаратах нафтогазової промисловості [1] тощо.

Але при виготовленні виробів із ТРГ методами прокатки і пресування важливою умовою є одержання такої форми і розмірів частинок ТРГ, які б дозволили використовувати в технологічному процесі автоматичні дозувальні пристрої, а також унеможливили, що особливо актуально, розшарування спресованих або прокатаних виробів. Можливості розшарування є значним недоліком технологічного процесу формування спресованих виробів і основним джерелом утворення браку. Крім того, термографеніт, маючи низьку насипну щільність, черв'якоподібну форму частинок і розвинуту поверхню частинок, потребує використання громіздкого пресового устаткування (особливо при пресуванні виробів значних розмірів), а також неможливості рівномірного завантаження прес-форми через самоущільнення частинок ТРГ.

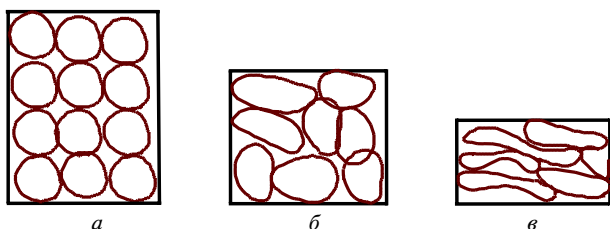
У літературі, і, зокрема, патентній [5, 6], пропонується ущільнення частинок ТРГ зануренням в інертну щодо графіту рідину, яка здатна змочувати принаймні поверхневу графітну масу. Цю масу перемішують у рідині протягом достатнього часу, в результаті чого графітна маса стискається з підвищенням її щільності і утворюються графітні частинки, які потім відокремлюють від рідини і висушують. Насипна щільність графітних частинок за таких умов збільшується в 10 разів. Але за цією методикою, незважаючи на збільшення насипної щільності, при перемішуванні відбувається захоплення повітря в масі частинки і при формуванні виробів підвищується ймовірність до можливого розшарування.

Нами запропоновано метод одержання порошку ТРГ, який має добру плинність, змочуванням графіту деаерованою водою при тиску 10^{-1} – 10^{-4} атм. А після обезводнення на вакуум-фільтрі до рН водної витяжки 5,4–6,0 здійснювали багаторазову промивку (3–5 разів), причому для першої промивки використовували 0,5%-ний деаерований водний розчин етилового спирту. Найбільш оптимальні параметри процесу одержання порошку термографеніту і його основні властивості наведені в таблиці.

Таблиця. Умови утворення і основні показники порошку термографеніту

Кількість промивок	Тиск, атм	pH водної витяжки	Насипна щільність, г/л	Питома поверхня, м ² /г	Плинність, г/с	Масовий вміст сірки, %	Розмір частинок, мкм	Вигляд форми частинок	Характеристика спресованого порошку
Три	0,5	4,8	26,5	38,0	0,140	0,11	39–41	Черв'яко-подібна	Розшарований
	$7 \cdot 10^{-3}$	5,4	32,0	31,4	0,102	0,06	14–17	Сферична	Нерозшарований
Чотири	0,5	4,85	28,0	39,5	0,140	0,09	29–31	Овальна	Розшарований
	$7 \cdot 10^{-3}$	5,6	32,0	31,0	0,109	0,05	13–17	Сферична	Нерозшарований
П'ять	0,5	5,0	28,5	39,8	0,142	0,08	28–31	Овальна	Розшарований
	$7 \cdot 10^{-3}$	5,7	32,3	34,9	0,110	0,045	13–17	Сферична	Нерозшарований

Із даних таблиці видно, що вже після третьої промивки при тиску $7 \cdot 10^{-3}$ атм, який є оптимальний і для наступних промивок, досягається оптимальна рН водної витяжки, насипна щільність, розмір частинок, плинність порошку, зменшується вміст сірки і, головне, – частинки мають сферичну форму, а спресовані з них зразки не розшаровуються.

Рис. 8. Послідовні стадії пресування частинок термографеніту: а – $P = P_0 = 0$; б – $P = P_1$; в – $P = P_2$

Порошки сферичної форми забезпечують щільне укладання при заповненні прес-форм, а несферичність порошоків відповідно зменшує

щільність укладання [7]. Для пластичних матеріалів, яким є термографеніт, подальше ущільнення буде проходити переважно за рахунок деформації частинок (рис. 8), причому спочатку вона обмежена приконттактними ділянками (рис. 8,б), а потім поширюється в глибину частинок (рис. 8,в). Використання порошоків сферичної форми дає змогу різко зменшити розшарування спресованих виробів при їх формуванні і наступної, при необхідності, термообробки.

Висновки

Використання різних методів диспергування графіту та термографеніту забезпечує отримання частинок різної мікроструктури, морфології і розмірів, а це, у свою чергу, дає змогу розширити діапазон застосування цих дисперсних частинок для одержання нового класу композиційних матеріалів як конструкційного, так і функціонального призначення.

И.Г. Черныш, Ю.А. Никитин, С.И. Черныш,
П.И. Лобода

О ВЛИЯНИИ МЕТОДОВ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ
НА МИКРОСТРУКТУРУ И МОРФОЛОГИЮ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ПРИРОДНОГО ГРАФИТА И ТЕРМОГРАФЕНИТА

Проанализировано и экспериментально исследовано образование дисперсных частиц графита и термографенита при использовании механических и физико-химических методов диспергирования. Предложен новый метод получения частиц термографенита сферической формы, что обеспечивает прессование и прокатку без расслоения изделий.

I.G. Chernysh, Yu.O. Nikitin, S.I. Chernysh,
P.I. Loboda

ON THE INFLUENCE OF THE DISPERSED METHODS ON MICROSTRUCTURE AND MORPHOLOGY OF THE DISPERSED PARTICLES OF NATURAL GRAPHITE AND THERMOGRAPHENITE

The study addresses the formation of graphite dispersed particles and thermographene from the perspective of mechanical and physical-chemical dispersed methods. In particular, this new proposed method of the spherical shaped particles formation of thermographene ensures pressing and items rolling without stratifications.

1. *Черныш И.Г., Карпов И.И., Приходько Г.П., Шай В.М.* Физико-химические свойства графита и его соединений. – К.: Наук. думка. – 1990. – 200 с.
2. *Черныш И.Г.* Сучасний стан термінології розширеного графіту // Вісник ЖІТІ. Технічні науки. – 2000. – № 12. – С. 25–28.
3. *Зяц М.М.* Виробництво графіту Заваллівського родовища // Хімічна промисловість України. – 1994. – № 4. – С. 9–18.
4. *Черныш И.Г.* Експлуатаційні матеріали транспортних засобів: Навч. посіб. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 264 с.
5. *Патент Великобританії № 2077246, кл. С 01В 31/02.* Спосіб одержання формувальних пластичних графітових гранул. – Fukubi Samical Indust со Ltd (Японія), 1981.
6. *Заявка ФРГ № 3117567, МКИ С01В 31/04.* Спосіб обробки формувальних, згинаючих графітових елементів і виготовлення із них формованих виробів. – Fukubi Samical Indust со Ltd (Японія), 1982.
7. *Скоруход В.В.* Порошковые материалы на основе тугоплавких металлов и сплавов. – К.: Техніка, 1982. – 1687 с.

Рекомендована Радою
інженерно-хімічного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
26 листопада 2007 року

ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 629.73

В.В. Бурнашев, О.В. Збруцький

СИНТЕЗ ТРАЕКТОРІЇ ВИРІВНЮВАННЯ ЛІТАКА В РЕЖИМІ АВТОМАТИЧНОГО ПРИЗЕМЛЕННЯ

Вступ

Нині при дослідженні питань, пов'язаних із системами автоматичного приземлення, розглядаються, як правило, способи забезпечення якісного відпрацьовування заданих законів руху. При цьому мало уваги приділяється розробці самих законів. У літературі можна зустріти переважно лише якісні описи траєкторій посадки і найпростіших прикладів задання ліній вирівнювання [1–3]. Однак якість системи автоматичної посадки значною мірою визначається вибраним законом зміни заданої координати стану.

Постановка задачі

Розглянемо задачу вибору закону керування висотою при автоматичному приземленні. За відомим законом руху центра мас у вертикальній площині визначається закон відхилення руля висоти, який припускати мемо єдиним керуючим органом.

Математична модель поздовжнього руху літака

Для розв'язання поставленої задачі використовуватимемо модель поздовжнього руху літака у вигляді [4]

$$\begin{cases} \frac{d\Delta w}{ds} + C_X \Delta w + C_X^\alpha \Delta \alpha + C_Y \Delta \theta = \Delta r, \\ \frac{d\Delta \theta}{ds} + \frac{C_X'}{2} \Delta \theta - \frac{C_Y^\alpha}{2} \Delta \alpha - \frac{C_Y}{2} \Delta w = 0, \\ \frac{d^2 \Delta \vartheta}{ds^2} + \nu \frac{d\Delta \vartheta}{ds} + \lambda \frac{d\Delta \alpha}{ds} + \chi \Delta \alpha = \eta \Delta \delta_B, \\ \frac{dh}{ds} = \theta_0 + \Delta \theta, \quad \Delta \alpha = \Delta \vartheta - \Delta \theta. \end{cases} \quad (1)$$

Тут $\Delta \alpha, \Delta \vartheta, \Delta \theta$ – відповідно відхилення кутів атаки, тангажу, нахилу траєкторії від їх програмних значень при плануванні по глісаді

$\alpha_0, \vartheta_0, \theta_0$; $\Delta w = w - 1$ – відхилення квадрата безрозмірної швидкості $w = (V/V_0)^2$ від програмного значення при плануванні; V – швидкість центра мас літака; V_0 – швидкість центра мас літака при плануванні; $h = H/(V_0 \tau_e)$ – безрозмірна висота літака; $\tau_e = m/(\rho F V_0)$; m – маса літака; F – площа крила; ρ – густина повітря; $s = l/(V_0 \tau_e)$ – безрозмірна довжина дуги траєкторії; l – довжина дуги траєкторії; $\Delta \delta_B$ – відхилення руля висоти від його положення при плануванні по глісаді; $\Delta r = r - r_0 = 2(R - R_0)/(\rho S V_0^2)$ – відносна зміна тяги двигунів; R – тяга двигунів; $C_X, C_Y, C_X^\alpha, C_Y^\alpha, C_X', C_Y'$, λ, ν, η, χ – аеродинамічні коефіцієнти літака при плануванні.

Закон руху центра мас літака на етапі приземлення має відповідати таким вимогам: 1) у момент дотику повинні набувати заданих значень вертикальна швидкість, кут тангажу, шляхова швидкість, місце точки дотику на смузі; 2) кут атаки, швидкість, відхилення органів керування при русі по вибраній лінії повинні мати допустимі межі; 3) траєкторія має бути гладкою, монотонною, плавно сполученою з глісадою.

Перераховані вимоги до лінії приземлення можна записати у вигляді рівнянь

$$h(0) = h_0, \quad \frac{dh}{ds}(0) = \theta_0, \quad h(s_d) = 0, \quad (2)$$

$$\Delta \theta(s_d) = \Delta \theta_d, \quad \Delta \vartheta(s_d) = \Delta \vartheta_d, \quad \Delta w(s_d) = \Delta w_d;$$

і нерівностей

$$h(s) > 0, \quad \Delta \alpha(s) < \Delta \alpha_{\text{доп}}, \quad \Delta \delta_{\text{min}} < \Delta \delta_B(s) < \Delta \delta_{\text{max}}, \quad (3)$$

які мають виконуватись при $0 < s < s_d$, де s_d – точка дотику смуги; h_0 – безрозмірна висота початку приземлення; $\Delta w_d, \Delta \vartheta_d, \Delta \theta_d$ – значення відхилень відповідно безрозмірної швидкості, кутів тангажу й нахилу траєкторії від їх програмних значень при плануванні в точці дотику; $\Delta \alpha_{\text{доп}}$ – гранично допустиме значення відхилення кута атаки від кута атаки при плануванні по глісаді; $\Delta \delta_{\text{min}}, \Delta \delta_{\text{max}}$ – гранично можливі відхилення руля висоти від номінального значення при плануванні.

Для знаходження лівих частин рівнянь (2) розв'яжемо систему (1). Підставимо $\Delta\alpha = \Delta\vartheta - \Delta\theta$ в рівняння (1) і перейдемо до зображень за Лапласом при початкових умовах $\Delta\theta(0) = 0$, $\Delta\vartheta(0) = 0$, $\Delta w(0) = 0$, $h(0) = h_0$:

$$\begin{cases} (p + C_X)\Delta w(p) + (C_Y - C_X^\alpha)\Delta\theta(p) + C_X^\alpha\Delta\vartheta(p) = \Delta r(p), \\ -\frac{C_Y}{2}\Delta w(p) + \left(p + \frac{C_X'}{2} + \frac{C_Y^\alpha}{2}\right)\Delta\theta(p) - \frac{C_Y^\alpha}{2}\Delta\vartheta(p) = 0, \\ -(\lambda p + \chi)\Delta\theta(p) + (p^2 + (\nu + \lambda)p + \chi)\Delta\vartheta(p) = \eta\Delta\delta_b(p), \\ ph(p) - h_0 = \frac{\theta_0}{p} + \Delta\theta(p). \end{cases}$$

Звідси знаходимо

$$\begin{aligned} \Delta\theta(p) &= \frac{b_1 p + b_0}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \Delta\delta_b(p), \\ \Delta\vartheta(p) &= \frac{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \Delta\delta_b(p), \\ \Delta w(p) &= \frac{g_1 p + g_0}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \Delta\delta_b(p), \\ h(p) &= \frac{\theta_0}{p^2} + \frac{\Delta\theta(p)}{p} + \frac{h_0}{p}. \end{aligned} \quad (4)$$

В останніх формулах для простоти запису введені позначення:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\chi}{2}(C_X C_X' + C_Y^2), \\ a_1 &= \frac{1}{2}((\lambda + \nu)(C_X C_X' + C_Y^2) + \nu(C_X C_Y^\alpha - C_Y C_X^\alpha) + \\ &\quad + \chi(2C_X + C_X')), \\ a_2 &= \frac{C_X(C_X' + C_Y^\alpha + 2\lambda + 2\nu) + C_Y^2 - C_Y C_X^\alpha + \lambda C_X' + \nu(C_X' + C_Y^\alpha)}{2} + \chi, \\ a_3 &= C_X + \frac{C_X' + C_Y^\alpha}{2} + \lambda + \nu, \quad a_4 = 1; \\ b_0 &= \frac{C_X C_Y^\alpha - C_Y C_X^\alpha}{2} \eta, \quad b_1 = \frac{\eta C_Y^\alpha}{2}, \\ d_0 &= \frac{C_X C_X' + C_Y^2 + C_X C_Y^\alpha - C_Y C_X^\alpha}{2} \eta, \end{aligned}$$

$$d_1 = \eta \left(C_X + \frac{C_X' + C_Y^\alpha}{2} \right), \quad d_2 = \eta;$$

$$g_0 = -\frac{1}{2} \eta (C_Y C_Y^\alpha + C_X' C_X^\alpha), \quad g_1 = -\eta C_X^\alpha.$$

З формул (4) можна знайти зображення величин, необхідних для визначення лівих частин рівнянь (2) і нерівностей (3):

$$\begin{aligned} \Delta\delta_b(p) &= \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{b_1 p + b_0} \times \\ &\quad \times \left(ph_3(p) - h_0 - \frac{\theta_0}{p} \right), \\ \Delta\theta(p) &= ph_3(p) - h_0 - \frac{\theta_0}{p}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta\vartheta(p) = \frac{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}{b_1 p + b_0} \left(ph_3(p) - h_0 - \frac{\theta_0}{p} \right),$$

$$\Delta w(p) = \frac{g_1 p + g_0}{b_1 p + b_0} \left(ph_3(p) - h_0 - \frac{\theta_0}{p} \right).$$

Вид закону руху центра мас

Вираз для безрозмірної висоти $h_3(s)$ доцільно шукати як функцію, що містить стільки варіюємих величин, скільки параметрів необхідно забезпечити бажаними значеннями в точці дотику і початковій точці. Крім того, для забезпечення виконання обмежень на траєкторії треба мати ще хоча б один варіюваний параметр.

Закон $h_3(s)$ слід шукати у вигляді лінійної комбінації деяких відомих функцій змінної s . При цьому як варіювані параметри можна вибрати коефіцієнти лінійної комбінації. У цьому випадку рівняння (2) будуть лінійними відносно шуканих параметрів.

Однак лише задоволення зазначеного вище правила при виборі вигляду шуканого закону не досить для розв'язання поставленої задачі. Для того щоб існували оригінали зображень величин (4), необхідно, щоб самі зображення були правильними дрібно-раціональними функціями p . У цьому сенсі найбільш критичним виразом є відхилення руля висоти. Множина функцій $h_3(s)$, що забезпечує існування оригіналу для руля висоти, забезпечує існування оригіналів й інших параметрів поздовжнього

руху літака (5), оскільки дріб у виразі $\Delta\delta_v(p)$ має найбільший степінь чисельника.

Тому для опису множини способів вибору виду шуканого закону розглянемо вираз для зображення відхилення руля висоти. Можна показати, що закон для зміни відносної висоти $h_3(s)$ доцільно шукати в такому вигляді, щоб вираз у дужках в (5) був дробово-раціональною функцією p з різницею степенів знаменника й чисельника не менше чотирьох. У виразі в дужці є доданок $-h_0 - \frac{\theta_0}{p}$, що при перемноженні

на $\frac{a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0}{b_1p + b_0}$ дає неправиль-

ний дріб. Тому $h_3(s)$ має містити відповідний доданок $h_0 + \theta_0s$. Інші доданки необхідно вибрати так, щоб різниця степенів знаменника й чисельника зображення кожного з них була не менше п'яти. При цьому бажано, щоб відразу виконувалися перша й друга умови (2), тому що це скорочує число шуканих параметрів.

У такій постановці для розв'язання поставленої задачі закон руху центра мас літака доцільно шукати у вигляді однієї з таких форм:

$$h_{31}(s) = h_0 + \theta_0s + A_4s^4 + A_5s^5 + \dots + A_n s^n,$$

$$h_{32}(s) = h_0 + \theta_0s + A_1s^4e^{-s} + A_2s^4e^{-2s} + A_3s^4e^{-3s} + \dots + A_n s^4e^{-ns} \quad (6)$$

або

$$h_{33}(s) = h_0 + \theta_0s + A_1s^4e^{-s} + A_2s^4e^{-2s} + A_3s^4e^{-3s} + A_4s^4 + A_5s^5 + \dots + A_n s^4e^{-ns} + A_m s^m.$$

Розрахунок траєкторії вирівнювання

Розглянемо синтез закону зміни висоти у вигляді параболічної функції $h_{31}(s)$ (6).

Відповідно до рівнянь (2), парабола повинна мати сім членів. Однак перше й друге рівняння виконуються тотожно, тому необхідно мати п'ять варійованих параметрів. Тоді

$$h_3(s) = h_0 + \theta_0s + A_4s^4 + A_5s^5 + A_6s^6 + A_7s^7 + A_8s^8 \quad (7)$$

і зображення Лапласа матиме вигляд

$$h_3(p) = \frac{h_0}{p} + \frac{\theta_0}{p^2} + \frac{24A_4}{p^5} + \frac{120A_5}{p^6} + \frac{720A_6}{p^7} + \frac{5040A_7}{p^8} + \frac{40320A_8}{p^9}. \quad (7a)$$

Підставляючи у формули (5) зображення шуканого закону (7a), одержуємо залежність зображення

$$\Delta\theta(p) = ph(p) - h_0 - \frac{\theta_0}{p} = \frac{24A_4}{p^4} + \frac{120A_5}{p^5} + \frac{720A_6}{p^6} + \frac{5040A_7}{p^7} + \frac{40320A_8}{p^8} \quad (8)$$

і оригіналу відхилення кута нахилу траєкторії

$$\Delta\theta(s) = 4A_4s^3 + 5A_5s^4 + 6A_6s^5 + 7A_7s^6 + 8A_8s^7 \quad (8a)$$

від шуканих коефіцієнтів A_i . Аналогічно одержуємо зображення відхилення руля висоти

$$\Delta\delta_v(p) = \frac{a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0}{b_1p + b_0} \times \left(\frac{24A_4}{p^4} + \frac{120A_5}{p^5} + \frac{720A_6}{p^6} + \frac{5040A_7}{p^7} + \frac{40320A_8}{p^8} \right). \quad (9)$$

Оригінал зображення першого доданка в (9) легко знайти, розклавши дріб на простіші:

$$\frac{a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0}{b_1p + b_0} \frac{1}{p^4} = \frac{c_1}{b_1p + b_0} + \frac{c_2}{p} + \frac{c_3}{p^2} + \frac{c_4}{p^3} + \frac{c_5}{p^4} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{c_1}{b_1} e^{-\frac{b_0}{b_1}s} + \frac{c_5}{6} s^3 + \frac{c_4}{2} s^2 + c_3s + c_2,$$

$$\text{де } c_1 = a_4 - \frac{a_3b_1}{b_0} + \frac{a_2b_1^2}{b_0^2} - \frac{a_1b_1^3}{b_0^3} + \frac{a_0b_1^4}{b_0^4}; c_2 = \frac{a_3}{b_0} - \frac{a_2b_1}{b_0^2} + \frac{a_1b_1^2}{b_0^3} - \frac{a_0b_1^3}{b_0^4}; c_3 = \frac{a_2}{b_0} - \frac{a_1b_1}{b_0^2} + \frac{a_0b_1^2}{b_0^3}; c_4 = \frac{a_1}{b_0} - \frac{a_0b_1}{b_0^2}; c_5 = \frac{a_0}{b_0}.$$

Оригінали наступних доданків зручно шукати згідно з теоремою Бореля [5], визначаючи згортки знайденого оригіналу попереднього доданка і $1/p$:

$$\begin{aligned} & \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{b_1 p + b_0} \frac{1}{p^4} \frac{1}{p} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{c_1}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{24} s^4 + \frac{c_4}{6} s^3 + \frac{c_3}{2} s^2 + c_2 s + \frac{c_1}{b_0}, \\ & \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{b_1 p + b_0} \frac{1}{p^5} \frac{1}{p} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{c_1 b_1}{b_0^2} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{120} s^5 + \frac{c_4}{24} s^4 + \frac{c_3}{6} s^3 + \\ & \quad + \frac{c_2}{2} s^2 + \frac{c_1}{b_0} s - \frac{c_1 b_1}{b_0^2}, \\ & \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{(b_1 p + b_0) p^6} \xrightarrow{L^{-1}} -\frac{c_1 b_1^2}{b_0^3} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{720} s^6 + \frac{c_4}{120} s^5 + \frac{c_3}{24} s^4 + \\ & \quad + \frac{c_2}{6} s^3 + \frac{c_1}{2 b_0} s^2 - \frac{c_1 b_1}{b_0^2} s + \frac{c_1 b_1^2}{b_0^3}, \\ & \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{(b_1 p + b_0) p^7} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{c_1 b_1^3}{b_0^4} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{5040} s^7 + \frac{c_4}{720} s^6 + \frac{c_3}{120} s^5 + \\ & \quad + \frac{c_2}{24} s^4 + \frac{c_1}{6 b_0} s^3 - \frac{c_1 b_1}{2 b_0^2} s^2 + \frac{c_1 b_1^2}{b_0^3} s - \frac{c_1 b_1^3}{b_0^4}. \end{aligned}$$

Закон зміни відхилення руля висоти набуває вигляду

$$\begin{aligned} \Delta \delta_B(s) = & 24 A_4 \times \\ & \times \left(\frac{c_1}{b_1} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{6} s^3 + \frac{c_4}{2} s^2 + c_3 s + c_2 \right) + 120 A_5 \times \\ & \times \left(-\frac{c_1}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{24} s^4 + \frac{c_4}{6} s^3 + \frac{c_3}{2} s^2 + c_2 s + \frac{c_1}{b_0} \right) + \\ & + 720 A_6 \left(\frac{c_1 b_1}{b_0^2} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{120} s^5 + \frac{c_4}{24} s^4 + \frac{c_3}{6} s^3 + \right. \\ & \left. + \frac{c_2}{2} s^2 + \frac{c_1}{b_0} s - \frac{c_1 b_1}{b_0^2} \right) + 5040 A_7 \left(-\frac{c_1 b_1^2}{b_0^3} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. + \frac{c_5}{720} s^6 + \frac{c_4}{120} s^5 + \frac{c_3}{24} s^4 + \frac{c_2}{6} s^3 + \frac{c_1}{2 b_0} s^2 - \right. \\ & \left. - \frac{c_1 b_1}{b_0^2} s + \frac{c_1 b_1^2}{b_0^3} \right) + 40320 A_8 \left(\frac{c_1 b_1^3}{b_0^4} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \right. \\ & \left. + \frac{c_5}{5040} s^7 + \frac{c_4}{720} s^6 + \frac{c_3}{120} s^5 + \frac{c_2}{24} s^4 + \right. \\ & \left. + \frac{c_1}{6 b_0} s^3 - \frac{c_1 b_1}{2 b_0^2} s^2 + \frac{c_1 b_1^2}{b_0^3} s - \frac{c_1 b_1^3}{b_0^4} \right) = \sum_{i=4}^8 A_i D_i(s). \quad (10) \end{aligned}$$

Згідно з (6) і (9) зображення відхилення кута тангажу визначається за формулою

$$\begin{aligned} \Delta \vartheta(p) = & \frac{d_2 p^2 + d_1 p + d_0}{b_1 p + b_0} \times \\ & \times \left(\frac{24 A_4}{p^4} + \frac{120 A_5}{p^5} + \frac{720 A_6}{p^6} + \frac{5040 A_7}{p^7} + \frac{40320 A_8}{p^8} \right). \end{aligned}$$

Аналогічно (10) знайдемо закон зміни кута тангажу

$$\begin{aligned} \Delta \vartheta(s) = & 24 A_4 \times \\ & \times \left(\frac{c_6}{b_1} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{10}}{6} s^3 + \frac{c_9}{2} s^2 + c_8 s + c_7 \right) + 120 A_5 \times \\ & \times \left(-\frac{c_6}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{10}}{24} s^4 + \frac{c_9}{6} s^3 + \frac{c_8}{2} s^2 + c_7 s + \frac{c_6}{b_0} \right) + \\ & + 720 A_6 \left(\frac{c_6 b_1}{b_0^2} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{10}}{120} s^5 + \frac{c_9}{24} s^4 + \frac{c_8}{6} s^3 + \right. \\ & \left. + \frac{c_7}{2} s^2 + \frac{c_6}{b_0} s - \frac{c_6 b_1}{b_0^2} \right) + 5040 A_7 \left(-\frac{c_6 b_1^2}{b_0^3} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \right. \\ & \left. + \frac{c_{10}}{720} s^6 + \frac{c_9}{120} s^5 + \frac{c_8}{24} s^4 + \frac{c_7}{6} s^3 + \frac{c_6}{2 b_0} s^2 - \right. \\ & \left. - \frac{c_6 b_1}{b_0^2} s + \frac{c_6 b_1^2}{b_0^3} \right) + 40320 A_8 \left(\frac{c_6 b_1^3}{b_0^4} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \right. \\ & \left. + \frac{c_{10}}{5040} s^7 + \frac{c_9}{720} s^6 + \frac{c_8}{120} s^5 + \frac{c_7}{24} s^4 + \frac{c_6}{6 b_0} s^3 - \right. \end{aligned}$$

$$\left. -\frac{c_6 b_1}{2b_0^2} s^2 + \frac{c_6 b_1^2}{b_0^3} s - \frac{c_6 b_1^3}{b_0^4} \right) = \sum_{i=4}^8 A_i B_i(s). \quad (11)$$

Після підстановки (9) в (6) одержимо зображення для відхилення відносної швидкості

$$\Delta w(p) = \frac{g_1 p + g_0}{b_1 p + b_0} \times \left(\frac{24A_4}{p^4} + \frac{120A_5}{p^5} + \frac{720A_6}{p^6} + \frac{5040A_7}{p^7} + \frac{40320A_8}{p^8} \right),$$

оригінал якої має вигляд

$$\begin{aligned} \Delta w(s) = & 24A_4 \left(\frac{c_{11}}{b_1} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{15}}{6} s^3 + \frac{c_{14}}{2} s^2 + c_{13} s + \right. \\ & \left. + c_{12} \right) + 120A_5 \left(-\frac{c_{11}}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{15}}{24} s^4 + \frac{c_{14}}{6} s^3 + \right. \\ & \left. + \frac{c_{13}}{2} s^2 + c_{12} s + \frac{c_{11}}{b_0} \right) + 720A_6 \left(\frac{c_{11} b_1}{b_0^2} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \right. \\ & \left. + \frac{c_{15}}{120} s^5 + \frac{c_{14}}{24} s^4 + \frac{c_{13}}{6} s^3 + \frac{c_{12}}{2} s^2 + \frac{c_{11}}{b_0} s - \right. \\ & \left. - \frac{c_{11} b_1}{b_0^2} \right) + 5040A_7 \left(-\frac{c_{11} b_1^2}{b_0^3} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{15}}{720} s^6 + \right. \\ & \left. + \frac{c_{14}}{120} s^5 + \frac{c_{13}}{24} s^4 + \frac{c_{12}}{6} s^3 + \frac{c_{11}}{2b_0} s^2 - \frac{c_{11} b_1}{b_0^2} s + \right. \\ & \left. + \frac{c_{11} b_1^2}{b_0^3} \right) + 40320A_8 \left(\frac{c_{11} b_1^3}{b_0^4} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{15}}{5040} s^7 + \right. \\ & \left. + \frac{c_{14}}{720} s^6 + \frac{c_{13}}{120} s^5 + \frac{c_{12}}{24} s^4 + \frac{c_{11}}{6b_0} s^3 - \right. \\ & \left. - \frac{c_{11} b_1}{2b_0^2} s^2 + \frac{c_{11} b_1^2}{b_0^3} s - \frac{c_{11} b_1^3}{b_0^4} \right) = \sum_{i=4}^8 A_i E_i(s). \quad (12) \end{aligned}$$

У виразах (10)–(12) позначено:

$$D_4(s) = 24 \left(\frac{c_1}{b_1} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{6} s^3 + \frac{c_4}{2} s^2 + c_3 s + c_2 \right),$$

$$D_5(s) = 120 \left(-\frac{c_1}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_5}{24} s^4 + \frac{c_4}{6} s^3 + \frac{c_3}{2} s^2 + c_2 s + \frac{c_1}{b_0} \right),$$

$$B_4(s) = 24 \left(\frac{c_6}{b_1} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{10}}{6} s^3 + \frac{c_9}{2} s^2 + c_8 s + c_7 \right),$$

$$B_5(s) = 120 \left(-\frac{c_6}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{10}}{24} s^4 + \frac{c_9}{6} s^3 + \frac{c_8}{2} s^2 + c_7 s + \frac{c_6}{b_0} \right),$$

$$E_4(s) = 24 \left(\frac{c_{11}}{b_1} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{15}}{6} s^3 + \frac{c_{14}}{2} s^2 + c_{13} s + c_{12} \right),$$

$$E_5(s) = 120 \times \left(-\frac{c_{11}}{b_0} e^{-\frac{b_0 s}{b_1}} + \frac{c_{15}}{24} s^4 + \frac{c_{14}}{6} s^3 + \frac{c_{13}}{2} s^2 + c_{12} s + \frac{c_{11}}{b_0} \right).$$

В результаті підстановки (7), (8a), (11), (12) в (2) із врахуванням введених позначень отримуємо систему чотирьох лінійних алгебричних рівнянь відносно п'яти невідомих коефіцієнтів A_i :

$$\begin{cases} s_d^4 A_4 + s_d^5 A_5 + s_d^6 A_6 + s_d^7 A_7 = \\ = -h_0 - \theta_0 s_d - s_d^8 A_8, \\ B_4(s_d) A_4 + B_5(s_d) A_5 + B_6(s_d) A_6 + B_7(s_d) A_7 = \\ = \Delta \vartheta_d - B_8(s_d) A_8, \\ E_4(s_d) A_4 + E_5(s_d) A_5 + E_6(s_d) A_6 + E_7(s_d) A_7 = \\ = \Delta w_d - E_8(s_d) A_8, \\ 4s_d^3 A_4 + 5s_d^4 A_5 + 6s_d^5 A_6 + 7s_d^6 A_7 = \\ = \Delta \theta_d - 8s_d^7 A_8. \end{cases} \quad (13)$$

Розв'язуючи систему (13) відносно A_4, A_5, A_6, A_7 , знаходимо $A_4(A_8), A_5(A_8), A_6(A_8), A_7(A_8)$. Після підстановки в нерівності (3) виразів (7), (10), геометричного співвідношення $\Delta \alpha = \Delta \vartheta - \Delta \theta$ й знайдених $A_4(A_8), A_5(A_8), A_6(A_8), A_7(A_8)$ одержуємо систему

$$\begin{cases} h(s, A_8) > 0, \\ \Delta\alpha(s, A_8) < \Delta\alpha_{\text{доп}}, \\ \Delta\delta_{\text{min}} < \Delta\delta_B(s, A_8) < \Delta\delta_{\text{max}}. \end{cases} \quad (14)$$

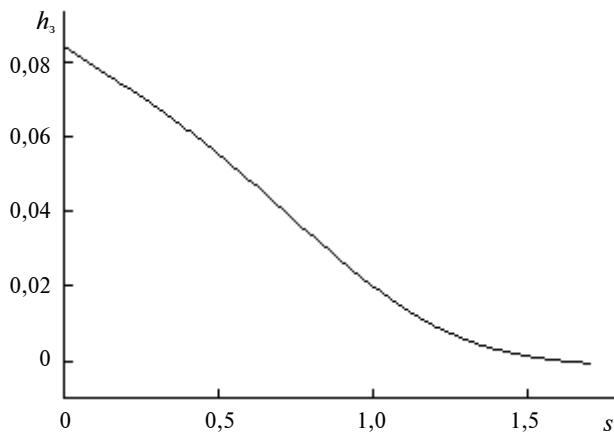


Рис. 1. Зміна висоти при приземленні

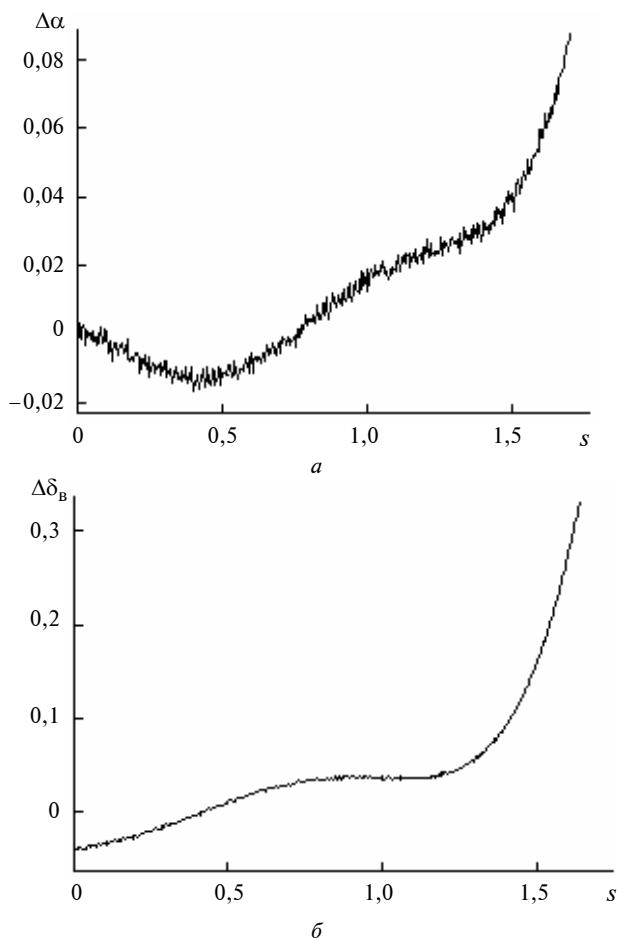


Рис. 2. Відхилення кута атаки (а) і руля висоти (б) від номінальних значень при плануванні для літака ІЛ-18

Коефіцієнт A_8 повинен вибиратися таким, щоб при $0 < s < s_d$ виконувалися всі чотири нерівності (14). Вибір A_8 зручно зробити графічно, побудувавши $h(s, A_8)$, $\Delta\alpha(s, A_8)$, $\Delta\delta_B(s, A_8)$. Після визначення A_8 можна обчислити A_4 , A_5 , A_6 , A_7 . Це означає, що шуканий вираз для безрозмірної висоти $h_3(s)$ знайдено.

Описана задача чисельно розв'язана для літака ІЛ-18, траєкторія якого показана на рис. 1, 2. Для висоти початку вирівнювання 25 метрів довжина повітряної ділянки становила 477 м при вертикальній швидкості в точці дотику 0,6 м/с.

Задавати програму зміни висоти згідно з формулами (6) доцільно, якщо є можливість досить точно контролювати величину s . В протилежному випадку закон можна задавати як функцію часу. Тоді необхідно розрахувати приблизний час дотику ЗПС. При цьому правила знаходження закону залишаються такими ж.

Висновки

Запропонований підхід до розв'язання задачі задання програмного руху при автоматичному вирівнюванні літака дає можливість одержати закон зміни висоти або іншої координати стану, що забезпечує бажані значення параметрів польоту в точці дотику при виконанні обмежень протягом даного етапу посадки.

Кількість варійованих параметрів шуканої функції закону зміни висоти слід вибирати, виходячи з числа величин, які необхідно забезпечити заданими в точці дотику й початковій точці вирівнювання, а також із наявності обмежень на параметри руху. Задання закону у вигляді лінійної комбінації деяких функцій із шуканими коефіцієнтами приводить до розв'язання системи лінійних рівнянь відносно цих коефіцієнтів. При цьому має виконуватись умова існування функції кута відхилення руля висоти.

Числовий розрахунок варіанта траєкторії за запропонованим алгоритмом показав дієвість розглянутого підходу.

В.В. Бурнашев, А.В. Збруцкий

СИНТЕЗ ТРАЕКТОРИИ ВЫРАВНИВАНИЯ САМОЛЕТА В РЕЖИМЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПРИЗЕМЛЕНИЯ

Описан подход к решению задачи задания программного движения при автоматическом выравнивании самолета. Рассмотрены основные требования к программе продольного движения самолета на этапе приземления. Предложены рекомендации для задания вида закона изменения высоты. Показан алгоритм расчета одного из предложенных, в соответствии с рекомендациями, возможных вариантов траектории. Синтез такого закона проведен для конкретного самолета, выполнено компьютерное моделирование движения по вычисленной траектории.

V.V. Burnashev, A.V. Zbrutskiy

THE ALIGNMENT TRAJECTORY SYNTHESIS OF THE PLANE IN AN AUTOMATIC LANDING MODE

This paper outlines the approach to resolve the program motion task at the airplane automatic alignment. In particular, we consider the basic requirements for the longitudinal motion program of the airplane in the landing stage. We also provide some recommendations for the law assignment of the height change and implement the calculation algorithm of the possible trajectory variant. On the experimental side, synthesis of such law is carried out for the specific airplane and computer modeling of the motion on the calculated trajectory is executed.

1. Антонов М.О., Афанасьева К.Е., Коблов А.И., Ширяев В.И. Алгоритмы оценивания и управления беспилотным летательным аппаратом на этапе посадки // Изв. РАН. ТиСУ. – 2005. – № 2. – С. 166–173.
2. Ким Н.В., Степанова Н.В. Определение углов крена и тангажа беспилотного летательного аппарата на основе обработки и анализа последовательности изображений подстилающей поверхности // Авиакосмическое приборостроение. – 2006. – № 8. – С. 18–23.
3. Добровольский Д.В. Методика управления динамической системой “летчик–самолет” с использованием звуковых сигналов: Дис. ... канд. техн. наук; 05.07.09. – К., 2005. – 139 с.
4. Поселов Г.С. Динамика автоматического управления самолетом при посадке // Тр. ВВИА им. Н.Е. Жуковского. – 1959. – Вып. 714.
5. Диткин В.А., Кузнецов П.И. Справочник по операционному исчислению. Основы теории и таблицы формул. – Л.: Техничко-теоретическая литература, 1951. – 256 с.

Рекомендована Радою
НАЦ критичних технологій
навігаційного приладобудування
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
27 грудня 2007 року

УДК 004.421

Т.М. Заболотня, А.Ю. Михайлюк,
В.П. Тарасенко

СТРУКТУРНО-АЛГОРИТМІЧНА ОРГАНІЗАЦІЯ ПРОГРАМНОГО АГЕНТА-ОРФОКОРЕКТОРА

Вступ

На сьогодні до числа найбільш затребуваних класів програмного забезпечення належать документоорієнтовані інформаційні системи (ДІС). Для підтримки конкурентоспроможності таких систем на світовому ринку програмного забезпечення (ПЗ) їх розробляють як відкритий програмний продукт, придатний до масштабування. Останнім часом в основу реалізації такого типу програм все частіше буває покладено агентаорієнтований підхід [1], відповідно до якого модулі, що входять або мають увійти до складу відкритих інформаційних систем, повинні будуватися як програмні агенти [1–3].

У даній статті розглядається проблема побудови одного з найпоширеніших інструментів для обробки текстових даних – орфокоректора. Зараз він найчастіше розробляється або як жорстко вбудований в ДІС модуль, що здійснює виправлення помилок, або як автономна програма орфокорекції, до якої при необхідності звертається сам користувач. Обидва наведені способи організації коректорів, поперше, не передбачають можливості його підключення як окремо розробленої утиліти до програмних комплексів із відкритою архітектурою [2], а по-друге, зумовлюють необхідність побудови великої кількості модифікацій подібних модулів.

Постановка задачі

Для спрощення інкапсуляції та ефективного функціонування орфокоректора в ДІС необхідно в основу його розробки покласти агентний підхід. Звідси метою статті є визначення структурно-алгоритмічної організації агента-коректора та його поведінки в агентному середовищі.

Документоорієнтована система як зовнішнє середовище агента-коректора

Особливою рисою програмних агентів є необхідність їх функціонування в деякому

зовнішньому середовищі, з яким вони можуть взаємодіяти, але яке не мають можливості контролювати. Як правило, вибір конкретної дії агент здійснює, базуючись на даних про поточний стан зовнішнього середовища. В загальному вигляді агент можна подати як функцію [1]

$$\text{action} : S \rightarrow A, \quad (1)$$

де S – множина станів середовища; A – множина дій, які здатен виконувати агент.

Для агента-коректора зовнішнім середовищем є документоорієнтована інформаційна система, до складу якої він входить, та програмно-апаратне забезпечення цієї системи. Стан даного середовища пропонується визначати за набором значень квазістатичних параметрів ДІС та оперативними даними, які надходять до агента-коректора у вигляді повідомлень від інших компонентів ДІС або від користувача.

Відзначимо, що значення квазістатичних параметрів ДІС та оперативні дані впливають не тільки на вибір алгоритму роботи коректора в реальному часі, але і на структурно-алгоритмічну організацію останнього, оскільки нею має бути передбачена можливість роботи агента-коректора за різних умов.

Вибір алгоритму роботи агента-коректора виключно на основі аналізу стану зовнішнього середовища не завжди гарантує його ефективне функціонування в межах багатокомпонентної відкритої ДІС. Для забезпечення більш гнучкої та надійної роботи орфокоректора пропонується будувати його як агента, дії якого визначаються також його внутрішнім станом. У загальному вигляді такий агент-коректор подамо як функцію

$$\text{action} : I \times S \rightarrow A, \quad (2)$$

де I – множина внутрішніх станів орфокоректора, які він змінює під впливом стану зовнішнього середовища. Пропонується до множини I внести дані про поточний стан складових агента-коректора, а також дані про можливість ініціювання роботи орфокоректора іншим модулем ДІС.

Подальше ускладнення функції action (а саме, проектування агента-коректора здатним до створення цілей, до прогнозування зміни власного стану та стану зовнішнього середовища, наділення його ментальними властивостями [1] тощо) вважаємо зайвим, оскільки орфокоректор є сервісним доповненням ДІС і до його специфікації не повинно входити

ініціювання взаємодії з іншими модулями ДІС. Крім того, занадто ускладнювати організацію агента-коректора (особливо при локальному розміщенні ДІС) не слід, через те що це може спричинити втрату оперативності його функціонування, що для програмного забезпечення допоміжного характеру вкрай небажане. Таким чином, по відношенню до ДІС агент-коректор має бути реактивним.

Розглянемо квазістатичні параметри і оперативні дані документоорієнтованих інформаційних систем.

Квазістатичні параметри ДІС. Значення цих параметрів під час роботи ДІС змінюються дуже рідко (якщо змінюються взагалі). До них насамперед належать:

а) структурна організація (будова) ДІС: локальне чи віддалене розміщення її компонентів, кількість модулів, які можуть ініціювати роботу агента-коректора, наявність серед програмних ресурсів, які використовує ДІС, таких, що можна залучати до процесу визначення варіантів виправлення слова з орфографічною помилкою (далі – *спотворене слово*);

б) функціональні характеристики ДІС:

- ступінь складності (інтелектуальності) алгоритмів аналізу текстових даних ДІС – визначає загальну необхідність проведення синтактико-семантичного узгодження варіантів виправлення спотвореного слова з його контекстним оточенням чи будь-якими іншими даними;

- характер текстових даних, з якими працює ДІС: формалізований текст, текст, в якому переважають числові дані, структурований текст, художній текст, спеціалізована термінологія тощо;

- пріоритетність критеріїв визначення ефективності роботи ДІС: надання переваги максимальному ступеню автоматизації процесів обробки даних, точності отримуваних результатів, швидкості виконання алгоритмів тощо;

в) програмно-апаратне забезпечення роботи ДІС (і агента-коректора, зокрема): обчислювальна потужність апаратних ресурсів, пропускна здатність каналу передачі даних у випадку віддаленого розміщення модулів ДІС, параметри операційної системи, під керуванням якої працює ДІС, можливості СУБД, які використовуються для збереження даних, тощо.

Звісно, існують параметри, які характеризують ДІС, але які не були згадані вище (наприклад, детальні дані про склад ДІС, про функціонування кожного її модуля тощо). Їх не

було внесено до розгляду через те, що значення цих параметрів ніяк не впливають на архітектуру та поведінку агента-коректора. Тому можна сказати, що згадані квазістатичні параметри та оперативні дані визначають групи станів зовнішнього середовища, які є еквівалентними з точки зору їх сприйняття агентом-коректором.

Проаналізуємо вплив кожної складової множин S та I на структурно-алгоритмічну організацію агента-коректора.

Структурна організація ДІС. На рис. 1 наведені приклади дислокації агента-коректора у ДІС за різних способів організації останньої.

У випадку *локального* розміщення компонентів ДІС орфокоректор доцільно реалізувати у формі одного *реактивного* агента (рис. 1,а) [3]. При цьому компактність ДІС дозволяє коректору не мати власних лінгвістичних програмних ресурсів, якщо їх необхідний набір входить до складу ДІС (на рис. 1 можливий зв'язок між коректором та ресурсами ДІС зображений штриховою лінією).

Побудова коректора у вигляді сукупності реактивних агентів Ag_t ; (наприклад, для забезпечення паралельного виконання певних незалежних етапів алгоритму виправлення помилок [4]) має значення тільки для ДІС, що функціонує на багатопроесорному комп'ютері.

Форма реалізації орфокоректора в умовах *віддаленого* розміщення складових ДІС залежить від взаємного розміщення модулів (M_i) та ресурсів (Res_i), з якими він взаємодіє в процесі визначення варіантів виправлення спотвореного слова. Чим більше компонентів, необхідних для роботи коректора, знаходиться на одному з ним вузлі комп'ютерної мережі, тим швидше будуть отримані результати корекції і тим менше даних передаватиметься при цьому каналом зв'язку (рис. 1,б). Випадок, коли всі потрібні компоненти належать одному вузлу, можна розглядати як локальне розміщення ДІС та коректора. Тоді, відповідно, коректор можна реалізувати у вигляді єдиного реактивного агента.

Якщо ж алгоритмом виправлення помилок передбачено виконання складної послідовності операцій із використанням великої кількості віддалених лінгвістичних програмних ресурсів (наприклад, при багаторівневому аналізі текстових даних), то допускається організація орфокоректора у формі *багатоагентної* системи, кожна складова якої буде відповідати за організацію роботи з окремим ресурсом або реалізо-

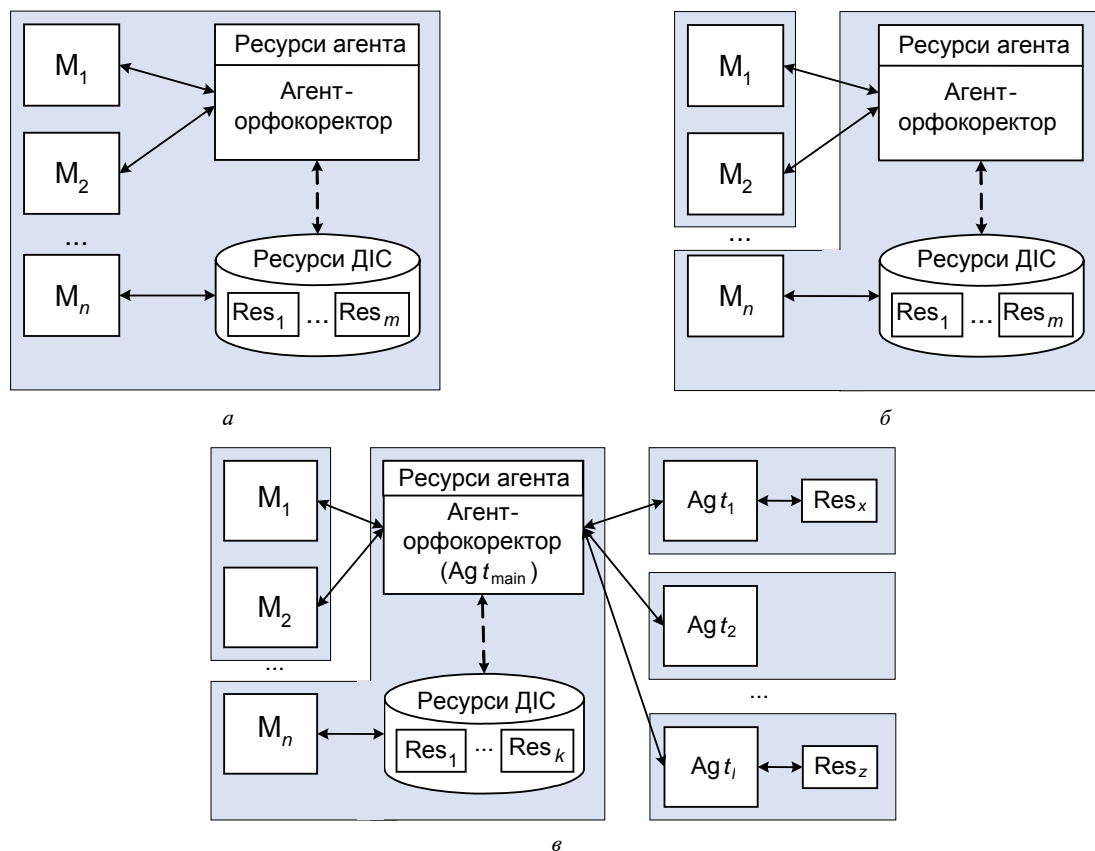


Рис. 1. Варіанти реалізації агента-коректора залежно від розміщення компонентів ДІС

увати певний етап процесу корекції помилок у спотвореному слові (рис. 1, в). При цьому агент $Ag t_{main}$, який безпосередньо взаємодіє з ДІС, з одного боку, має контролювати роботу всіх інших агентів $Ag t_i$, а з іншого, залишатися водночас реактивним відносно компонентів ДІС.

Також потрібно зазначити, що звернення коректора до ресурсів ДІС може спричинити зниження її загальної надійності та швидкодії.

Тому при розробці структурно-алгоритмічної організації кожного орфокоorrectора необхідно проаналізувати доцільність внесення до його складу реплік деяких ресурсів ДІС (звичайно, за умови, якщо відповідне технічне забезпечення дозволяє це зробити). Якщо ж ДІС не має у своєму складі потрібних для роботи коректора ресурсів, то їх необхідно внести або до структури самого агента, або до складу ДІС (з можливістю їх використання й іншими модулями).

Порівняно з локальним варіантом розміщення ДІС при віддаленому розташуванні її компонентів зростає ймовірність їх одночасного звернення до коректора. Через це для будь-

якої структури ДІС необхідно передбачити механізм попередження конфліктів доступу до коректора. Так, або спеціальний супервизорний модуль ДІС може здійснювати моніторинг зайнятості агента-коректора, або орфокоorrectор має самостійно контролювати спроби одночасного звернення до нього з боку кількох модулів ДІС.

Функціональні характеристики ДІС. Кожна документоорієнтована система має певні особливості функціонування. У цьому розумінні такі системи відрізняються між собою даними, якими їм доводиться оперувати, алгоритмами роботи та критеріями оцінювання ефективності останніх. Для того щоб агент-коректор міг гнучко налаштуватися на роботу в складі ДІС різних функціональних типів, необхідно передбачити в його алгоритмічній організації набір відповідних сценаріїв поведінки, які будуть вибиратися залежно не тільки від будови ДІС, але й від функціональних характеристик ДІС.

Ступінь складності алгоритмів обробки текстових даних. На сьогодні існуючі документоорієнтовані інформаційні системи залежно від свого призначення реалізують різні за складністю алгоритми аналізу текстових даних. Мож-

на стверджувати, що в переважній більшості випадків ступінь складності алгоритмів обробки спотвореного слова відповідним орфокоректором залежить від рівня аналізу текстів, який має місце в ДІС в цілому. Так, для програми, яка оперує даними на рівні морфологічного аналізу тексту (наприклад, для простого редактора тексту), непотрібно будувати коректор, що буде узгоджувати варіанти виправлення із змістом контекстного оточення слова, в якому допущена помилка. Для великих же аналітичних комплексів цілком реальною є необхідність у детальному синтактико-семантичному аналізі спотвореного слова.

Відповідно до рівня складності алгоритмів роботи орфокоректора визначається і набір ресурсів, які він використовує: від невеликих словників, що містять короткий список лексем, до масштабних семантичних ресурсів та онтологій предметної галузі.

Характер текстових даних. Від характеру текстових даних, якими оперує ДІС, залежить вибір способу їх обробки та ресурсів, які при цьому будуть використовуватися як самою системою, так і орфокоректором.

Наприклад, для виправлення помилки у словах, що належать до термінології певної предметної галузі, необхідним є залучення теоретично й емпірично отриманих закономірностей будови спеціалізованої лексики та її вживання в документах, а також предметноорієнтованих словникових ресурсів, які дозволили б адекватно ідентифікувати та виправити спотворене слово. Корекція формалізованого тексту (програмного коду або документа, складеного будь-якою штучною мовою) базується на правилах складання текстів такого характеру та на залученні до процесу виправлення ресурсів, які містять перелік мовних конструкцій, притаманних даним формалізованій мові. Для знаходження вірного варіанта написання спотвореного слова з художнього тексту необхідне проведення детального синтактико-семантичного аналізу контексту даного слова з використанням словників, які містять інформацію про слова, що можуть мати переносне значення, усталені мовні звороти та інші прийоми художньої виразності. Якщо ж текст, в якому здійснюється орфокорекція, насичений числовими даними, то застосування алгоритмів та ресурсів, які використовуються для виправлення помилок у словах, не є доцільним. Замість цього потрібно використовувати способи зна-

ходження спотворень у послідовностях цифр, які мають місце в галузі кодування.

Пріоритетність критеріїв оцінки ефективності роботи ДІС. Вибір алгоритму роботи агента-коректора залежить і від критерію, який використовується для оцінки ефективності функціонування ДІС в цілому. Якщо ДІС вважається ефективною в разі забезпечення нею високого ступеня автоматизації її роботи, то орфокоректор як складова такої системи також має застосовувати алгоритми, що передбачають мінімальне втручання користувача. У випадку, коли ДІС працює в режимі, який потребує оперативної обробки даних, агент-коректор повинен вибирати для реалізації процесу корекції алгоритми, які характеризуються високою швидкістю роботи. Аналогічно пріоритетність точності обробки текстових даних у ДІС означає використання відповідних алгоритмів роботи орфокоректора.

Програмно-апаратне забезпечення роботи ДІС. Від характеристик апаратних ресурсів та програмного забезпечення, на базі яких функціонує ДІС, залежить допустима складність алгоритмів обробки текстових даних (у тому числі орфокорекції), обсяг та структурна організація даних у використовуваних ресурсах, принципова можливість віддаленого розміщення компонентів ДІС, певні аспекти, пов'язані із комунікацією агента-коректора із зовнішнім середовищем та з його роботою під керуванням різних операційних систем тощо.

Наприклад, при організації роботи агента-коректора із словниковими ресурсами (які, зазвичай, організовані у формі БД) необхідно враховувати особливості СУБД, на базі якої вони реалізовані, і будувати для кожного випадку свою множину запитів до БД та алгоритми обробки результатів виконання цих запитів. Певні ж характеристики каналу зв'язку між орфокоректором та модулями ДІС можуть накладати обмеження на розмір, тип кодування та принцип адресації повідомлень, якими програмні компоненти обмінюються один з одним.

Таким чином, нами розглянуто вплив значень квазістатичних параметрів ДІС на структурно-алгоритмічну організацію агента-коректора як складової цієї системи. Оскільки ці значення змінюються дуже рідко, то не має сенсу передавати їх до орфокоректора щоразу при необхідності ініціювати процес виправлення помилок у спотвореному слові. Доцільно заносити відомості про поточну комбінацію

значень наведених параметрів до внутрішніх інформаційних масивів агента на етапі його ініціалізації в ДІС та оновлювати відповідно до змін у системі.

Оперативні повідомлення від ДІС. Оперативні дані (повідомлення), які надходять до сенсорів агента-коректора від інших компонентів ДІС або від користувача під час роботи в реальному часі, можна розділити на два види: службові повідомлення та запити на виправлення спотвореного слова з набором вказівок щодо особливостей проведення процесу корекції.

Для того щоб ініціювати роботу орфоко-ректора, передавати йому необхідні текстові дані, а також додаткові вказівки (інструкції) щодо процесу виправлення помилок, відповідний модуль ДІС чи користувач мають сформу-вати певне оперативне повідомлення і наді-слати його до орфоко-ректора. На основі такого повідомлення, а також виходячи з відомостей про значення квазістатичних параметрів, агент-коректор динамічно визначає оптимальний для поточної ситуації алгоритм корекції, а також набір ресурсів, які будуть використовуватися під час роботи цього алгоритму.

Переважну більшість оперативних повідом-лень становлять безпосередні запити на ви-правлення спотвореного слова з набором допо-міжних інструкцій щодо проведення процесу корекції. Кожен запит умовно поділяється на дві частини: основні дані та додаткові інструк-ції. До основних даних належить спотворене слово та його контекст (у разі, коли потрібно здійснювати синтактико-семантичний аналіз контекстного оточення). Інструкції можуть мі-стити дані щодо:

- максимальної кількості помилок, яку має виправляти коректор (чим менше поми-лок, тим швидше працюватиме алгоритм);
- необхідності врахування специфіки тер-мінології певної предметної галузі під час підбору варіантів виправлення спотвореного слова;
- обов'язковості формування результату виправлення (коли коректор повинен будь-що сформувати варіанти виправлення);
- критеріїв, за якими оцінюється ефек-тивність роботи коректора;
- значень квазістатичних параметрів ДІС, які відрізняються від тих, що зберігаються в БД агента-коректора.

Крім запитів на обробку спотворених слів, до орфоко-ректора можуть надходити службові повідомлення відносно:

- зміни внутрішнього стану агента-корек-тора;
- надання інформації про стан агента-ко-ректора відправнику даного повідомлення.

У випадку, коли до агента-коректора мо-жуть звертатися кілька модулів ДІС, особливої ваги набуває інформація про його внутрішній стан. Основною характеристикою внутрішньо-го стану є доступність коректора – можливість ініціювання його роботи іншим модулем ДІС. Індикатором доступності може бути як від-сутність оперативних даних, що вже оброблю-ються коректором, так і завантаженість буферів окремих його блоків.

На основі розглянутих вище особливостей будови та функціонування ДІС можна запро-понувати основні способи структурно-алгорит-мічної організації агента-орфоко-ректора.

Організація орфоко-ректора у формі реактив-ного агента

Узагальнена структура програмного агента містить такі компоненти, як [6]: інтерфейс із зовнішнім середовищем, база даних, плану-вальник дій, виконавчий блок. Запропонуємо варіант побудови кожного з цих компонентів агента у випадку, коли останній виконує роль орфоко-ректора (рис. 2).

Інтерфейс із зовнішнім середовищем скла-дається з набору сенсорів та ефекторів, буферів та модуля синтаксичного аналізу/синтезу по-відомлень.

Сенсори та *ефектори* є функціональними блоками, які відповідають за обмін повідом-леннями агента із зовнішнім для нього середо-вищем. При цьому слід зазначити, що в разі віддаленого розміщення компонентів середови-ща вся взаємодія з ними та інші задачі, пов'я-зані з передачею даних, не входять до задач інтерфейсу агента і мають забезпечуватися за-собами комунікації нижчого рівня.

Наявність *буферів* в інтерфейсі, що розгля-дається, дає змогу накопичувати та впорядко-вувати за певною ознакою повідомлення, які надходять із зовнішнього середовища до аген-та, а також повідомлення, сформовані останнім для відправлення іншим модулям ДІС. Це забезпечує надійну роботу агента у випадку, коли до нього звертаються одночасно кілька модулів інформаційної системи.



Рис. 2. Структурна схема реактивного агента-коректора

Модуль синтаксичного аналізу/синтезу повідомлень виконує первинний розбір вхідних повідомлень та генерує вихідні повідомлення агента згідно з форматом обміну даними, який прийнятий між компонентами ДІС.

База даних містить записи про поточний стан зовнішнього середовища (значення квазі-статичних параметрів ДІС), про внутрішній стан агента (зокрема, про його доступність), а також зберігає бібліотеки ситуацій (комбінацій значень параметрів, що характеризують стан ДІС та агента), на які здатний реагувати агент-коректор, загальні сценарії поведінки та бібліотеки окремих дій агента. Під сценарієм мається на увазі опис алгоритму роботи агента на високому рівні. Модифікація вмісту БД може виконуватися відповідно до оперативних повідомлень про зміни стану зовнішнього середовища, а також згідно з директивними повідомленнями користувача.

Планувальник дій визначає поведінку агента в реальному часі. Оскільки вище ми охарактеризували орфокоректор як реактивний компонент ДІС, то у нього, звісно, відсутні функції, притаманні агентам, які утворюють та узгоджують цілі (наприклад, інтелектуальний аналіз поточної ситуації, довгострокове планування дій, прогнозування зміни стану зовнішнього

середовища та свого власного стану тощо), що сприяє підвищенню його швидкодії.

Для визначення алгоритму роботи агента-коректора достатньо одного модуля – *модуля аналізу ситуації*, який на основі оперативних даних і наявної в БД інформації проводить вибір сценарію подальших дій агента-коректора. Саме цей модуль повинен враховувати всі розглянуті вище чинники, які впливають на вибір алгоритму роботи коректора. У разі, коли агент не може взяти до обробки вхідне повідомлення, відповідне сповіщення про це має одразу передатися до вихідного буфера. Сценарій подальших дій агента при цьому не вибирається.

Виконавчий блок відповідає за реалізацію вибраного сценарію поведінки агента-коректора. До складу виконавчого блока пропонується ввести *інтерпретатор сценарію*, який здійснюватиме розбір сценаріїв по конкретних командах, та *модуль визначення варіантів виправлення*, який забезпечуватиме виконання цих команд.

У структурній організації агента-коректора вважаємо за доцільне наділити буфером команд кожний модуль, функції якого пов'язані з роботою з варіантами виправлення спотвореного слова. Така особливість будови виконавчого блока забезпечить надійне функціонуван-

ня агента-коректора у випадку, коли інтенсивність потоку запитів до нього є високою. Крім того, при розміщенні модулів виконавчого блока, здатних працювати незалежно один від одного, на окремих комп'ютерах (або в межах багато процесорної системи), наявність у кожного з них власного буфера команд сприятиме досягненню вищої швидкодії роботи коректора в цілому.

Отже, команди, які містять інструкції щодо виправлення помилок у спотвореному слові, заносяться до відповідних буферів елементів модуля визначення варіантів виправлення з певними службовими позначками, за якими можна однозначно визначити команду та сценарій, до якого вона належить. Решта команд, пов'язаних із внесенням змін до вмісту БД, мають одразу передаватися до СУБД у вигляді запитів.

Агент-коректор повинен також реалізувати механізм ініціювання перевірки буферів своїх складових. Оскільки до структури орфокоректора входить кілька буферів, то здійснення послідовного аналізу їх вмісту уявляється неефективним. Тому необхідним елементом будови агента-коректора є набір таймерів, кожний з яких відповідає за ініціацію перевірки відповідного буфера. Звідси, алгоритм роботи орфокоректора, організованого на основі агентного підходу, зводиться до алгоритму обробки подій таймерів для кожного буфера.

Для забезпечення стабільної роботи виконавчого блока та коректора в цілому потрібно передбачити можливість впливу на них іззовні (користувачем) з метою усунення будь-яких порушень нормального функціонування. Через те що активним компонентом агента-коректора є набір таймерів, потрібно щонайменше реалізувати можливість перезапуску цих таймерів за директивним повідомленням від користувача.

Виходячи із задачі формування множини варіантів виправлення, до складу модуля визначення варіантів виправлення пропонується ввести безсловниковий генератор гіпотез виправлення, інтерфейс з лінгвістичними БД, буфер гіпотез та формувач остаточних варіантів виправлення.

Виділення перших двох елементів зумовлене існуючими варіантами організації процесу автоматизованої корекції спотворених слів: безсловниковим та словниковим. Залежно від особливостей будови та функціонального профілю ДІС агент-коректор може вибрати алгоритм роботи, який передбачає використання або од-

ного з цих елементів, або обох одразу. Крім того, оскільки безсловникові та словникові способи визначення варіантів виправлення спотвореного слова є взаємно незалежними, при розміщенні коректора в межах багато процесорної системи можливою є організація паралельної роботи безсловникового генератора гіпотез та компонента, який відповідає за підбір варіантів корекції із словникових ресурсів [4].

Для того щоб агент-коректор мав змогу підтримувати взаємодію з різними форматами словникових ресурсів, пропонується в межах алгоритмів роботи відповідного інтерфейсу модуля визначення варіантів виправлення оперувати абстрактними запитами (наприклад, "вибрати множину слів" за критерієм довжини, першої літери, певною граматичною характеристикою тощо), які будуть конкретизуватися за допомогою використання окремих бібліотек, що містять правила синтаксису мови керування даними та структури таблиць БД певного словника. Це дасть змогу налаштувати орфокоректор на роботу з новим словниковим ресурсом за допомогою створення та підключення до нього потрібної бібліотеки.

Безсловниковий генератор гіпотез виправлення повинен містити правила побудови слів мови, якою складені текстові дані, оброблювані ДІС, та мати можливість змінювати набір цих правил у разі потреби.

Отриманий будь-яким чином набір слів, які є кандидатами на виправлення спотвореного слова, потрапляє до буфера гіпотез і знаходиться там доти, доки не буде звідти вилучений і оброблений формувачем остаточних варіантів виправлення. Необхідність внесення до структури орфокоректора буфера гіпотез зумовлена тим, що результати обробки команд, згенерованих інтерпретатором сценарію, можуть надходити від відповідних складових блока орфокорекції не в тій послідовності, в якій їх було відправлено на виконання. Це пояснюється різною швидкістю елементів блока орфокорекції.

Коли в буфері гіпотез є всі необхідні дані, формувач остаточних варіантів виправлення здійснює фільтрацію підібраних слів за додатковими критеріями, що сприяє забезпеченню точності корекції спотвореного слова. Від інтерпретатора сценарію формувач отримує дані про те, який саме модуль має надати набір гіпотез у кожному конкретному випадку і які додаткові фільтри потрібно до цих даних застосувати. Результуюча множина варіантів ви-

правлення передається через синтаксичний аналізатор до вихідного буфера повідомлень.

До набору *програмних словникових ресурсів*, які використовує агент-коректор, непотрібно залучати всі словники, які можуть знадобитися при роботі з різними типами ДІС, адже певна їх частина завжди буде не використана. Тому пропонується ввести до структури орфокоректора лише необхідний мінімум словникових ресурсів, які могли б підтримувати його працездатність, а складні та масштабні словники підключати як компонент ДІС, до якого матимуть доступ й інші модулі системи.

Для того щоб агент-коректор міг обробляти текстові дані різного характеру та реалізувати алгоритми виправлення кількох ступенів складності, до набору словників, якими він користується, повинні входити ресурси різного типу: як прості лексичні словники, що містять просто список слів, так і семантичні ресурси та словники спеціалізованої термінології.

Зазначимо, що варіант організації орфокоректора у вигляді єдиного реактивного агента можна використовувати і у випадку, коли він є автономною програмою. Наявність усіх необхідних ресурсів, а також складових для їх аналізу дозволить коректору працювати в автономному режимі. Внесення змін до БД агента та виконання ініціювання його роботи в такому випадку здійснюватиметься надсиланням користувачем відповідних інструкцій до сенсорів агента.

Організація орфокоректора у формі сукупності агентів

Окремого розгляду потребує випадок, коли коректор вбудовується в ДІС, словникові ресурси якої розміщені на різних комп'ютерах, або коли він реалізує складний ресурсоємний алгоритм пошуку варіантів виправлення спотвореного слова. Якщо при цьому орфокоректор організувати як реактивний агент, ефективність його роботи може знизитися, оскільки швидкість виправлення помилок спаде через втрату часу на передачу даних каналом зв'язку або через нестачу обчислювальної потужності одного комп'ютера. Тому пропонується компоненти модуля визначення варіантів виправлення, які відповідають за формування гіпотез, побудувати у формі допоміжних агентів, кожний з яких виконуватиме певний етап обробки текстових даних та працюватиме з окремим словниковим ресурсом (див. рис. 1, в).

У такому випадку в структурі агента, до якого звертаються модулі ДІС, мають залишитися складові, пов'язані безпосередньо з виправленням помилок, такі, як буфер гіпотез та формувач остаточних варіантів виправлення. Такий агент буде відігравати роль супервізора по відношенню до згаданої групи допоміжних агентів: на основі даних про стан цих агентів він буде вибирати загальний алгоритм обробки запитів на корекцію, а також здійснюватиме формування повідомлень будь-якого характеру до цих програмних елементів розподіленого орфокоректора. Але при цьому взаємодія агента-супервізора з іншими модулями ДІС має залишитися на реактивному рівні.

Координацію роботи агентів, які складають орфокоректор, можна здійснювати за принципом, який відрізняється від механізму спільної роботи частин ДІС, якщо до окремих допоміжних агентів не буде звертатися будь-який інший модуль ДІС. В іншому разі агентна система орфокорекції повинна підтримувати прийнятий у ДІС формат взаємодії компонентів. Структуру агентів, які відповідають за визначення гіпотез виправлення, пропонується зробити подібною до структури реактивного агента-коректора (див. рис. 2). Зазначимо також, що допоміжні агенти в разі необхідності можуть дублюватися в складі орфокоректора.

Висновки

У статті розглянуто сучасний стан проблеми розробки програмних орфокоректорів як складової документоорієнтованих інформаційних систем. Запропоновано в основу структурно-алгоритмічної організації такої утиліти покласти агентний підхід як такий, що широко використовується для реалізації відкритих систем. Вибрано абстрактну архітектуру агента-коректора та визначено, який вплив на його будову та механізми роботи має зовнішнє середовище (ДІС).

Розроблено розподілений та локальний способи структурно-алгоритмічної організації орфокоректора, якими передбачено можливість як спільної роботи з різними типами документоорієнтованих систем, так і інтерактивної роботи лише з користувачем. Розміщення окремих складових агента-коректора на різних процесорних блоках (на різних вузлах мережі) дає можливість паралельно виконувати незалежні етапи процесу визначення варіантів виправ-

лення спотвореного слова, що підвищує загальну швидкодію орфокоректора.

Більш детального вивчення потребує питання сумісного використання лінгвістичних ресурсів документоорієнтованою системою та агентом-коректором. Зокрема, необхідно створити механізм налаштування алгоритмічної

складової орфокоректора на роботу з різними словниковими базами даних. Також перспективним напрямом подальшого дослідження проблеми побудови агентів-орфокоректорів є розробка протоколів взаємодії реактивних програмних агентів, які входять до складу коректора з розподіленою структурою.

Т.Н. Заболотня, А.Ю. Михайлюк, В.П. Тарасенко

СТРУКТУРНО-АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО АГЕНТА-ОРФОКОРРЕКТОРА

Обоснована целесообразность разработки орфо-корректора на основе технологии программных агентов. Определено влияние на строение и механизмы работы агента-корректора внешней по отношению к нему среды – документоориентированной информационной системы. Предложены способы структурно-алгоритмической организации программного корректора для обеспечения его эффективного функционирования в составе документоориентированных компьютерных систем разных типов.

T. Zabolotnia, A. Mykhailyuk, V. Tarassenko

THE STRUCTURAL ALGORITHMIC ORGANIZATION OF THE SOFTWARE CORRECTOR AGENT OF SPELLING ERRORS

The present paper validates the appropriateness of the spelling errors corrector development, based on the software agents' technology. In particular, we determine the influence of the proofreader external environment (document-centric information system) on its structure and working mechanisms. Finally, we apply the means of the structural-algorithmic organization of the software proofreader to ensure its effective functioning as a part of different types of document-centric software systems.

1. *Бугайченко Д.Ю., Соловьев И.П.* Абстрактная архитектура интеллектуального агента и методы ее реализации // Системное программирование. – 2005. – № 1. – С. 36–67.
2. *Тарасенко В.П., Михайлюк А.Ю., Заболотня Т.М.* Специализовані інтелектуальні агенти як засіб інтеграції гетерогенного програмного забезпечення // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2006. – № 3(7). – С. 96–101.
3. *Филатов В.А.* Мультиагентные технологии интеграции гетерогенных информационных систем и распределенных баз данных: Дис. ... докт. техн. наук: 05.13.06. – Харьков: Харьков. нац. ун-т радиоэлектроники, 2004. – 341 с.
4. *Михайлюк А.Ю., Заболотня Т.М.* Комбінований метод виправлення орфографічних помилок у текстових даних // Вісник Хмельницького нац. ун-ту. – 2007. – 2, № 2. – С. 21–26.
5. *Леонтьева Н.Н.* Автоматическое понимание текстов: системы, модели, ресурсы. – М.: Изд. центр "Академия", 2006. – 304 с.
6. *Кльшинский Э.С.* Агентные системы: классификация и применение // САПР и графика. – 1999. – № 8. – С. 90–96.

Рекомендована Радою
факультету прикладної математики
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
20 грудня 2007 року

ПРОБЛЕМИ БІОТЕХНОЛОГІЇ

УДК 57.083.12

М.А. Григор'єва

ІММОБІЛІЗАЦІЯ ФЕРМЕНТІВ ЯК СПОСІБ ОТРИМАННЯ ЕФЕКТИВНИХ БІОПРЕПАРАТІВ ДЛЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Вступ

У біологічних об'єктах ферменти перебувають у фіксованому стані на поверхні різних клітинних структур (частіше на мембранах), завдяки чому вони зберігають тривалий час свою активність. У технології довго використовувались препарати нативних ферментів, що обмежувало термін їх застосування. Досягнення ензимології сприяло детальному вивченню ферментів, завдяки чому було створено теоретичну базу для виробництва ферментів пролонгованої дії або іммобілізованих ферментних препаратів.

Відомо багато методів отримання іммобілізованих ферментів та інших білків. Впродовж останніх двох десятиріч вони визначались як водонерозчинні ферменти, нерозчинні ферменти, ферменти, які містяться в матриці, і як ферменти включені в масу гелю. Термін “іммобілізовані ферменти” запропонований для того, щоб охопити всі ці форми.

Постановка задачі

Мета статті – зробити огляд основних галузей застосування іммобілізованих ферментів і визначити сучасні та перспективні методи іммобілізації ферментів.

Огляд основних галузей застосування іммобілізованих ферментів

Створення біокатализаторів нового покоління – іммобілізованих ферментів – відкрило перед прикладною ензимологією нові перспективи. Іммобілізація ферменту – це методичний прийом, при якому молекулу біокатализатора включають у фазу, відокремлену від фази вільного розчину, але здатну обмінюватися з нею молекулами субстрату, ефектора або інгібітора [1, 2].

Іммобілізовані ферменти перед нативними попередниками мають такі переваги:

- гетерогенний каталізатор легко відокремлюється від реакційного середовища, що дає можливість зупиняти реакцію в будь-який момент та отримувати чистий від ферменту продукт;

- ферментативний процес з використанням іммобілізованих ферментів можна проводити безперервно, регулюючи швидкість реакції та вихід продукту;

- модифікація ферменту дозволяє змінити його властивості (специфічність, залежність каталітичної активності від рН та іонного складу, стабільність);

- використання іммобілізованих ферментів у медицині зумовлене зниженням їх імуногенності, алергенності і токсичності поряд із підвищеною стабільністю та пролонгованістю дії по відношенню до нативних аналогів [3, 4].

Ферменти як біологічні каталізатори застосовуються в різних галузях промисловості – харчовій, текстильній, фармацевтичній, шкіряній, в медицині, сільському господарстві, в тонкому органічному синтезі, для очищення стічних вод тощо [5–7]. Широко використовуються іммобілізовані ферменти та ферментні композиції в технологічних процесах харчової промисловості. Це – гідроліз крохмалю, білків, полісахаридів, освітлення вин, соків, покращення їх фільтрації, інтенсифікації процесів дифузії; в консервній промисловості – вдосконалення процесів рафінації і екстракції в масложировій промисловості, гідроліз масел, покращення якості харчових продуктів, удосконалення умов їх зберігання після обробки іммобілізованими ферментами [8–13].

На сьогодні найінтенсивніше розвивається саме медичний напрямок використання іммобілізованих ферментних препаратів і збільшується кількість таких розробок. Так, в апараті “штучна нирка”, який призначений для очищення крові від різних шлаків, в тому числі й сечовини, за допомогою ультрафільтрації, використовується колонка з іммобілізованою уреазою [14]. Створення тест-систем на основі магнесорбентів з іммобілізованими антигенами з патологічних рубців дозволяє з високою ефективністю прогнозувати і діагностувати розвиток патологічних рубців в осіб, які мали травми чи перенесли операції [15]. Біокатализатори широко використовуються в апаратах для перфузійної очистки різних біологічних рідин [16]. Застосування композиційних афінних сорбентів з магнітними властивостями дозволило ство-

рити протичумні імунобіологічні препарати [17]. Імобілізовані ферменти використовуються з лікувальною метою й тоді, коли вони необхідні, але відсутні через різні патологічні процеси в організмі людини, наприклад для розчинення кров'яних тромбів [18].

Імобілізовані ферменти відкрили шлях до створення лікарських препаратів пролонгованої дії із зниженою токсичністю та алергенністю. Імобілізаційні підходи сприяють вирішенню проблеми спрямованого транспорту ліків в організмі [19, 20]. На основі нанодисперсних полімерних систем, до складу яких входять біогенні елементи і поверхнево-активні речовини, створені нові антисептичні препарати, наприклад повіаргол і катапол. Повіаргол застосовується в урології, хірургії та гінекології. Крім антимікробної активності, він проявляє імунотропну, антигіпоксичну та адаптогенну дії. Катапол високо ефективний при профілактиці та лікуванні ранової інфекції в хірургії. Він має високу віруліцидну дію відносно різних видів вірусів [21].

Перспективним є одержання біологічно активних полімерів медичного призначення співімобілізацією протеолітичних ферментів та антимікробних речовин з метою створення лікарських препаратів поліфункціональної дії. При цьому такі лікарські препарати набувають особливих властивостей, які пов'язані з їх полімерною природою, а саме пролонгованості дії та зменшення його токсичності. Так, на основі співімобілізації систем терполімер–протеаза "С" та стиромаль–норсульфазол–протеаза "С" створені фермент-полімерні комплекси з комбінованою дією, які можна використовувати як біологічно активні полімери медичного призначення для лікування опікових ран [22, 23]. Отримані композитні хитозаново-целюлозні плівки із змішаних розчинів полісахаридів у метилморфоліноксиді мають здатність набрякати у водних середовищах (збільшуючи об'єм на 500–600 %) і можуть зацікавлювати як розподільвальні мембрани або плівкові покриття на рани та опіки [24]. Було розроблено технологію створення медичної пов'язки з хімічно модифікованою целюлози, до якої за рахунок утворення хімічних зв'язків приєднані колагенолітичні ферменти, які входять до ферментного комплексу гепатопанкреасу краба. Ранове покриття зберігає високу терапевтичну активність [25]. Впродовж 15 років проводилися клінічні дослідження з використання інтерактивних ранових пов'язок, отриманих іммобілізацією

ферментів, та ліків на діальдегідцелюлозі. Ці терапевтичні системи пропонується використовувати для закриття ран при антропогенних та техногенних катастрофах, в аптечках першої допомоги всіх рівнів [26].

Нині продовжується пошук нових лікарських препаратів, які при збереженні високих лікувальних властивостей не виявляють негативного впливу на організм людини. Таким вимогам відповідають препарати іммобілізованого протосубтиліну – профезим та імозимаза – для консервативного лікування трубної вагітності [27]. Препарати не всмоктуються в кров і не порушують її систему згортання, не мають антимітотичної і цитотоксичної дії, а також не викликають побічної дії.

Однією з основних задач при виробленні медичних препаратів на основі іммобілізованих ферментів є створення системи лікарських засобів з регульованою фармакокінетикою. Для розв'язання цих задач використовуються включення біологічно активних речовин у мікрокапсули, в тому числі і в ліпосоми. Ліпосомні препарати ефективні при лікуванні інфаркту мозку та ішемічній хворобі серця [28, 29]. Існують перспективні дослідження мультиферментних мікрокапсул, які імітують клітини живого організму [30]. Створено препарати пролонгованої дії (тромболітичні, фібрінолітичні, протеолітичні) для лікування серцево-судинних захворювань, тромбозів, тромбоемболій, інфарктів міокарда [31]. Стерильний апірогенний розчин іммобілізованих на поліетиленоксиді протеаз може використовуватися в медицині і ветеринарії при отриманні ін'єкційних препаратів іммобілізованих ферментів [32]. Ліпази, іммобілізовані на твердих носіях, можуть використовуватися як лікувальні засоби при лікуванні різних захворювань шлунково-кишкового тракту та порушенні жирового обміну [30].

Сучасні і перспективні методи іммобілізації ферментів

Суть іммобілізації ферментів полягає в крипленні їх в активній формі до нерозчинної основи або включенні в напівпроникну мембранну систему. Існує два основних методи іммобілізації ферментів: фізичний та хімічний.

Фізичні методи іммобілізації ферментів. Фізичні методи полягають у зв'язуванні ферменту без участі ковалентних зв'язків. Вони поділяються на два типи: адсорбційні і механічні. При адсорбційній іммобілізації фермент утри-

мується на поверхні носія за рахунок електростатичних, гідрофобних та водневих зв'язків, а також дисперсійних взаємодій. При механічному способі іммобілізації відбувається включення ферменту в гелі, які зшиті поперечними зв'язками, включення ферменту в мікрокапсули, волокна, мембрани тощо [33–35]. Фізичні методи іммобілізації прості, швидкі й ефективні. Вони широко застосовуються в інженерній ензимології [33–38].

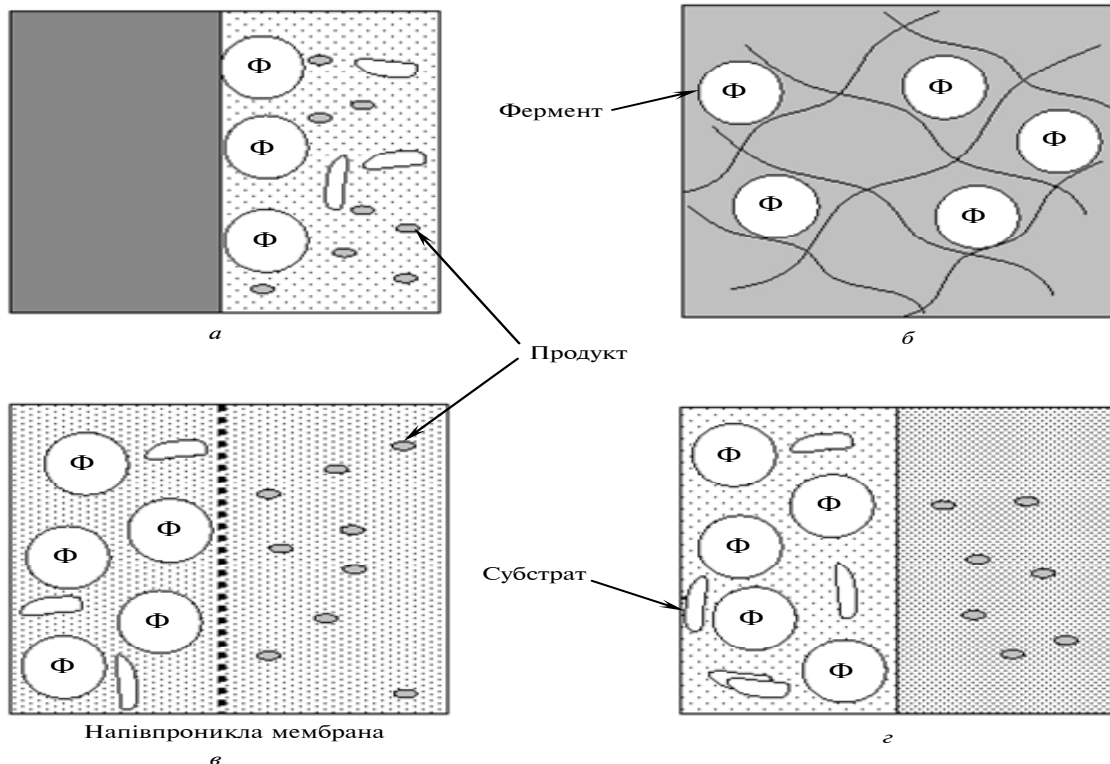
Виділяють чотири таких типи зв'язування ферментів (рисунок):

- адсорбція на нерозчинних носіях;
- включення в пори гелю;
- просторове відділення ферменту від об'єму реакційної системи за допомогою напівпроникної мембрани;
- включення в двофазне середовище, де фермент розчиняється і перебуває тільки в одній із фаз.

Найпростіший метод іммобілізації ферментів — це адсорбція на нерозчинному носії (див. рисунок, *a*). Процедура іммобілізації полягає в змішуванні при придатних умовах ферменту і носія, інкубації і відділенні нерозчинного компонента суміші від розчинного компонента цент-

рифугуванням або фільтруванням. Головний недолік цього методу полягає в тому, що фермент може зв'язуватися з носієм недостатньо міцно. Адсорбція ферментів на такому носії, як ДЕАЕ-сефадексі здійснюється переважно за рахунок сольових зв'язків, що піддаються впливам незначних змін умов: рН, іонної сили, температури і природи розчинника, що може призводити до десорбції ферменту з носія [39]. Десорбцію ферменту може викликати також субстрат. Крім сольових зв'язків, при взаємодії ферменту з носієм можуть брати участь і водневі та ван-дер-вальсові сили. В ідеальному випадку іммобілізація ферменту не повинна приводити до втрати каталітичної активності.

У зв'язку з розвитком генної інженерії і приготуванням спеціальних середовищ для культивування органів та тканин появився інтерес до отримання розчинів амінокислот і низькомолекулярних пептидів. Так, вивчено можливість використання для гідролізу суміші пептидів ферменту з бактерій *Xanthomonas rubrilineans* з пептидазною активністю, іммобілізованого на оксиді алюмінію. Як виявилось, можна досить простим методом отримувати гідролізати з вмістом 60–65 % вільних амінокислот і 35–40 % діпептидів [40].



Способи іммобілізації ферментів: *a* — адсорбція на нерозчинних носіях; *b* — включення в пори гелю; *c* — відокремлення ферменту за допомогою напівпроникної мембрани; *d* — використання двофазної реакційної суміші

Для адсорбційної іммобілізації ферментів і мікроорганізмів використовуються макроструктуровані керамічні носії з вмістом вуглецю. Проводяться систематичні дослідження з розробки високостабільного гетерогенного біокаталізатора для процесу неперервного гідролізу крохмалю на основі адсорбованої глюкоамілази [41]. Оптимальними адсорбентами і носіями для іммобілізації цього ферменту є керамічні матеріали, поверхня яких покрита каталітичним волокнистим вуглецем: на таких носіях стабільність глюкоамілази зростає на порядок порівняно з її стабільністю в розчині. Іммобілізована глюкоамілаза не втрачає високої біокаталітичної активності через 1–1,5 роки зберігання при кімнатній температурі [41, 42].

До фізичних методів іммобілізації належать насамперед включення ферменту в гель (див. рисунок, б).

Інтерес становить вивчення іммобілізації пектаваморину з метою отримання дешевого і стабільного біологічного каталізатора. Іммобілізація пектаваморину Г10Х проводилась включенням 30 мл семивідсоткового водного розчину ферментного препарату в поліакриламідний гель. Для покращення зв'язування ферменту в полімеризаційну суміш вводився глутаровий альдегід як модифікатор. Ступінь зв'язування пектаваморину при іммобілізації в гель становила 80–90 % із збереженням 55 % вихідної активності. Термічна стабільність іммобілізованого і нативного препаратів однакові. При цьому відзначалося збільшення пектиностеразної активності при зберіганні ферменту, іммобілізованого у поліакриламідний гель [34].

Існує спосіб включення в гель методом подвійної іммобілізації. Спочатку фермент іммобілізується на носії, а потім разом з ним (фермент і носій) вміщується в гель. Основною перевагою цього методу є можливість поєднати всі осойливості твердої матриці з можливістю варіювання мікрооточення ферменту шляхом підбору відповідної полімеризуючої системи. А до

недоліків цього методу слід віднести те, що більшість гелів мають істотні дифузійні обмеження, які перешкоджають взаємодії ферменту з високомолекулярними субстратами. Таким методом можна іммобілізувати α -амілазу, глюкоамілазу, глюкооксидазу та ін. [43, 44]. Попередньо фермент адсорбується на порошкоподібних силікагелях, каоліні, желатині, крохмалі, целюлозі.

До фізичних методів належить мікрокапсулювання ферментів у напівпроникні мембрани (див. рисунок, в). Існує три принципи включення в капсулу: міжфазна поліконденсація, міжфазна коацервація і метод подвійного емульгування.

При мікрокапсулюванні використовуються штучні клітини з мембранами, подібні до мембран природних клітин. За допомогою мембран здійснюється контроль розмірів молекул, які проникають у середину клітини або виходять з неї. Великі молекули, такі, як ферменти або білки, утримуються всередині мікрокапсули, тоді як малі молекули субстрату і продукту можуть вільно дифундувати через синтетичну мембрану. Однією з переваг мікрокапсулювання перед рівномірним включенням ферменту є велика площа поверхні, яка припадає на одиницю активності іммобілізованого ферменту, що дозволяє використовувати високі концентрації ферменту у вихідному розчині і досягати високої ефективності дії іммобілізованого ферменту. Оскільки наявність у розчині ферменту не впливає на процес утворення мембран, то можна одночасно піддавати мікрокапсулюванню різні ферменти, клітини або біомолекули, що дає можливість здійснювати багатостадійні реакції. Активність, яка при цьому зберігається, як правило, помітно нижча, ніж активність вільних ферментів (см. таблицю).

При інкапсулюванні ферменти контактують з органічним розчинником і мономерами, які можуть їх легко денатурувати. Щоб уберегти фермент від інактивації, перед мікрокапсулю-

Таблиця. Мікрокапсульовані ферменти і кофактори [45]

Фермент	Мембрана	Зберігання активності після мікрокапсулювання, %	Час напівінактивації
Уреаза	Ацетатбутірат целюлози	20	Більше одного місяця
	Нітрат целюлози	37	Один тиждень
Каталаза	Нітрат целюлози	99	1,3 доби
Аргіназа	Найлон	32	Більше 16 діб
	Поліфталоліпіперазин	12	Більше 60 діб
Аспарагіназа	Нітрат целюлози	99	5 діб

ванням його змішують з полімерами, наприклад з бичим сироватковим альбуміном (БСА), гемоглобіном або поліетиленіміном (ПЕІ) [46].

При дослідженні впливу деяких водорозчинних полімерів – БСА, полівінілпіролідону (ПВП), полівінілового спирту (ПВС), поліетиленгліколю (ПЕГ), декстрану і гепарину натрію – на збереження активності аргінази при мікрокапсулюванні виявилось, що БСА, ПВП, ПВС і ПЕГ, як правило, сприяють збереженню активності аргінази, тоді як наявність декстрану і гепарину натрію не спричиняють ніякого впливу. Ймовірно, що гідрофобні ділянки полімерів першої групи екранують молекулу ферменту і тим самим захищають її в процесі мікрокапсулювання. Для збереження активності істотним фактором є також концентрація полімеру. Досліджено, що активність аргінази найкраще зберігається при концентрації БСА 1 % [46, 47]. Концентрація білка або іншого полімеру важлива також для підтримки осмотичного тиску.

При іммобілізації ферментів з використанням системи двофазного типу обмеження руху ферменту досягається завдяки його здатності розчинятися тільки в одній із фаз (див. рисунок, з). Субстрат і продукт ферментативного перетворення розподіляються між двома фазами відповідно до їх розчинності в них. Природа фаз підбирається таким чином, щоб продукт накопичувався у фазі, в якій нема ферменту. Після завершення реакції ця фаза відокремлюється і вилучається продукт. Перевагою системи двофазного типу є можливість здійснення ферментативних перетворень макромолекулярних субстратів, які неможливі при застосуванні жорстких носіїв з обмеженим розміром пор.

У праці [45] досліджувалась іммобілізація каталази в поліелектролітних мікросферах, які отримувались адсорбцією декстрансульфату і протаміну на комерційних меламінформальдегідних ядрах з подальшим гідролізом ядер при рН 1,7. Завдяки наявності в мікросферах однорідної матриці каталаза рівномірно сорбується всередині мікросфер і її кількість у них залежить від вихідної концентрації ферменту та рН розчину. Максимальний вміст каталази становить 10^8 – 10^9 молекул на мікросферу. В [46] показано, що каталаза утримується в мікросферах за рахунок електростатичних і гідрофобних взаємодій і її активність у мікросферах збільшується із зменшенням кількості ферменту в їх середині. Отримані мікросфери можуть знайти

застосування для відділення і концентрування високомолекулярних білків.

Становить інтерес іммобілізація ферментів методом включення їх у “рідкі” мембрани, що складаються з поверхнево-активних водонерозчинних речовин із різними добавками і вуглеводневого розчинника. Цим способом можна іммобілізувати поліферментні системи, хімотрипсин та пероксидазу. Основною перевагою тут є те, що капсула легко регенерується після інактивації ферменту, а недоліками – можливість проникнення ферментів крізь рідкі мембрани і залежність переносу субстрату і продуктів реакції крізь мембрану від їх розчинності в ній [47].

Метод включення ферментів у волокна полягає в розчиненні волокна полімеру в органічному розчиннику, емульгуванні отриманого розчину з розчином чи суспензією ферменту і продавлюванні емульсії через тонкі отвори прядильного пристрою в рідину, що коагулює (наприклад, у толуол) [48]. Цим способом іммобілізується каталаза, ліпази, целюлази, амілази, глюкоамілази, лізоцим, β -галактозидаза.

Серед фізичних методів іммобілізації є включення в ліпосоми [28, 29]; в мембрани у формі порожнистих волокон [33].

Хімічні методи іммобілізації ферментів. До хімічних методів іммобілізації належать іммобілізація за допомогою ковалентного зшивання з полімерним носієм та поперечного зшивання ковалентними зв'язками молекул білка без носія.

Суттєвим недоліком цього способу є інактивація ферменту. Її можна запобігти, якщо проводити іммобілізацію при наявності субстрату, який захищає активний центр. Для ковалентного приєднання носій потрібно попередньо активувати. Активованій носій може реагувати з відповідними групами молекули ферменту: аміногрупами залишків лізину, а також функціональними групами залишків тирозину, гистидину, аргініну і цистеїну [49].

При ковалентній іммобілізації застосовують різні методи закріплення ферментів: бромціановий, азидний, ангїридний, ацилімідазольний, метод активованих ефірів; іммобілізація за допомогою карбодіімідів і реагенту Вудворда; ізоціанатний та ізотіоціанатний; методи за допомогою хлорпохідних 1,3,5-триазину, імідоєфірів та зв'язування за сульфгідрильними групами. Можлива ковалентна іммобілізація модифікованих ферментів, які потім зв'язуються з відповідним ферментом. При застосуванні цих

складних способів закріплення фермент може інактивуватися на 60–80 % в результаті екранування активного центру.

Особливу роль ковалентна іммобілізація відіграє у випадку водорозчинних систем. Важливе значення тут мають стеричні і конформаційні фактори, які визначають значною мірою взаємодію в розчині двох поліфункціональних полімерів – носія і білка.

У праці [50] було досліджено взаємодії водорозчинних сополімерів N-вінілпіролідону і різних епоксид- та альдегідвмісних мономерів з α -хімотрипсином і гемоглобіном, а також із низькомолекулярними сполуками, які моделюють реакційно здатні ланки білкової макромолекули. На основі кінетичних досліджень було показано, що реакційна здатність функціональної групи полімеру відносно функціональних груп білка не є єдиним фактором, який визначає глибину протікання реакції і активність ферментної системи, яку отримують. Важливе місце займають будова макромолекулярного клубка полімеру, будова бокових ланцюгів (спейсерів), ступінь зв'язування полімеру і білка, підвищення якої при високій полярності спейсера призводить до сильного викривлення білкової глибини.

У праці [14] здійснено ковалентну іммобілізацію уреазу на активованому метоксіполіетиленгліколі-5000 (*m*PEG). Останній приєднується по ϵ -NH₂-групам лізину в уреази. Досліджено різні молярні співвідношення уреазу та активованого *m*PEG для іммобілізації, при цьому оптимальним виявилось співвідношення 1:3.

Іммобілізацію ліпази фізичним і хімічним способами було проведено в [36]. Ферментний препарат виділяли з глибинної культури мікроміцету *Rhizopus oryzae* 1403 осадженням ферменту. Іммобілізацію здійснювали адсорбцією на стирсорбі і ковалентним зв'язуванням на аніонобмінній смолі АВ-17-2П глутаральдегідним методом. Встановлені оптимальні умови процесу з'єднання ферменту з носієм – це рН 6,5 та температура 32–35 °С (адсорбція) і 25 °С (ковалентне зв'язування). Ефективність іммобілізації становила 65 та 23 %, відповідно.

Препарати іммобілізованої α -амілази пліснявого гриба *Aspergillus oryzae* отримано ковалентним зв'язуванням на АЕ-целюлозі за допомогою глутарового альдегіду, на сефадексі У-200 та сефарозі 4В – бромціановим методом, на КМ-целюлозі, аміноаеросилі та карбокси-

аеросилі – за допомогою карбодимідів, а також на крохмалю [51].

У праці [52] досліджено фібринолітичну активність іммобілізованої урокінази на трекових мембранах. Показано, що ферментна активність урокінази зберігається при її сорбції на сироватковому альбуміні, адсорбованому на трекових мембранах. Модифіковані за допомогою урокінази плазмофільтри запропоновано використовувати для інфузії в кров'яне русло з метою лізису тромбів.

Методи ковалентної іммобілізації ферменту ліпази на біосорбентах, отриманих активацією поверхні поруватого носія методами окислення та діазотування (носії складається з 10–70 % метилметакрилату, 10–70 % метилакрилату, 5–40 % ненасиченого мономеру на основі етилену, 10–25 % дивінілбензолу), були розроблені в [53]. Отримані каталітично активні та стабільні ферментні препарати можуть використовуватись у медицині для лікування різних захворювань шлунково-кишкового тракту та порушень жирового обміну. В [54] проведено включення ферментного комплексу лізорицефіну в розчини гідрофільних полімерів (поліетиленоксид (ПЕО-400), полівініловий спирт, полівінілпіролідон та поліетиленгліколь, зшиті тетраборатом натрію), та здійснено іммобілізацію на перев'язувальних засобах. Отримано іммобілізовані препарати з 80–100 %-ним збереженням літичної активності.

Іммобілізація ферментів у полімерних мікрокапсулах викликає великий науковий та практичний інтерес [55]. Особливої уваги заслуговує мікрокапсулювання ферментів у готові поліелектролітні мікрочастинки (мікрокапсули та мікросфери, що містять всередині однорідну, слабко зшити, гелеподібну матрицю), що проводиться в м'яких умовах [56].

У праці [57] проведено іммобілізацію літичного ферментного комплексу *Streptomyces recifensis* var. *lyticus* на марлі за допомогою гідрофільних полімерів і полівінілового спирту, який зшитий бурою, сумісно з лужною протеазою, включенням у полімерні плівки. Отримано препарати з високим збереженням літичної активності, стабільні при зберіганні та γ -опроміюванні. Доведено перспективність використання іммобілізованого на марлі ферментного комплексу як потенційного бактеріолітичного препарату при захворюваннях ЛОР-органів: хронічних отитах, отитах грибкової етіології і в офтальмології та в опіковій терапії.

Найбільш цікавими та перспективними для розв'язання біотехнологічних задач є синтетичні матеріали та неорганічних природні матеріали з силікатним скелетом, що включають до свого складу катіони Al, Ca, Fe, Mg та лужних металів. Перші відрізняються високою хімічною стійкістю і досить термостійкі для проведення термічної стерилізації. Перевагами останніх є структурна стабільність, термостабільність, бактеріальна стійкість, стійкість до органічних розчинників, регулювання розміру пор, велика швидкість встановлення сорбційного матеріалу, здатність матриць до легкої регенерації [58, 59].

Серед неорганічних природних носіїв із силікатним скелетом найширше застосовується ентеросорбент аеросил – синтетичний аморфний високодисперсний кремнезем (ВДК, “Силікс”) [60, 61].

В основі механізму біологічної активності силіксу лежать властивості поверхні, зумовлені особливостями її структури і хімічної природи [62, 63].

Було створено ранозагоювальний та кровоспинний засіб, який являє собою дисперсію метакаоліну та високодисперсного кремнезему (аеросил А-300) у спиртовому екстракті волоського горіха [64]. Клінічні випробування при лікуванні хворих на гемофілію проводилися в Інституті гематології та трансфузіології Академії медичних наук. Було показано, що застосування композиції в комплексному лікуванні хворих на гемофілію дає можливість знизити рівень ендотоксикації і опосередковано підвищити прокоагулянтну активність крові, а в цілому – прискорити відновлення організму хворого після геморагічного ускладнення. Клінічними випробуваннями встановлено, що структурно-механічні властивості дисперсій забезпечують розподіл лікарських засобів у системі і сприяють звільненню діючих речовин та їх біологічній доступності.

Л.Г. Мішиною та її колегами розпочато роботу над впровадженням у клінічну практику очної суспензії на основі силіксу [65]. Підґрунтям її виконання стали результати попередніх досліджень, в яких вивчалась фізико-хімічна стабільність і лікувальна дія суспензії ВДК в експерименті з лужним опіком рогівки ока. Одержані результати свідчать про доцільність використання інстиляцій 2,5 % колоїдної суспензії силіксу, виготовленої на ізотонічній буферній системі, в комплексному лікуванні хімічних опіків рогівки та запальних процесів

переднього відділу ока [66, 67]. Було виявлено, що дослідні препарати суспензії з вмістом силіксу 2–2,5 % характеризуються досить високими показниками адсорбційної і антимікробної активності [65].

Було вивчено механізм зв'язування антибактеріального препарату – левоміцетину з поверхнею частинок ВДК, досліджено його десорбцію у водне середовище [68]. Було виявлено, що сам ВДК не тільки має виражену детоксикаційну дію, але і сприяє підвищенню біологічної активності ряду лікарських засобів [69, 70]. Це дало підстави для розробки нових композиційних матеріалів на основі ВДК і адсорбційно закріплених на його поверхні антимікробних фізіологічно активних речовин, які слабоборозчинні у воді і завдяки цьому здатні утримуватися на поверхні твердих частинок протягом певного проміжку часу, навіть після занурення їх у водні системи [68].

Фізико-хімічну взаємодію компонентів лікарської суспензії “Офтасил” на основі ВДК між собою, а також з білком вивчалась у праці [71]. Як білкові препарати використовувались желатина, яєчний альбумін та альбумін людський, і глюкоза (фармакопейний препарат). Результати дослідження свідчать про те, що силікс у складі багатокомпонентної лікарської суспензії має меншу білоксорбційну активність, але її абсолютне значення (близько 280 мг/г для желатини) цілком достатнє для забезпечення детоксуючого ефекту (згідно з аналітичною нормативною документацією на силікс його білоксорбційна активність має бути не менше 220 мг/г). В мікробіологічних дослідженнях було встановлено, що силікс і глюкоза не погіршують антимікробні властивості левоміцетину [65].

Висновки

Методи іммобілізації набувають все більшого поширення в біотехнології. Наприклад, ефективність ферментативних процесів, які використовуються в таких галузях народного господарства, як медицина, енергетика, харчова промисловість, мікроелектроніка, вдалося збільшити за допомогою іммобілізації ферментів. Однак застосування ферментів обмежено через їх низьку стабільність і високу собівартість чистих ферментів. Тому зараз для іммобілізації використовують не тільки ферменти, а й клітини та органели.

Питання, пов'язані з іммобілізацією ферментів, становлять інтерес з погляду на те, що

методи, розроблені в процесі роботи з цими біокатализаторами, були широко використані і в іммобілізації інших типів білків, а також у таких галузях, як афінна хроматографія, гомо- і гетерофазні методи синтезу і аналізу поліпептидів і полінуклеотидів, імуносорбційні методи.

Необхідно відзначити різноманітність форм систем із ферментом, які отримують іммобілізацією за допомогою полімерів. Серед цих форм – гранули, волокна, мембрани, трубки, порошки, кільця, покриття, а також препарати, які використовують у розчинному вигляді, а

саме форми, що визначаються задачами практичного застосування.

Однак роботи з пошуку оптимальних, економічних методів іммобілізації, які дають можливість отримувати препарати з максимальною активністю і покращеними технологічними характеристиками, інтенсивно продовжуються. Однак єдиної думки про механізми і тенденції зміни властивостей ферментів після і під час іммобілізації немає. Даний технологічний прийом при отриманні ферментних препаратів потребує подальшого вдосконалення.

М.А. Григорьева

ИММОБИЛИЗАЦИЯ ФЕРМЕНТОВ КАК СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ БИОПРЕПАРАТОВ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Рассмотрены основные области практического применения иммобилизованных ферментов. Установлено, что широкое распространение на сегодня получило использование иммобилизованных биопрепаратов в медицине и фармации. Описаны основные традиционные и перспективные методы иммобилизации ферментов. Показаны преимущества и эффективность получения биопрепаратов с использованием иммобилизации.

M.A. Grygorieva

ENZYMES IMMOBILIZATION AS A METHOD OF EFFECTIVE BIOPREPARATIONS PRODUCTION FOR THE PRACTICAL PURPOSES

The research described in this paper considers the main fields of immobilized enzymes application. This study reveals some traditional and promising techniques of enzyme immobilization and proves the widespread of using immobilized enzymes in medicine and pharmaceuticals. Experimental evaluations demonstrate the promise of biopreparations production, utilizing the method of immobilization.

1. *Клесов А.А.* Инженерная энзимология и проблемы биотехнологического производства // Антибиотики и медицинская биотехнология. – 1986. – № 2. – С. 89–93.
2. *Клесов А.А.* Инженерная энзимология на промышленном уровне // Итоги науки и техники. Биотехнология. – 1989. – 18. – С. 184–191.
3. *Применение ферментов в медицине:* Тез. докл. республ. науч. конф. – Симферополь, 1987. – 152 с.
4. *Лукашева Е.В., Трешалина Е.М., Березов Т.Т.* Перспективы использования ферментов в терапии // Матер. конгресса “Биотехнология: состояние и перспективы”. – М., 2005. – 166 с.
5. *Назаров Н.М., Доронина Н.В., Троценко Ю.А. и др.* Биотрансформация органических веществ ассоциативной бактериальной культурой // Авиокосм. и экол. медицина. – 2004. – № 5. – С.42–46.
6. *Cambell D., Miiller C., Reardon K.* Development of a fiber optic enzymatic biosensor for 1,2-dichloroethane // Biotechnol. Lett. – 2006. – N 12. – P. 883–887.
7. *Пирог Т.П., Шевчук Т.А., Волошина И.В., Грегирчак Н.Н.* Использование иммобилизованных на керамзите кле-
ток нефтеокисляющих микроорганизмов для очистки воды от нефти // Прикл. биохимия и микробиология. – 2005. – 41, № 1. – С. 58–63.
8. *Рахимов М.М.* Из опыта применения иммобилизованных ферментов в пищевой промышленности // Тез. докл. ВНИТИ антибиотиков и ферментов медицинского назначения “Получение и применение иммобилизованных ферментов в научных исследованиях, промышленности”. – Л., 1980. – С. 132.
9. *Вагабов М.-З.В., Керимова З.М., Мальцева Т.В., Корнева О.С.* Применение ферментных препаратов с целью ускоренного гидролиза инулина при производстве этилового спирта // Биотехнология. – 2005. – № 1. – С. 34–36.
10. *Патент 2204600, Россия.* Способ получения иммобилизованной глюкоамилазы / В.Ф. Селеменев, О.Ф. Стоянова, И.В. Шкутина, В.Б. Смирнова. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т. – Оpubл. 20.05.03, Бюл. № 14. – 2 с.
11. *Рудзе И.Д., Жеребцов Н.А., Слепокурова Ю.И. и др.* Иммобилизация глюкоамилазы из *Aspergillus awamori* 466, некоторые свойства препарата // Прикл. биохимия и микробиология. – 2001. – 37, № 2. – С. 202–208.

12. *Abbas H., Comeu L.* Aroma synthesis by immobilized lipase from *Mucor* sp. // *Enzyme and Microb. Technol.* – 2003. – N 5. – P. 589–595.
13. *Коваленко Г.А., Перминова Л.В., Терентьева Т.Г. и др.* Получение и адсорбция на неорганических носителях интактных клеток *Arthrobacter* sp. – продуцента глюкозоизомеразы // *Международ. научн. конф. “Современное состояние и перспективы развития микробиологии и биотехнологии”*. – Минск–Раков, 2006. – С. 385–388.
14. *Ткачук В.А.* Клиническая биохимия. – М.: ГЭОТАР-МЕД, 2002. – С. 59–81.
15. *Лаврешин П.М., Гобеджишвили В.К., Хутов А.Б. и др.* Прогнозирование избыточного рубцеобразования в хирургии // *Хирургия*. – 2007. – 8, № 5. – С. 38–42.
16. *Кузник Б.И.* Физиология и патология системы крови. – Чита, 2000. – С. 178–190.
17. *Грядских Д.А.* Синтез композиционных аффинных сорбентов с магнитными свойствами и их технологическое использование при изготовлении чумных иммунобиологических препаратов: Автореф. дис. ... канд. биол. наук: 03.00.07. – Ставрополь, 2004. – 20 с.
18. *Применение иммобилизованных ферментов // Итоги науки и техники ВИНТИ. Биотехнология*. – М., 1986. – 187 с.
19. *Торчилин В.П., Максименко А.В., Тищенко Е.Г. и др.* Лекарственные препараты иммобилизованных ферментов с повышенным сродством к месту действия // *Антибиотики и мед. биотехнология*. – 1986. – № 2. – С. 122–127.
20. *Валуев И.Л., Валуев Л.И., Платэ Н.А.* Новые возможности метода биоспецифической хроматографии // *Прикл. биохимия и микробиология*. – 2003 – 39, № 4. – С. 478–482.
21. *Panarin E.* Drugs based on polydisperse polymer systems // *Biotechnology: state and perspective of development*. – М., 2005. – P. 49–52.
22. *Краюткіна О.М.* Імобілізація ліполітичних і протеолітичних ферментів та сульфамідних лікарських препаратів на полімерних носіях: Автореф. дис. ... канд. хім. наук: 02.00.06. – Львів, 2000. – 19 с.
23. *Краюткіна О.М., Чуйко Л.С.* Вивчення процесу одночасного структурування та іммобілізації системи фермент–полімерний носій // *Наук. зап. Тернопіл. держ. ун-ту ім. В. Гнатюка. Сер. Хімія*. – 2000. – Вип. 4. – С. 35–39.
24. *Роговина С.Э., Голова Л.К., Бородин О.Е., Вихорева Г.А.* Целлюлозно-хитозановые пленки, полученные из смесей полисахаридов в метилморфолинноксиде // *Хим. волокна*. – 2002. – № 1. – С.18–21.
25. *Патент 2268751, Россия.* Медицинская повязка, содержащая комплекс протеолитических ферментов, включая коллагенолитические протеазы, из гепатопанкреаса краба / А.А. Белов, В.Н. Филатов, Е.Н. Белова, Н.В. Филатов. – Оpubл. 27.01.06, Бюл. № 03. – 3 с.
26. *Филатов В.Н.* Ферментные препараты на текстильных материалах. Интерактивные раневые покрытия // 3-й Московский междунар. конгр. “Биотехнология: состояние и перспективы развития”. – М., 2005. – Ч. 2. – С. 219.
27. *Семендяев А.А.* Малоинвазивная хирургия и пролонгированный протеолиз иммобилизованными протеиназами в лечении трубной беременности // *Гинекология*. – 2001. – 3, № 4. – С. 23–29.
28. *Патент 6984397, США. МПК А 61 К 9/127.* Liposome preparation / Jiro F., Hajime K., Akihiro K., Kazumi O.: Fujisawa Pharmaceutical Co. – № 10/636731; Заявл. 08.09.03; Оpubл. 10.01.06; НПК 424/450. – 3 с.
29. *Патент 6855277, США. МПК В 01 J 13/02.* Method and apparatus for liposome production / Baker M., Heriot W.: Optime Therapeutics. Inc. – № 10/298143; Заявл. 15.11.02; Оpubл. 15.02.05; НПК 264/43. – 2 с.
30. *Патент 2260046, Россия. МПК С 12 Т 11/08.* Клеточный микрочип и его применение в способе исследования живых клеток / А.Д. Мирзабеков, Т.В. Наседкина, Д.О. Фесенко. – Оpubл. 10.09.05, Бюл. № 25.
31. *Эллиот В., Эллиот Д.* Биохимия и молекулярная биология / Пер. с англ. – М.: НИИ Биомедицинской химии РАМН, 2000. – С. 281–291.
32. *Патент 2270861, Россия.* Способ получения водорастворимого иммобилизованного ферментного препарата протеаз / А.В. Артамонов, О.В. Гришин, А.В. Троцкий, Е.И. Верещагин, В.Н. Карунин, Т.В. Махнева: ЗАО Аксис. – Оpubл. 27.02.06, Бюл. № 6. – 3 с.
33. *Вирник А.Д., Красовская С.Б. Кильдеева Н.Р. и др.* Иммобилизация ферментов в структуре волокон и пленок // *Антибиотики и медицинская биотехнология*. – 1986. – № 2. – С. 117–121.
34. *Богатский А.В., Давиденко Т.И., Арешидзе И.В.* Иммобилизация пектаваморина Г10х включением в гель // *Прикл. биохимия и микробиология*. – 1979. – XV, № 5. – С. 747–750.
35. *Ghosh D., Sarathi P., Priyabrata S.* Glucose biosensor with polymer microencapsulated enzyme // *J. Indian Chem. Soc.* – 2002. – N 9. – P. 782–783.
36. *Шеламова С.А., Селеменев В.Ф., Янышева Н.В.* Ковалентная и адсорбционная иммобилизация липазы *Rhizopus oryzae* 1403 // *Всерос. симп. “Биотехнология микробов”*: Тез. докл. – М., 2004. – С. 97.
37. *Vadilio R., Busscher H., Norde W. et al.* Comparison of atomic force microscopy interaction force between bacteria and silicon nitride substrata for three commonly used immobilization methods // *Appl. and Environ. Microbiol.* – 2004. – N 9. – P. 5441–5446.
38. *Rodrigues A., Cabral M., Taipa A.* Immobilization of *Chromobacterium viscosum* lipase on Eudragi S-100: Coupling, characterization and kinetic application in organic and

- biphasic media // *Enzyme and Microb. Technol.* – 2002. – N 1-2. – P. 133–141.
39. Карпов А.В., Пенчук Ю.Н., Вережка С.В. Применение иммобилизованных индукторов в технологии получения природных интерферонов I типа в культурах клеток. Использование гранулированных носителей // *Биотехнология.* – 2006. – № 1. – С. 30–35.
40. Неклюдов А.Д., Денякина Е.К. Гидролиз пептидов иммобилизованными бактериальными пептид-гидролазами // *Прикл. биохимия и микробиология.* – 2004. – 40, № 4. – С. 435–441.
41. Коваленко Г.А., Комова О.В., Симаков А.В. и др. Углеродсодержащие макроструктурированные керамические носители для адсорбционной иммобилизации ферментов и микроорганизмов. I. Адсорбция глюкоамилазы // *Биотехнология.* – 2002. – № 3. – С. 55–66.
42. Коваленко Г.А., Комова О.В., Симаков А.В. и др. Углеродсодержащие макроструктурированные керамические носители для адсорбционной иммобилизации ферментов и микроорганизмов. II. Биокаталитические свойства адсорбированной глюкоамилазы // *Там же.* – № 5. – С. 81–93.
43. Колесник Л.А. Иммобилизация α -амилазы. Свойства иммобилизованного фермента // *Прикл. микробиология.* – 1995. – № 2. – С. 20–25.
44. Дудинова И.О. Иммобилизация щелочной протеазы и β -галактозидазы на полимерных носителях: Дис. ... канд. техн. наук: 02.00.10. – К., 1995. – 172 с.
45. Taqieddin E., Amiji M. Enzyme immobilization in novel alginate-chitosan core-shell microcapsules // *Biomaterials.* – 2004. – 25. – P.1937–1945.
46. Патент 04215901, США. МПК В 01 J 13/02. Microbial encapsulation / N. Gordon (США); Заявл. 29.09.2004; Опубл. 05.04.2006. – 3 с.
47. Артюхов А.А., Штильман М.И., Тсатсакис А.М. и др. Сшитые макропористые гидрогели поливинилового спирта для медицины и биотехнологии // 3-й Международный конгр. “Биотехнология: состояние и перспективы развития”. – М., 2005. – С. 49.
48. Володькин Д.В., Балабушевич Н.Г., Сухоруков Г.Б., Ларионова Н.И. Включение белков в полиэлектролитные микрочастицы путем послыной адсорбции полиэлектролитов на агрегатах белка // *Биохимия.* – 2003. – 68, вып. 2. – С. 283–289.
49. Тривен М.Д. Иммобилизованные ферменты. – М., 1988. – 236 с.
50. Cui J., Wu J., Lirong Y., Sun Z. Huaxue fanying gongcheng yu gonyi // *Chem. React. Eng. and Technol.* – 2005. – N 1. – С. 43–48.
51. Колесник Л.А. Иммобилизация α -амилазы. Свойства иммобилизованного фермента // *Прикл. микробиология.* – 1995. – № 2. – С. 20–25.
52. Соловьев А.Ю. Сорбционная иммобилизация ферментов на трековых мембранах плазмодифильтра ПФМ-800 // *Эфферентная терапия.* – 2003. – 9, № 3. – С. 62–65.
53. Воробьева О.В. Биосорбенты для иммобилизации белковых комплексов ферментных препаратов // *Биотехнология.* – 2004. – № 2. – С. 70–75.
54. Романовская И.И. Иммобилизация литического ферментного комплекса лизорицефина // *Прикл. биохимия и микробиология.* – 1999. – 35, № 1. – С. 68–71.
55. Albayrak Y. Immobilization of β -Galactosidase on Fibrous Matrix by Polyethyleneimine for Production of Galacto-Oligosaccharides from Lactose // *Biotechnology Progress.* – 2002. – 18. – P. 240–251.
56. Wei X., Ligeng Q., Lin M., Dong H. A novel method for enzyme immobilization: direct encapsulation of acid phosphatase in nanoporous silica host materials // *J. of Nanoscience and Nanotechnology.* – 2001. – 1. – P. 83–93.
57. Романовская И.И., Тагунова И.К., Пухлик С.М., Чаланова Р.И. Иммобилизация литического ферментного комплекса *Streptomyces recifensis* var. *lyticus* // *Одес. мед. журн.* – 2007. – № 1. – С. 24–29.
58. Auliffe M., Joseph C., Smith C., Ward E. Concerted enzyme immobilization within polycation-templated silica // *American Chemical Society. Washington.* – 2005. – P. 84–96.
59. Storey B., Duncan A., Chakrabarti C. Immobilization of amyloglucosidase using two forms of polyurethane polymer // *Biochemistry and Biotechnol.* – 2003. – 23. – P. 221.
60. Чуйко А.А. Медицинская химия и клиническое применение диоксида кремния. – К.: Наук. думка, 2003. – 416 с.
61. Kovalenko G., Kuznetsova E., Mogilnykh Y. et al. // *Carbon.* – 2001. – 39, N 7. – P. 1133–1143.
62. Куришук К.В., Пентюк О.О., Погорелый В.К. Энтеросорбент “Силікс”. – К.: Біофарма, 2003. – 16 с.
63. Пентюк О.О., Погорелый В.К., Чуйко Н.В. Лікувальні властивості ентеросорбенту силіксу – аморфного ультрадисперсного кремнезему // *Медична хімія.* – 2003. – 5, № 1. – С. 95–98.
64. Паховчишин С.В., Панько А.В., Суховій М.В. та ін. Структурно-механічні та лікувальні властивості рано-загоювальної та кровоспинної композиції на основі каоліну та кремнезему // *Фарм. журн.* – 2006. – № 6. – С. 73–77.
65. Мішина Л.Г., Геращенко І.І., Осолодченко Т.П., Луцук М.Б. Вивчення адсорбційних властивостей очної суспензії на основі високодисперсного кремнезему // *Там же.* – № 1. – С. 74–78.
66. Патент 35827А, Україна. Спосіб лікування хімічних опіків та гнійно-запальних процесів переднього відділу ока / Т.Ю. Буглова, Ю.Й. Салдан, І.І. Геращенко та ін. – Опубл. 16.04.01, Бюл. № 3.

67. *Патент 52744, Україна.* Спосіб одержання лікарської форми на основі аморфного високодисперсного діоксиду кремнію / О.О. Чуйко, М.Б. Луцюк, Є.П. Воронін та ін. – Опубл. 15.10.03, Бюл. № 1.
68. *Крупська Т.В., Барвінченко В.М., Касперський В.О. та ін.* Адсорбційне закріплення левоміцетину на поверхні високодисперсного кремнезему // Фарм. журнал. – 2006. – № 2. – С. 59–63.
69. *Чуйко А.А.* Кремнезему в медицине и биологии // Сб. науч. тр. – Киев–Ставрополь, 1993. – 259 с.
70. *Мишина Л.Г., Безпалюк Н.А., Геращенко І.І., Габчак О.Л.* Дослідження фізико-хімічної взаємодії в системі високодисперсний кремнезем–білок–левоміцетин у водному середовищі // Фарм. журн. – 2007. – № 2. – С. 69–72.

Рекомендована Радою
факультету біотехнології і біотехніки
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
8 жовтня 2007 року

УДК 579.864.1:615.331

С.О. Старовойтова, Л.Б. Орябінська,
В.Ю. Горчаков**МОЛОЧНОКИСЛІ БАКТЕРІЇ – БІОСОРБЕНТИ
ВАЖКИХ МЕТАЛІВ****Вступ**

Сьогодні важкі метали посідають одне з перших місць серед техногенних забруднювачів навколишнього середовища. Потужним джерелами забруднення всіх компонентів довкілля є крупні індустріально розвинені агломерації [1–5]. Європейське економічне співтовариство передбачає поділ металів за їх токсичністю на дві групи:

- “чорний список” – найтоксичніші метали і речовини (кадмій та його сполуки);
- “сірий список” – цинк, мідь, кобальт, нікель, хром, свинець, а також їх сполуки [5].

Несприятливий вплив різноманітних важких металів призводить до збільшення рівня смертності, захворюваності, погіршення фізичного розвитку та подальшого поширення преморбідних станів [4, 6, 7].

У багатьох публікаціях експериментально доведено, що бактерії, дріжджі, гриби і водорості здатні виводити важкі метали і радіонукліди з водних розчинів та ґрунтів у достатньо великих кількостях [8–13].

Здатність мікроорганізмів сорбувати метали залежить від характеристик їх клітинної стінки. Карбоксильна, гідроксильна, сульфатна, фосфатна та амінна функціональні групи визначають заряд клітинної стінки. Ці негативно заряджені групи залежно від умов культивування по-різному дисоційовані та визначають поведінку клітинної стінки як катіоніту. Про природу сорбції металів клітинними стінками мікроорганізмів існують суперечливі свідчення [14, 15]. Деякі автори наполягають, що сорбція металів здійснюється певними ділянками ліпополісахаридів клітинної стінки або специфічними хелатними сполуками сидерофорами. Інші ж стверджують, що сорбція металів визначається наявністю білків у клітинній стінці або поліфосфатами [16, 17].

У зв'язку з несприятливими екологічними умовами, що склалися на території України після Чорнобильської трагедії, і внаслідок техногенної діяльності, зросла потреба в препаратах, які здатні виводити з організму людини важкі

метали та радіонукліди, що накопичуються. Такими препаратами можуть стати пробіотики на основі бактерій – біосорбентів важких металів, які поряд із терапевтичними властивостями проявлятимуть і здатність виводити важкі метали з організму.

Постановка задачі

Мета даної статті – дослідження мікроелементного складу молочнокислих бактерій роду *Lactobacillus* та розробленого композиційного препарату на їх основі, а також їх здатності сорбувати важкі метали з розчинів.

Матеріали і методи

Об'єктом дослідження було вибрано бактерії роду *Lactobacillus* з музею культур кафедри промислової біотехнології НТУУ “КПІ”: *L. plantarum* (лактобактерин) – штам порівняння, *L. delbrueckii subsp. bulgaricus* LB86 ВКПМ-В-5788, *L. delbrueckii subsp. delbrueckii* DSM20074, *L. rhamnosus* LB3 ІМВ В-7038, *L. acidophilus*, *L. rhamnosus* V® і розроблений на їх основі композиційний препарат, в якому міститься п'ять штамів-симбіонтів у співвідношенні 1:2:1:1:1.

Дослідження мікроелементного складу лактобактерій проводили рентгенофлуоресцентним методом на портативному енергодисперсійному рентгенофлуоресцентному спектрометрі “Elvax” виробництва підприємства “Елватех” (Україна). Цей спектрометр дозволяє здійснювати кількісний аналіз різноманітних зразків: твердих, порошкоподібних, а також рідких, осаджених на поверхні або на фільтрі. Діапазон елементів, які визначаються, сягає від сірки до урану. В цей діапазон потрапляють основні есенціальні елементи (калій, кальцій, цинк, селен, мідь, залізо, марганець та ін.), а також елементи, що чинять шкідливий вплив на організм хазяїна (свинець, кадмій, миш'як, стронцій, сурма, ртуть та інші важкі метали). Границя виявлення елементів у зразку – 0,1–1 мкг/г.

Для проведення рентгенофлуоресцентного аналізу дводобові культури лактобактерій тричі відмивали від поживного середовища центрифугуванням при 3000 об/хв протягом 20 хв. Отриману біомасу висушували і таблетували, після чого визначали мікроелементний склад. Отримані зразки використовували як контроль при дослідженні здатності лактобактерій адсорбувати важкі метали.

Дослідження адсорбції важких металів лактобактеріями аналогічно проводили методом рентгенофлуоресцентного аналізу. В досліді використовували живі і мертві клітини лактобактерій, які отримували кип'ятінням живих клітин.

При виборі концентрації лактобактерій виходили з разової дози комерційного препарату "лактобактерин" – препарату порівняння та умов його застосування. Рекомендованою разовою дозою лактобактерину для дорослих було 10 доз (одна доза дорівнює $2 \cdot 10^9$ кл/мл), що відповідає $2 \cdot 10^{10}$ кл/мл. Препарат розчиняли у воді з розрахунку 1 доза на 5мл та приймали натщесерце, запиваючи склянкою молока [18]. Виходячи з того, що склянка молока – 200мл та в шлунку натщесерце міститься 20–30мл рідкого вмісту [19], для досліді брали концентрацію лактобактерій $2 \cdot 10^{10}$ в 250мл розчину відповідного металу.

У досліді використовували розчини важких металів у концентраціях, які відповідають гранично допустимій концентрації (ГДК) металу у воді, подвійній ГДК тощо (табл. 1).

Таблиця 1. Гранично допустимі концентрації важких металів у питній воді [20, 21]

Найменування металу	Норматив, мг/л
Кадмій	0,003
Свинець	0,03
Мідь	2,0

Клітини лактобактерій культивували в розчинах з відповідними металами при 37°C протягом 2, 4, 8 і 24 год для встановлення оптимального часу вилучення максимальної кількості іонів металів з розчину клітинами лактобактерій. Час інкубації 24 год було вибрано в припущенні, що досліджені лактобактерії мають транзиторийний ефект і виходять із макроорганізму.

По закінченні інкубації біомасу вилучали центрифугуванням при 3000 об/хв протягом 30 хв та проводили рентгенофлуоресцентний аналіз.

Результати та їх обговорення

Багато хімічних елементів (так званих мікроелементів) є складовою частиною фізіологічної системи регуляції життєвих функцій організму людини. Мікроелементи в певних дозах необхідні для функціонування організму, однак їх надлишок викликає різноманітні захворювання або ураження всього організму. Залежно від активності хімічних елементів і чутливості організму вирізняють есенціальні і токсичні діапазони,

а за характером впливу на організм людини – есенціальні, умовно есенціальні, токсичні та потенційно токсичні хімічні елементи.

До есенціальних належать життєво необхідні елементи, без яких організм не може функціонувати. Їх роль полягає в пригніченні або активації дії низки ферментів. До групи есенціальних елементів належать хром, марганець, залізо, кобальт, мідь, цинк, селен, молібден і йод. Умовно есенціальними є такі елементи, дефіцит яких у добовому раціоні спричиняє негативні зміни в стані здоров'я. Це – літій, бор, фтор, кремній, ванадій, нікель, миш'як і бром [22]. Добову потребу організму людини в елементах наведено в табл. 2.

Таблиця 2. Добова потреба організму людини в макрота мікроелементах

Елементи	Добова потреба, г	Елементи	Добова потреба, мг
Макроелементи (добові потреби > 100 мг)		Мікроелементи (добові потреби < 100 мг)	
Na	1,1–1,3	Fe	10
K	1,9–5,6	Zn	15
Ca	0,8	Mn	2–5
Mg	0,35	Cu	2–3
Cl	1,7–5,1	Co	Следи
P	0,8	Cr	0,05–0,2
S	0,2	Mo	0,15–0,5
		Se	0,05–0,2
		F	0,15

Оскільки молочнокислі бактерії як пробіотики застосовуються *per os*, то вони можуть виступати екзогенним джерелом макро- і мікроелементів для організму людини, тому цікаво було встановити мікроелементний склад досліджених штамів та композиції лактобактерій – перспективної основи нового пробіотичного препарату з унікальною властивістю виведення з організму людини важких металів (табл. 3).

Дослідження мікроелементного складу лактобактерій показало, що різні види і штами бактерій роду *Lactobacillus* відрізняються між собою за кількісним вмістом елементів у клітинах, але їх якісний склад повністю збігається. Порівняно великий вміст сірки і калію в клітинах лактобактерій може пояснюватися їх сорбцією з поживного середовища в процесі культивування бактерій. Клітини досліджених штамів лактобактерій містили в своєму складі 24 елементи, більшу частину яких становили саме есенціальні елементи.

Таблиця 3. Мікроелементний склад молочнокислих бактерій представників роду *Lactobacillus* і їх композиції

Мікроелемент	Штами лактобактерій						
	<i>L. plantarum</i> лактобактерин	<i>L. rhamnosus</i> LB3	<i>L. delbrueckii subsp. bulgaricus</i> LB86	<i>L. delbrueckii subsp. delbrueckii</i> DSM20074	<i>L. rhamnosus</i> V®	<i>L. acidophilus</i>	Композиція лактобактерій
	Концентрація елемента, 10^{-2} мкг/2 · 10 ¹⁰ клітин						
Ca	3,691 ± 2,803	1,019 ± 0,524	3,092 ± 1,488	1,248 ± 0,585	3,620 ± 1,269	0,672 ± 0,430	0,577 ± 0,397
Mn	1,711 ± 0,463	1,510 ± 0,211	1,332 ± 0,437	1,311 ± 0,181	1,960 ± 0,243	1,939 ± 0,242	1,742 ± 0,258
Fe	0,565 ± 0,073	0,115 ± 0,033	5,054 ± 0,220	0,801 ± 0,087	5,635 ± 0,232	1,317 ± 0,112	2,237 ± 0,146
Sr	0,267 ± 0,038	0,040 ± 0,015	0,053 ± 0,017	0,047 ± 0,016	0,047 ± 0,016	0,033 ± 0,013	0,040 ± 0,015
Ag	0,010 ± 0,007	0,026 ± 0,011	0,023 ± 0,010	0,044 ± 0,014	0,018 ± 0,009	0,038 ± 0,013	0,014 ± 0,008
Cd	0,126 ± 0,041	0,079 ± 0,033	0,196 ± 0,052	0,281 ± 0,062	0,076 ± 0,032	0,126 ± 0,041	0,111 ± 0,039
Sn	0,080 ± 0,031	0,059 ± 0,027	0,088 ± 0,046	0,195 ± 0,048	0,088 ± 0,032	0,072 ± 0,029	0,124 ± 0,039
I	0,132 ± 0,053	0,052 ± 0,027	0,106 ± 0,046	0,035 ± 0,019	0,000	0,036 ± 0,020	0,136 ± 0,055
Ba	0,194 ± 0,108	0,145 ± 0,093	0,225 ± 0,117	0,245 ± 0,123	0,187 ± 0,106	0,382 ± 0,152	0,180 ± 0,104
S	40,235 ± 18,720	45,330 ± 18,199	45,139 ± 19,933	39,894 ± 14,855	34,168 ± 12,159	37,599 ± 12,333	38,521 ± 12,340
Cl	8,099 ± 2,360	9,704 ± 2,868	7,016 ± 2,447	37,924 ± 5,682	5,262 ± 2,109	2,631 ± 1,492	7,893 ± 2,599
K	53,899 ± 5,251	16,809 ± 5,019	24,853 ± 2,857	71,574 ± 4,849	30,030 ± 5,818	55,574 ± 4,274	20,020 ± 2,566
Ti	0,037 ± 0,042	0,382 ± 0,140	0,383 ± 0,140	0,383 ± 0,140	0,036 ± 0,045	0,066 ± 0,057	0,101 ± 0,072
Cr	0,325 ± 0,057	0,075 ± 0,027	0,369 ± 0,061	0,152 ± 0,039	0,151 ± 0,039	0,029 ± 0,017	0,553 ± 0,074
Co	0,025 ± 0,015	0,015 ± 0,012	0,060 ± 0,024	0,028 ± 0,016	0,071 ± 0,025	0,034 ± 0,018	0,062 ± 0,024
Ni	0,427 ± 0,057	0,776 ± 0,077	0,341 ± 0,051	0,282 ± 0,046	0,965 ± 0,086	0,538 ± 0,064	7,005 ± 0,230
Cu	0,027 ± 0,014	0,018 ± 0,012	0,035 ± 0,017	0,053 ± 0,020	0,053 ± 0,020	0,018 ± 0,012	0,184 ± 0,038
Zn	1,135 ± 0,100	0,424 ± 0,061	0,982 ± 0,093	0,719 ± 0,080	1,478 ± 0,114	2,066 ± 0,135	1,489 ± 0,115
Pb	0,045 ± 0,015	0,060 ± 0,017	0,052 ± 0,016	0,052 ± 0,016	0,068 ± 0,018	0,067 ± 0,018	0,037 ± 0,013
Se	0,035 ± 0,014	0,002 ± 0,004	0,028 ± 0,012	0,015 ± 0,009	0,002 ± 0,004	0,009 ± 0,007	0,035 ± 0,014
Br	0,197 ± 0,031	0,107 ± 0,023	0,018 ± 0,009	0,101 ± 0,022	0,107 ± 0,023	0,125 ± 0,025	0,083 ± 0,020
Rb	0,197 ± 0,032	0,038 ± 0,014	0,000	0,032 ± 0,013	0,032 ± 0,013	0,057 ± 0,017	0,006 ± 0,006
Zr	0,006 ± 0,006	0,042 ± 0,015	0,042 ± 0,015	0,028 ± 0,012	0,043 ± 0,015	0,084 ± 0,021	0,014 ± 0,009
Mo	0,083 ± 0,022	0,006 ± 0,006	0,075 ± 0,021	0,008 ± 0,007	0,024 ± 0,012	0,007 ± 0,006	0,060 ± 0,018

З табл. 3 видно, що лактобактерії при застосуванні їх *per os* як пробіотичних препаратів, препаратів функціонального призначення або харчових добавок можуть частково забезпечувати макроорганізм необхідними елементами і тим самим покращувати стан здоров'я організму в цілому.

Оскільки частина лактобактерій при застосуванні *per os* гине, проходячи в агресивних умовах шлунково-кишкового тракту, цікаво було перевірити мікроелементний склад і мертвих клітин бактерій. Для цього суспензію живих клітин лактобактерій обробляли кип'ятінням і визначали мікроелементний склад. Отримані дані наведено в табл. 4, з якої видно, що концентрація деяких елементів у суспензії мертвих клітин перевищує концентрацію суспензії живих. Це може пояснюватися тим, що загибель клітин супроводжується порушенням цілісності їх цитоплазматичної мембрани, деструкцією клітинної стінки, що може приводити до натягування клітинами лактобактерій різноманітних речовин, в тому числі й мікроелементів із зовнішнього середовища. Цікавим був і той факт, що в суспензії мертвих клітин було виявлено два додаткових елементи, яких не спостерігалось у суспензії живих клітин, а саме ванадій – $0,027 \pm 0,025$ мкг і золото – $0,006 \pm 0,006$ мкг, але отримані значення не були достовірними.

Таблиця 4. Порівняння мікроелементного складу живих і мертвих клітин *L. plantarum* (лактобактерин)

Елемент	Живі клітини	Мертві клітини
	Концентрація елемента, 10^{-2} мкг/ $2 \cdot 10^{10}$ клітин	
S	$32,812 \pm 18,279$	$41,917 \pm 20,399$
Cl	$5,262 \pm 2,109$	$23,773 \pm 4,493$
K	$35,521 \pm 3,416$	$53,069 \pm 4,172$
Ca	$3,455 \pm 0,971$	$1,437 \pm 0,629$
Cr	$0,151 \pm 0,039$	$0,227 \pm 0,048$
Mn	$3,311 \pm 0,234$	$2,720 \pm 0,164$
Fe	$5,747 \pm 0,234$	$3,697 \pm 0,188$
Ni	$1,229 \pm 0,097$	$0,520 \pm 0,063$
Cu	$0,203 \pm 0,040$	$0,035 \pm 0,017$
Zn	$0,648 \pm 0,076$	$0,616 \pm 0,074$
Se	$0,006 \pm 0,006$	$0,002 \pm 0,004$
Br	$0,041 \pm 0,014$	$0,053 \pm 0,016$

Кінець табл. 4

Елемент	Живі клітини	Мертві клітини
	Концентрація елемента, 10^{-2} мкг/ $2 \cdot 10^{10}$ клітин	
Rb	$0,057 \pm 0,017$	$0,025 \pm 0,011$
Sr	$0,060 \pm 0,018$	$0,066 \pm 0,019$
Zr	$0,042 \pm 0,015$	$0,035 \pm 0,014$
Cd	$0,312 \pm 0,065$	$0,251 \pm 0,058$
Pb	$0,135 \pm 0,025$	$0,090 \pm 0,021$
Ba	$0,338 \pm 0,143$	$0,323 \pm 0,140$
Ti	$0,164 \pm 0,091$	$0,109 \pm 0,075$
Mo	$0,051 \pm 0,017$	$0,065 \pm 0,019$
V	0,000	$0,027 \pm 0,025$
Au	0,000	$0,006 \pm 0,006$

Враховуючи багато доказів здатності бактерій, грибів і дріжджів сорбувати важкі метали, було цікаво перевірити наявність такої здатності і в лактобактерій. До дослідів з визначення здатності лактобактерій сорбувати важкі метали було залучено три метали: кадмій, свинець і мідь. При їх виборі враховували такі фактори:

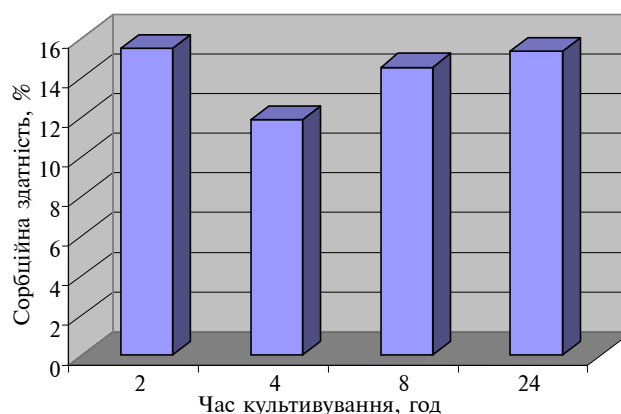
- **кадмій** – срібляво-білий ковкий метал – елементарна генетична отрута, яка сильно руйнує структури ДНК. Він належить до найнебезпечніших з усіх металевих забруднювачів їжі та напоїв – не лише через високу токсичність, але й через велике поширення та використання в сучасній промисловості. Кадмій потрапляє до організму з їжею і напоями, багато його потрапляє в організм і під час паління. При викурюванні 20 сигарет всмоктується $0,5\text{--}2$ мкг кадмію. Кадмій транспортується кров'ю, накопичується в печінці та нирках. Напівперіод його біологічного життя дуже великий – близько 40 років. Він може викликати нудоту, блювоту, спазми в животі та головний біль. В тяжких випадках може повинитись діарея і шок, порушується мінеральний склад суглобів, кісток та вражаються нирки [23];

- **свинець** – у багатьох будинках старої забудови до цих пір застосовуються свинцеві водопровідні труби (вони дуже довговічні), а там, де їх бракувало, найчастіше використовувались свинцеві зварювальні шви. Вода з підвищеною концентрацією свинцю залежно від дози та часу його потрапляння може спричинити гострі або хронічні отруєння. Гостре отруєння розвивається при одноразовому потрапленні свинцю в

таких дозах: для дорослих – 100–120 мг/мл води, а для дітей – 80–100 мг/мл води. При гострому отруєнні може статися летальний кінець. Хронічне отруєння розвивається при постійному вживанні свинцю в малих дозах. Свинець має властивість накопичуватися в тканинах організму, і симптоматика отруєння з'являється при досягненні концентрації свинцю в крові 40–60 мг/100 мл. Проявляється воно ознаками ураження центральної та периферійної нервової системи, кишечнику, нирок. Свинець відкладається практично в усіх органах та тканинах (особливо багато у волоссі, нігтях, слизовій оболонці ясен). Механізм дії свинцю на організм полягає в тому, що він блокує ферменти, які беруть участь у синтезі гемоглобіну, в результаті чого червоні кров'яні тільця втрачають здатність переносити кисень, розвивається анемія та хронічна недостатність кисню. Особливо чутливі до впливу свинцю діти. Свинець блокує утворення попередника вітаміну *D*, необхідного для відкладення кальцію в кістках, порушення обміну кальцію призводить до розвитку рахіту. Шкідлива дія свинцю на нервову систему призводить до затримки фізичного та розумового розвитку, зниженню інтелектуальних здібностей, ураженню слухового нерва та зниженню гостроти слуху тощо. Вживання води з високим вмістом свинцю вагітними жінками підвищує ризик завчасних пологів та ризик розвитку вроджених вад у плода [24];

- **мідь** – є в усіх харчових продуктах та всмоктується через шлунково-кишковий тракт. Вона необхідна організму для нормального обміну речовин. За рекомендаціями ВОЗ, норми потрапляння в організм повинні бути такими: для дорослих – 30 мг/кг ваги, для підлітків – 40 мг/кг та для немовлят – 80 мг/кг. На інтоксикацію міддю вказує підвищення проникності мембран мітохондрій, некроз легених альвеол різного ступеня, зниження бактерицидної активності сироватки крові, неспецифічна гіперкупремія, подразнення верхніх дихальних шляхів, гепатотоксичні функціональні розлади. Інтоксикація призводить до ураження периферійної нервової системи, церебрального ангіоневрозу, гастритів, виразкової хвороби, аутоімунних розладів, хвороб печінки, нирок і ЛОР-органів [4].

Спочатку нами було перевірено вплив на сорбційну здатність лактобактерій стану їх клітин (живі, мертві), концентрації важкого металу в розчині та часу культивування клітин у розчині при наявності відповідного металу (2, 4, 8 та 24 год). Отримані дані показали, що здатність досліджених штамів лактобактерій сорбувати метали не залежить ані від стану клітин, ані від часу експозиції їх з металами (рисунок).



Залежність сорбційної здатності композиції лактобактерій від часу експозиції з розчином, що містив 200 ГДК кадмію

Оскільки сорбційна здатність молочнокислих бактерій щодо важких металів не залежала від часу експозиції в подальших дослідах, для простоти виконання вирішено було використувати час експозиції, який дорівнює 2 год.

У табл. 5 показано дозозалежний ефект концентрації металів та сорбційної здатності лактобактерій.

З таблиці видно, що композиція лактобактерій, яка містить 5 штамів-симбіонтів бактерій роду *Lactobacillus*, мала найкращу сорбційну здатність та характеризується найнижчим показником накопичення відносно важких металів у досліджених концентраціях, ніж окремі штами. Слід зазначити, що штам порівняння *L. plantarum* (лактобактерин) майже не проявив здатності сорбувати важкі метали в умовах даного дослідження. Цікаво відзначити, що різні штами лактобактерій по-різному здатні були сорбувати досліджені метали. Так, *L. delbrueckii subsp. bulgaricus* LB86 мав позитивні сорбційні показники щодо свинцю та міді в концентрації 2ГДК 46,50 і 30,155% та накопичення цих металів у клітинах бактерій відносно контролю становило 636,54 і 17331,43%, відповідно, але штам зовсім не мав здатності сорбувати кадмію у тій самій концентрації. Аналогічна картина спостерігалася і для штаму *L. delbrueckii subsp. delbrueckii* DSM20074, який був здатний сорбувати свинець та мідь із розчинів на рівні 30,17 і 19,54% з накопиченням їх у клітинах бактерій порівняно з контролем, який дорівнює 448,08 і 7473,58%, відповідно, але не сорбував кадмію. Для інших штамів навпаки спостерігалася здатність сорбувати мідь та кадмію: *L. acidophilus* – 20,245 та 14,67%, *L. rhamnosus* LB3 – 13,95 та 12,67%, відповідно. Лише два штами виявилися строго специфічними у своїй сорбційній здатності відносно іонів міді: *L. plantarum* (лактобактерин) – 3,00%

(накопичення іонів у клітинах бактерій становило 395,57%) та *L. rhamnosus* V[®] – 6,455% з накопиченням 2535,85%. Отримані дані підтверджуються літературними даними, за якими деякі сорбенти здатні сорбувати великий спектр металів у той час як інші є строго специфічними відносно одного металу [5].

Дослідження останніх десятиліть підтвердили головну роль іонообмінних процесів у сорбції металів. Були встановлені основні іонообмінні сайти, кожен з яких може бути головним: ацетамідна група хітинів, полісахаридні групи грибів, аміногрупи та фосфатні групи нуклеїнових кислот, аміно- та амідогрупи, сульфогідрильні та карбоксильні групи білків [5, 25].

Механізм сорбції міді добре вивчено для дріжджів. Мідь виступає кофактором для низки ферментів – Cu, Zn-супероксиддисмутази, лізілоксидази, дорамін-β-гідроксилази, аскорбатоксидази, галактозидази та цитохром с-оксидази. Але у великих концентраціях цей іон токсичний для мікроорганізмів. Токсичність міді проявляється завдяки взаємодії між іонами міді та нуклеїновими кислотами, а також ферментами. Але основним механізмом дії є руйнування цілісності цитоплазматичної мембрани [26, 27].

Оскільки лише композиція лактобактерій виявила здатність до сорбції всіх взятих у дослід металів при концентрації їх у середовищі 2 ГДК, на-

ми було продовжено дослідження вищих концентрацій металів саме на ній (див. табл. 5). Отримані результати показали, що максимальна сорбційна здатність композиції лактобактерій для кадмію спостерігається при концентрації його в середовищі в межах 20 ГДК – 86,33%, вищі концентрації цього металу в розчині гірше сорбуються розробленою композицією лактобактерій, але все одно на достатньо високому рівні. Так, при 100 ГДК сорбційна здатність композиції лактобактерій становить 30,34%, при 200 ГДК – 25,33% і трохи нижче при 300 ГДК – 16,84%, що майже відповідає її сорбційній здатності при концентрації кадмію в середовищі 2 ГДК – 16,17%.

Механізм сорбції цинку та кадмію пов'язаний з тим, що катіонна сорбція може супроводжуватися виходом іонів калію для врівноваження іонного балансу в клітині, де відбувається стехіометричний обмін іонів кадмію та калію. Вихід іонів калію, як правило, асоціюється з руйнуванням клітинної стінки та втратою клітиною життєздатності [28, 29]. Вхід катіонів цинку та кадмію в клітини супроводжується виходом двох іонів калію для кожного окремо взятого двовалентного катіона. При цьому вихід іонів калію не впливає на підвищення рівня зв'язаного кадмію. Але детальніше механізм цих обмінних систем поки не з'ясовано [30, 31].

Таблиця 5. Залежність здатності молочнокислих бактерій сорбувати важкі метали від концентрації відповідних металів

Штами лактобактерій	Концентрація важких металів у розчинах культивування													
	2 ГДК Pb		2 ГДК Cu		2 ГДК Cd		20 ГДК Cd		100 ГДК Cd		200 ГДК Cd		300 ГДК Cd	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Композиція лактобактерій	27,67	548,65	32,87	3672,28	16,17	187,39	86,33	364,29	30,34	3327,30	25,33	4177,30	16,84	7995,19
<i>L. delbrueckii subsp. bulgaricus</i> LB86	46,50	636,54	30,155	17331,43	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. delbrueckii subsp. delbrueckii</i> DSM20074	30,17	448,08	19,54	7473,58	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. acidophilus</i>	0,00	0,00	20,245	22594,44	14,67	196,20	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. rhamnosus</i> V [®]	0,00	0,00	6,455	2535,85	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. rhamnosus</i> LB3	0,00	0,00	13,95	11594,44	12,67	331,58	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. plantarum</i> (лактобактерин)	0,00	0,00	3,00	395,57	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в

Примітка. 1 – сорбційна здатність – відсоток адсорбованих іонів відповідного металу клітинами бактерій за винятком кількості іонів металів, що знаходяться в структурі клітини відносно внесеної концентрації іонів металу до розчину; 2 – накопичення металів у клітинах бактерій – відсоток концентрації відповідного металу, що міститься в клітині після адсорбції, щодо початкової кількості іонів цього металу в складі клітини; н/в – не визначали.

Отримані в ході проведення роботи дані також свідчать про зниження концентрації іонів калію в клітинах лактобактерій, здатних сорбувати іони кадмію. Так, для клітин *L. acidophilus* накопичення 196,20% кадмію супроводжувалося зниженням концентрації іонів калію на 64,37%, а при накопиченні *L. rhamnosus* LB3 11594,44% кадмію концентрація іонів калію в клітинах знижувалася на 51,66%, натомість сорбція клітинами композиції лактобактерій іонів кадмію до 187,39% супроводжувалася зниженням вмісту калію в клітинах лише на 4,53%, що свідчить про резерв накопичувальної здатності, та іонів калію в клітинах композиційного препарату на основі лактобактерій для подальшого накопичення іонів кадмію. І дійсно, при підвищенні концентрації іонів кадмію в клітинах композиції лактобактерій вміст іонів калію продовжував знижуватися. Накопичення клітинами композиційного препарату на основі лактобактерій таких кількостей кадмію: 364,29% (при 20 ГДК Cd), 3327,30% (при 100 ГДК Cd), 4177,30% (при 200 ГДК Cd) та 7995,19% (при 300 ГДК Cd) супроводжувалося зниженням вмісту іонів калію на 14,44, 64,44, 59,40 та 66%, відповідно (табл. 6). У бактерій, що не проявили здатності сорбувати кадмій, зниження концентрації іонів калію в клітинах не спостерігалось.

Таблиця вказує на можливість використання розробленого композиційного препарату на основі лактобактерій як пробіотичний препарат із здатністю до біосорбції та виведення важких металів з організму людини.

Висновки

1. Дослідження мікроелементного складу лактобактерій показало їх багатоеlementний склад. Клітини бактерій містили 24 різноманітні елементи, причому їх якісний склад був однаковим незалежно від виду та штаму бактерій, а кількісний склад варіював залежно від приналежності бактерій до того чи іншого штаму або виду.

2. У статті показано можливість використання молочнокислих бактерій роду *Lactobacillus* як потенційних біосорбентів важких металів.

3. Сорбція важких металів дослідженими штамми молочнокислих бактерій та композицією лактобактерій виявилася не залежною ані від часу, ані стану клітин (живі, мертві), але залежна від концентрації важких металів у середовищі культивування.

4. Отримані дані свідчать про штамозалежну здатність до сорбції важких металів із розчинів у бактерій роду *Lactobacillus*.

5. Найкращу сорбційну здатність щодо важких металів проявила композиція лактобактерій, на основі якої в перспективі планується створити новий вітчизняний ефективний пробіотичний препарат з унікальною властивістю сорбції важких металів з організму людини, що на даний момент є досить актуальним, враховуючи несприятливі екологічні умови навколишнього середовища.

Таблиця 6. Залежність накопичення іонів важких металів від їх початкової концентрації

Штами лактобактерій	Концентрація важких металів у розчинах культивування													
	2 ГДК Pb		2 ГДК Cu		2 ГДК Cd		20 ГДК Cd		100 ГДК Cd		200 ГДК Cd		300 ГДК Cd	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Композиція лактобактерій	548,65	0,00	3672,28	0,00	187,39	4,53	364,29	14,44	3327,30	64,44	4177,30	59,04	7995,19	66,60
<i>L. delbrueckii subsp. bulgaricus</i> LB86	636,54	0,00	17331,43	0,00	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. delbrueckii subsp. delbrueckii</i> DSM20074	448,08	0,00	7473,58	0,00	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. acidophilus</i>	0,00	0,00	22594,44	0,00	196,20	64,37	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. rhamnosus</i> V®	0,00	0,00	2535,85	0,00	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. rhamnosus</i> LB3	0,00	0,00	11594,44	0,00	331,58	51,66	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в
<i>L. plantarum</i> (лактобактерин)	0,00	0,00	395,57	0,00	0,00	0,00	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в	н/в

Примітка. 1 – накопичення металів у клітинах бактерій – відсоток концентрації відповідного металу, що знаходиться в клітині після адсорбції, відносно початкової кількості іонів цього металу в складі клітини; 2 – відсоток іонів калію, що вийшли з клітини бактерій, по відношенню до вихідної їх кількості в клітині; н/в – не визначали.

С.А. Старовойтова, Л.Б. Орябинская,
В.Ю. Горчаков

МОЛОЧНОКИСЛЫЕ БАКТЕРИИ – БИОСОРБЕНТЫ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ

Исследован микроэлементный состав и способность молочнокислых бактерий рода *Lactobacillus* и их композиции к адсорбции тяжелых металлов. Показана схожесть качественного элементного состава клеток лактобактерий и различие его количественного состава в зависимости от вида и штамма лактобактерий. Исследование способности лактобактерий адсорбировать тяжелые металлы показало независимость этого процесса от времени экспозиции и состояния клеток (живые, мертвые). Адсорбционная способность бактерий зависела от концентрации соответствующего металла в среде культивирования. Установлена достаточно высокая способность адсорбировать тяжелые металлы разработанной композицией лактобактерий, что позволяет в дальнейшем прогнозировать ее использование, как эффективного биосорбента тяжелых металлов из организма человека.

S.O. Starovoitova, L.B. Oryabinskaya,
V.Yu. Gorchakov

LACTIC ACID BACTERIA AS BIOSORBENTS OF HEAVY METALS

The paper under consideration examines the microelement structure and lactic acid bacteria ability of genus *Lactobacillus* and their compositions to adsorb heavy metals. We highlight the same qualitative element structure of lactic acid bacteria cells and distinction of its quantitative structure, depending on the kind and strain of lactic acid bacteria. Besides, the research results of lactic acid bacteria ability to adsorb heavy metals show this process independence from the exposition time and cells condition (both alive and dead). Specifically, the adsorption ability of bacteria depends on the concentration of the applicable metal in the cultivation environment. This dashes hope that a high ability of the proposed lactic acid bacteria composition to adsorb heavy metals can be a highly effective biosorbent of heavy metals from the human organism.

1. *Алехина Т.Н., Бобко А.А., Малахов И.Н.* Тяжелые металлы в донных осадках рек промышленных регионов // Довкілля і здоров'я. – 2007. – № 3. – С. 9–13.
2. *Талакина Ю.Н., Сергеева Л.А., Давидова С.Ф., Пидоренко А.И.* Гигиенические аспекты содержания соединений тяжелых металлов в почве и воде: состояние проблемы, перспективы дальнейших исследований (обзор) // Там же. – С. 13–19.
3. *Рублевская Н.И.* Загрязнение атмосферного воздуха городов тяжелыми металлами // Там же. – С. 20–22.
4. *Гребняк М.П., Гребняк В.П., Єрмаченко О.Б., Павлович Л.В.* Забруднення ґрунту хімічними елементами: фактори ризику, негативний вплив на здоров'я // Там же. – С. 22–28.
5. *Подгорский В.С., Касаткина Т.П., Лозовая О.Г.* Дрожжи – биосорбенты тяжелых металлов // Мікробіол. журн. – 2004. – 66, № 1. – С. 91–103.
6. *Children's environmental and health action plan for Europe.* Ministerial document. WHO Regional Office for Europe. – Copenhagen, 2004. – P. 1–8.
7. *Axelford D., Davis D.L., Hajek R.A.* It's time to rethink dose: the case for combining cancer, and birth and developmental defects // Environ. Health Perspect. – 2001. – 109, N 2. – P. 246–249.
8. *Solozhenkin P.M., Nebera V.P., Zouboulis A.I., Matis K.A.* Metal ion extraction by microorganism biomass and sorption on flotation // J. of Mining Science. – 2003. – 39, N 1. – P. 78–86.
9. *Hadi B., Margaritis A., Berruti F., Bergougnou M.* Kinetics and equilibrium of Cadmium biosorption by yeast cells *S. cerevisiae* and *K. Fragilis* // Inter. J. of Chem. Reaction Eng. – 2003. – 1. – P. 1–16.
10. *Martin-Dupont F., Gloaguen V., Granet R. et al.* Heavy metal adsorption by crude coniferous barks: a modeling study // J. Environ. Sci. Health. – 2002. – 6. – P. 1063–1073.
11. *Göksungur Y., Üren S., Güvenç U.* Biosorption of Copper ions by caustic treated waste baker's yeast biomass // Turk. J. Biol. – 2003. – 27. – P. 23–29.
12. *Marques P.A., Pinheiro H.M., Teixeira J.A., Rosa M.F.* Removal efficiency of Cu²⁺, Cd²⁺ and Pb²⁺ by waste brewery biomass: pH and cation association effects // Desalination. – 1999. – 124. – P. 137–144.
13. *Ившина И.Б., Пешкур Т.А., Коробов В.П.* Эффективное извлечение цезия клетками бактерий рода *Rhodococcus* // Микробиология. – 2002. – 71, № 3. – С. 418–423.
14. *McEldowney S.* Microbial biosorption of radionuclides in liquid effluent treatment // Appl. Biochem. and Biotechnol. – 1990. – P. 159–179.
15. *McEldowney S., Hardman D.L., Waite S.* Pollution: ecology and biotreatment. – London: Longman Group UK Limited, 1993. – 322 p.

16. Давидова Е.Г., Каспарова С.Г. О природе сорбции металлов клеточными стенками дрожжей // Микробиология. – 1992. – **61**, № 6. – С. 1018–1022.
17. Jazgan A., Ozcengiz G. Subcellular distribution of accumulated heavy metals in *Saccharomyces cerevisiae* and *Kluyveromyces marxianus* // Biotechnol. Lett. – 1994. – **16**, N 8. – P. 871–874.
18. Инструкция по применению препарата “Лактобактерин сухой” № 94.161.278 от 18.07.2002. МЗ РФ. Государственный научно-исследовательский институт стандартизации и контроля медицинских биологических препаратов им. Л.А. Тарасевича.
19. Справочник фельдшера / Под ред. А.Н. Шабанова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Медицина, 1983. – 432 с.
20. ГОСТ 2874–82. Вода питьевая. Гигиенические требования и контроль за качеством.
21. World Health Organization. Guidelines For drinking water quality [electronic resource]: incorporating first addendum. Recommendations. – 2006. – **1**. – P. 1–595.
22. Кольман Я., Рём К.-Г. Наглядная биохимия / Пер. с нем. – М.: Мир, 2000. – 469 с.
23. Юфит С. Токсичные металлы – ne quid nimis // Экологический журнал “Волна”. – 2000. – № 22(1). – С. 1–3.
24. World Health Organization. Guidelines for drinking-water quality. International programme on chemical safety. – Geneva, 1996. – P. 1–15.
25. Pirog T.P. Role of *Acinetobacter sp.* exopolysaccharides in protection against heavy metal ions // Microbiology. – 1997. – **66**, N 3. – P. 284–288.
26. Kosman D.J. Transition metal ion uptake in yeasts and filamentous fungi // Metal ions in fungi. – N.-Y., 1994. – 507 p.
27. Walker M.G. Yeast physiology and biotechnology. – N.-Y.; Toronto: John Wiley and Sons, 1998. – 350 p.
28. Gadd G.M., Mowll J.L. The relationship between cadmium uptake, potassium release and viability in *Saccharomyces cerevisiae* // FEMS Microbiol. Lett. – 1983. – **16**. – P. 45–48.
29. Gadd G.M. Green means clean: biomass and metal accumulation // Trends. Biotechnol. – 1989. – **7**, N12. – P. 325–326.
30. Мельникова В.А., Баснакьян И.А., Ермолов В.В. Лимитирование и ингибирование жизнедеятельности микроорганизмов ионами металлов // ЖМЭИ. – 1991. – № 6. – С. 80–84.
31. Eilam Y. The effect of potassium ionophores and potassium on cellular calcium in the yeast *Saccharomyces cerevisiae* // J. Gen. Microbiol. – 1982. – **128**. – P. 2611–2614.

Рекомендована Радою
факультету біотехнології і біотехніки
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
26 жовтня 2007 року

ПРОБЛЕМИ ХІМІЇ ТА ХІМІЧНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 546.882

О.О. Андрійко, І.В. Коваленко,
Л.В. Черненко, С.А. Хайнаков,
І.С. Головіна, І.Н. Гейфман, В.І. Лисін

СИНТЕЗ НАНОКРИСТАЛІЧНОГО МЕТАТАНТАЛАТУ КАЛІЮ В СЕРЕДОВИЩІ РОЗПЛАВЛЕНИХ НІТРАТІВ

Вступ

У літературі описано кілька танталатів (V) калію з різним співвідношенням К:Та – від політанталатів $K_2O \cdot nTa_2O_5$ (максимальне значення $n = 5$) до ортотанталату K_3TaO_4 [1, 2]. З практичної точки зору найцікавішим є метатанталат $KTaO_3$ із структурою перовскіту, який має властивості сегнетоелектрика [3].

Традиційним методом синтезу кристалічного $KTaO_3$ є “керамічний” спосіб, який базується на спіканні суміші Ta_2O_5 з гідроксидом або карбонатом калію при температурі 1470–2270 К. Згідно з діаграмою стану системи $K_2O-Ta_2O_5$ [4], метатанталат калію плавиться інконгруентно при температурі 1640 К. Тому цілком зрозуміло, що керамічним методом синтезу надзвичайно важко отримати чистий монофазний продукт без домішок. Крім того, цей спосіб дуже енергозатратний і технологічно складний, оскільки потребує спеціального обладнання, корозійно стійкого при високих температурах.

Альтернативою керамічному способу може бути золь-гель метод, який інтенсивно вивчається останніми роками. Найбільш поширеним варіантом цього методу є використання алкоголятів танталу і калію як прекурсорів [5–7]. Золь-гель метод здебільшого застосовувався для нанесення тонких плівок танталату калію і твердих розчинів на його основі. З тією ж метою пропонувався також метод лазерного напилення [8], яким було отримано високоорієнтоване покриття на грані монокристала кремнію.

Постановка задачі

Останнім часом значний інтерес викликає метод одержання простих і складних оксидів окисненням металів або їх сполук у середовищі розплавлених нітратів [9, 10]. Цей метод має кілька переваг порівняно з “керамічним”. По-перше, утворення оксидів відбувається при значно нижчих температурах (570–770 К), що

істотно спрощує апаратне оформлення процесу і зменшує енерговитрати. По-друге, даний метод дозволяє отримувати нанодисперсні оксидні матеріали [10, 11], які зараз викликають значний інтерес з огляду на ряд унікальних властивостей, які їм властиві і яких нема у звичайних крупнокристалічних оксидах [12]. І нарешті, метод дозволяє цілеспрямовано регулювати склад продукту, змінюючи основність розплаву через введення відповідних добавок.

Метою даної статті було дослідження процесу отримання метатанталату калію окисненням порошку металічного танталу розплавленим нітратом калію та вивченням деяких властивостей продукту, які становлять інтерес для його практичного використання (діелектричних, електропровідності, розміру кристалів).

Експериментальна частина

При даному дослідженні використовувався порошок танталу металічного марки МРТУ 95-136-69, нітрат калію і гідроксид калію марки “ХЧ”. Процес окиснення проводився в алунових тиглях при температурі 770–870 К у вертикальній трубчатій електропечі в атмосфері повітря. Після закінчення реакції (через 1–1,5 год) сплав охолоджувався до кімнатної температури і розмивався дистильованою водою. Отримана суспензія центрифугувалася для відділення порошку, кілька разів спочатку промивалась дистильованою водою, а потім – етанолом, і сушилась на повітрі при температурі 370–380 К.

Склад продукту досліджувався методом рентгенофазового аналізу на дифрактометрі ДРОН-3М в $Cu_{K\alpha}$ випромінюванні. Для вимірювання електрофізичних властивостей порошок пресувався в циліндричні таблетки діаметром 5 мм і завдовжки 4–7 мм. Для одержання таблеток порошок змішувався з 5%-ним водним розчином полівінілового спирту до утворення кашоподібної суміші, потім пресувався при тиску 40 МПа, сушився при кімнатній температурі, а далі – при 970 К на повітрі.

Діелектрична проникність зразків вимірювалася за допомогою цифрового LCR-вимірювача Е7-8 на частоті 1 кГц при кімнатній температурі.

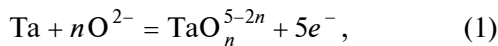
Електропровідність метатанталату калію вимірювалася за допомогою комірки з нікелевими піджимними електродами. Синтезовані зразки $KTaO_3$ пресувались навантаженням $2 \cdot 10^4$ Н у таблетки діаметром 14 мм і товщиною 0,8 мм і

вміщувались у комірку. Константа комірки розраховувалась за геометрією зразка. Електропровідність вимірювалась на частотах змінного струму 0,1, 1, 10 кГц в інтервалі температур 290–370 К. Значення опору отримувалось за допомогою вимірювача іммітансу Е7-14.

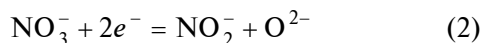
Електронні мікроскопічні дослідження проводились методом ПЕМ на мікроскопі MET JEOL-2000 EX-II при 200 кВ. Для підготовки проб використовувався метод суспензій. Дрібнодисперсний порошок диспергувався в етанолі. Одна-дві краплі суспензії за допомогою піпетки переносились на електронно-мікроскопічне сито з дуже тонкою полімерною підкладкою, яке потім висушувалось, після чого сито з пробою поміщалося у спеціальний тримач для установки в мікроскоп для відповідних вимірювань.

Результати і обговорення

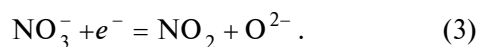
Загальна спрощена схема окиснення металічного танталу в розплаві може бути подана рівнянням



де n залежно від кислотно-основних властивостей використаного розплаву може змінюватися від 2,5 (оксид Ta_2O_5) до 4 (ортотанталат K_3TaO_4). З іншого боку, відновлення нітрат-іона може відбуватися різними шляхами, які також залежать від кислотності середовища, тобто

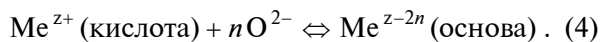


або

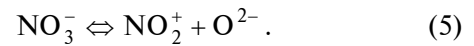


Отже, можна зробити висновок, що саме кислотно-основні властивості середовища є ключовим фактором, від якого залежить загальний перебіг реакції окиснення металу і можливість отримання потрібного продукту.

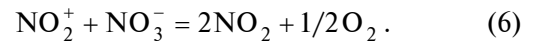
Згідно з теорією Люкса–Флуда, в подібних середовищах розплавлених солей, в яких містяться оксоаніони, кислотою вважається акцептор кисневих іонів O^{2-} , а основою – їх донор [13, 14]. Тоді, в загальному вигляді, кислотно-основну рівновагу можна записати так:



У чистому нітратному розплаві основою вважається сам іон нітрату, який дисоціює за схемою [15]



При введенні в розплав “кислих” речовин, наприклад катіонів металів, рівновага зміщується вправо, в розплаві накопичуються дуже реакційноздатні катіони NO_2^+ , які легко розпадаються за реакцією



Оскільки кількісні характеристики кислотно-основних рівноваг у нітратних розплавах невідомі, апіорі передбачити потрібний склад (основність) реакційної суміші, необхідний для синтезу цільового продукту $\text{K}_2\text{Ta}_4\text{O}_{11}$, неможливо. Можна очікувати, що в чисто нітратному розплаві вміст іонів O^{2-} буде недостатнім для утворення цієї фази. Проведені експерименти показали справедливість цього висновку.

На рис. 1 зображено дифрактограму оксидного порошку, отриманого окисненням танталу в розплаві KNO_3 при 920 К. З наведених даних випливає, що отриманий продукт є сумішшю двох фаз – $\delta\text{-Ta}_2\text{O}_5$ (JCPDS 18-1304) і тетратанталату $\text{K}_2\text{Ta}_4\text{O}_{11}$ (JCPDS 12-0092), що відповідає значенням $n = 2,5$ та $n = 2,75$ в реакції (1).

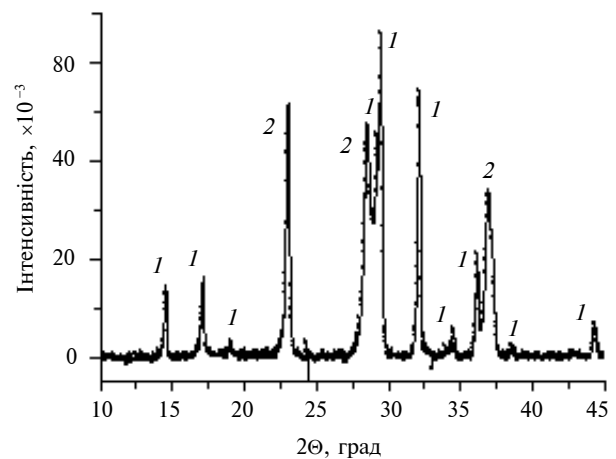
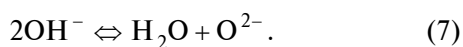


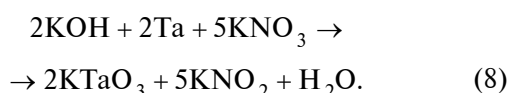
Рис. 1. Дифрактограма зразка, отриманого окисненням порошку Ta в розплаві KNO_3 при 920 К і мольному співвідношенні нітрат/тантал 10: 1 – тетратанталат $\text{K}_2\text{Ta}_4\text{O}_{11}$; 2 – $\delta\text{-Ta}_2\text{O}_5$

З отриманих результатів видно, що для одержання потрібної фази метатанталату ($n = 3$ в реакції (1)) необхідно збільшувати основність розплаву введенням донорів іонів кисню. Найзручніше для цього використати гідроксид калію, основність якого, за Люсом–Блудом, забезпечується рівновагою:



Тому нами вивчався склад продуктів окиснення танталу в розплаві $\text{KNO}_3\text{--KOH}$ з різним вмістом гідроксиду калію.

Згідно з реакціями (1) ($n = 3$) і (2), бажану сумарну реакцію синтезу метатанталату можна записати у вигляді



Звідси випливає, що мольне співвідношення гідроксид/тантал має бути близьким до одиниці. Експеримент показав, що для повного уникнення домішок політанталатів гідроксид має бути взятий з невеликим надлишком щодо стехіометрії реакції (8). Ми рекомендуємо використовувати мольне співвідношення $\text{KOH}/\text{Ta} = 1,2$, при якому утворюється чиста фаза кубічного KTaO_3 з параметром ґратки $a = 3,988 \text{ \AA}$ (рис. 2).

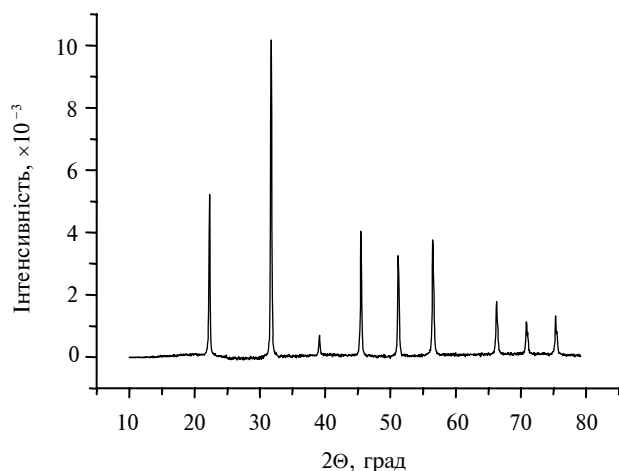


Рис. 2. Дифрактограма зразка, отриманого при співвідношенні $\text{Ta} : \text{KOH} : \text{KNO}_3 = 1 : 1,2 : 5$. Температура синтезу 650°C

Розміри кристалітів оцінювалися з дифрактограми за формулою Дебая–Шеррера:

$$d = \frac{0,9\lambda}{B \cos \Theta}, \quad (9)$$

де $\lambda = 0,1542 \text{ нм}$ – довжина хвилі рентгенівського випромінювання; B – напівширина дифракційного максимуму в радіанах; Θ – кут, який відповідає положенню дифракційної лінії на рентгенограмі.

Проведені розрахунки показали, що для зразка рис. 2 середній розмір кристалітів стано-

вить $90\text{--}95 \text{ нм}$, що підтверджується дослідженнями методом електронної мікроскопії (ПЕМ) (рис. 3).

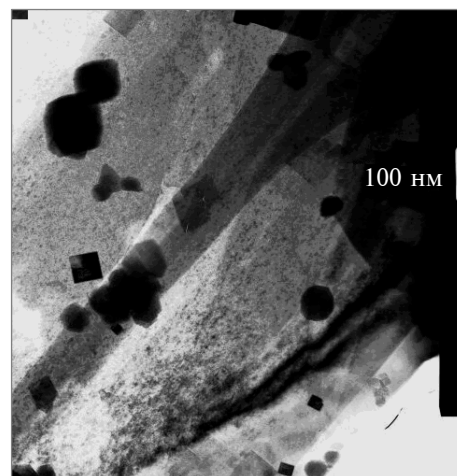


Рис. 3. Електронна мікрофотографія порошку метатанталату калію. Видно добре сформовані кубічні кристалики з розмірами, які не перевищують 100 нм

Очевидно, отриманий порошок метатанталату вже можна віднести до нанодисперсних матеріалів, хоч відомо, що особливості наноматеріалів найбільшою мірою проявляються при дещо менших розмірах кристалів – порядку $10\text{--}50 \text{ нм}$ [16]. Тому нами було вивчено можливість зменшення розмірів кристалів завдяки розбавленню розплаву, тобто збільшенню кількості рідкої фази щодо порошку танталу при фіксованій кількості гідроксиду калію. Було проведено експерименти, в яких використано реакційні суміші з мольним співвідношенням компонентів $\text{Ta} : \text{KOH} : \text{KNO}_3 = 1 : 1,2 : m$ ($m = 5, 10, 15, 10, 25$). Одержані зразки проаналізовано методом рентгенофазового аналізу, визначено параметри кристалічної ґратки, середній розмір кристалів, а також виміряно діелектричну проникність пресованих таблеток. Результати відображено в таблиці.

Аналізуючи дані таблиці, можна зазначити, що збільшення відносної кількості нітрату спочатку дещо зменшує середній розмір кристалів, а потім, при $\text{KNO}_3/\text{Ta} > 10$, практично не впливає на них. При дуже сильних розведеннях (зразок № 5) основність розплаву стає недостатньою і в продукті з'являються незначні домішки гексатанталату $\text{K}_4\text{Ta}_6\text{O}_{17}$, завдяки чому діелектрична проникність цього зразка знижується. Проте виміряні значення діелектричної проникності для різних таблеток з однакового

Таблиця. Властивості зразків метатанталату калію, одержаних окисненням порошку танталу за температури 650 °С при різному вмісті нітрату в реакційній суміші і постійному відношенні КОН/Та = 1,2

№ зразка	KNO ₃ /Та, моль/моль	Параметр ґратки <i>a</i> , Å	Середній розмір кристалів ¹ <i>D</i> , нм	Діелектрична проникність ² ε
1	5	3,9886	96	262
2	10	3,9829	80	243
3	15	3,9857	85	245
4	20	3,9864	85	293
5 ³	25	3,9889	85	225

Примітки. 1 – обчислено за формулою Дебая–Шеррера (9); 2 – середнє з двох незалежних вимірювань; 3 – у зразку містяться незначні домішки політанталату.

матеріалу відтворюються погано, коливаючись у межах 40–50 одиниць. Це, очевидно, пов'язано з недостатньою якістю пресованих таблеток, оскільки нам не вдалося отримати зразки з пористістю менше 50 %. Однак наведені дані все ж таки свідчать про наявність сегнетоелектричних властивостей отриманого матеріалу. В цілому ж можна зробити висновок, що піднімати вміст нітратів вище KNO₃/Та = 10 не доцільно, оскільки це пов'язано з підвищеними витратами солей і не впливає істотно на властивості продукту.

Електропровідність пресованих таблеток при кімнатній температурі становить близько 10⁻⁵ См/см і експоненційно зростає при підвищенні температури (рис. 4).

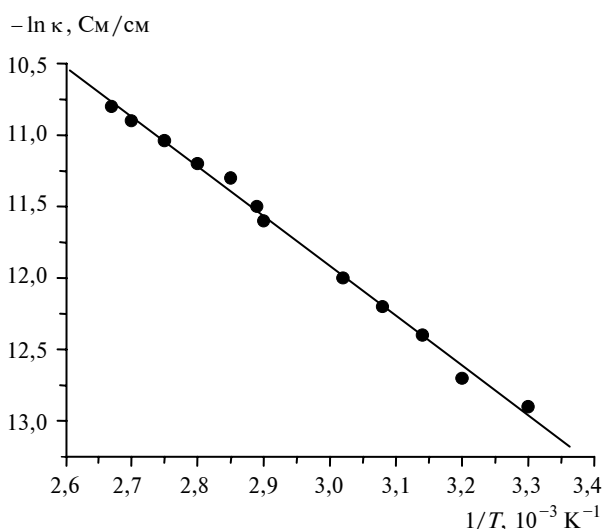


Рис. 4. Залежність логарифма питомої електропровідності пресованого зразка № 3 від оберненої температури

Подібний хід температурної залежності типовий для напівпровідника, ширина забороненої зони якого, судячи із значення енергії активації

електропровідності ($E_a = 28,9 \pm 0,1$ кДж), становить близько 0,3 еВ. Наскільки нам відомо, подібні властивості не характерні для крупнокристалічних зразків КТаО₃, одержаних “керамічним” методом. Можна припустити, що виникнення напівпровідникової електропровідності такого роду зумовлена ефектом нанокристалічності матеріалу.

Висновки

Встановлено, що методом окиснення металічного танталу в розплаві нітрату калію з добавками гідроксиду калію можна одержати порошок чистого метатанталату калію при температурі 870–920 К, що практично вдвічі нижче, ніж температура, необхідна для отримання цього матеріалу традиційним “керамічним” методом.

Рекомендований склад реакційної суміші КТаО₃ передається мольним співвідношенням компонентів Та : КОН : КНО₃ ≈ 1 : (1,2–1,3) : (5–10). При таких співвідношеннях утворюється чиста фаза КТаО₃ із структурою перовскіту, без домішок політанталатів і ортотанталату. Такий матеріал проявляє властивості сегнетоелектрика з діелектричною проникністю вище 250.

Розміри кристалів продукту становлять 80–90 нм, що дозволяє віднести його до типу нанодисперсних порошоків. Особливістю такого матеріалу є наявність істотної напівпровідникової електропровідності (10⁻⁶–10⁻⁵ См/см в температурному інтервалі 298–370 К), яка не характерна для звичайних крупнокристалічних порошоків.

Таким чином, методом окиснення танталового порошку в нітратних розплавах при певній лужності середовища може бути синтезована чиста фаза метатанталату калію з розміром

частинок менше 100 нм. Такий матеріал має сегнетоелектричні властивості і в перспективі може використовуватись, зокрема, для виготовлення резонаторів у спектрометрах електронного парамагнітного резонансу. Для реалізації такої перспективи необхідні подальші дослідження, зокрема, умов пресування та електрофізичних параметрів пресованих таблеток.

* * *

Дослідження виконане за часткової фінансової підтримки Міністерства освіти і науки України (проект № 2991Ф). С.А. Хайнаков вдячний також за фінансову підтримку іспанському міністерству (PCI2005-A7-0110, MAT2006-01997).

А.А. Андрийко, И.В. Коваленко, Л.В. Черненко,
С.А. Хайнаков, И.С. Головина, И.Н. Гейфман,
В.И. Лысин

СИНТЕЗ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО МЕТАТАНТАЛАТА КАЛИЯ В СРЕДЕ РАСПЛАВЛЕННЫХ НИТРАТОВ

Методом окисления порошка металлического тантала расплавленным нитратом калия синтезированы нанодисперсные порошки метатанталата калия, которые были исследованы методом рентгенофазового анализа, кондуктометрии и электронной микроскопии. Показано, что для полного избежания нежелательных примесей политанталатов гидроксид калия должен быть взят с избытком ($KOH/Ta = 1,2$) относительно стехиометрии реакции синтеза. Данные по кондуктометрии и исследованию диэлектрической проницаемости позволяют допустить существование полупроводниковой электропроводности, что не характерно для обычных крупнокристаллических порошков.

O.O. Andriiko, I.V. Kovalenko, L.V. Chernenko,
S.A. Khainakov, I.S. Golovina, I.N. Geichman,
V.I. Lisin

THE SYNTHESIS OF NANOSIZED POTASSIUM METATANTALATE IN MOLTEN NITRATE ENVIRONMENT

In this paper, we describe the synthesis of nanosize potassium metatantalate, using a method of metallic tantalum powder oxidation in molten potassium nitrate. In addition, we examine the nanopowder, employing the methods of XRD, conductometry, and transparent electronic microscopy. In the course of the experimental study, it turns out that the quantity of potassium hydroxide ($KOH/Ta = 1,2$) must be used relatively to the stoichiometry of reaction to minimize the admixtures of polytantalates. Finally, deploying data on conductometry and dielectric penetrability, we assume the existence of semiconductor electroconductivity, which is not typical of the macro-crystalline powders.

1. *Горощенко Я.Г.* Химия тантала и ниобия. – К.: Вища шк., 1965 – 326 с.
2. *Файрбротер Ф.* Химия ниобия и тантала / Пер. с англ. – М.: Химия, 1972. – 276 с.
3. *Смоленский Г. А., Крайник Н. И.* Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. – М.: Химия, 1968. – 262 с.
4. *Reisman A., Holtzberg F., Berkenblit M., Berry M.* Reactions of the Group VB Pentoxides with Alkali Oxides and Carbonates III. Thermal and X-Ray Phase Diagrams of the System K_2O or K_2CO_3 with Ta_2O_5 // *J. Am. Chem. Soc.* – 1956. – N 78. – P. 4514–4519.
5. *Hirano S., Yogo T., Kikuta K., Morishita T., Ito Y.J.* Preparation of Potassium Tantalate Niobate by Sol–Gel Method // *Ibid.* – 1992. – N 75. – P. 1701–1706.
6. *Lu C.J., Kuang A.X.* Preparation of potassium tantalate niobate through sol-gel processing // *J. Mater. Sci.* – 1997. – 32, N 16. – P. 4421–4427.
7. *Garnweitner G., Niederberger M.* Nonaqueous and Surfactant-Free Synthesis Routes to Metal Oxide Nanoparticles // *J. Am. Ceram. Soc.* – 2006. – N 89. – P. 1801–1805.
8. *Ma W.D., Zhao Z.S., Wang S.M. et al.* Preparation of Perovskite Structure $K(Ta_{0,65}Nb_{0,35})O_3$ Films by Pulsed Laser Deposition on Si Substrates // *Physica status solidi (a)*. – 1999. – N 176. – 985–990.
9. *Matei C., Marote P., Durand B. et al.* Acido-basic reactions in molten nitrates. Synthesis of pure lanthanum cuprate // *Intern. Symp. on Ionic Liquids in Honor of Marcelle Gaune-Escard.* – Carry le Rouet, France, June 26–28, 2003 // *Proc. V.* – P. 325–331.
10. *Волков С.В., Малеваный С.М., Панов Э.В.* Синтез в нитратных расплавах нанодисперсных порошков сложных оксидов титана и циркония // *Журн. неорг. химии.* – 2002. – № 47. – С. 1749–1753.

11. *Lionet R., Ciravino C., Marote P. et al.* Reactive in molten oxonitrates of lanthanum and manganese salts. Synthesis of $\text{La}_{1-x}\text{MnO}_3$ // *Advances in Molten Salts: from structural aspects to waste processing. Proceedings of the European Research Conference on Molten Salts.* – Porquerolles Island. – France, June 27–July 3, 1998. – Gaune-Escard. Ed. – P. 169–178.
12. *Gleiter H.* Retrospectives and Perspectives “Nanostructured Materials” // *Nanostruct. Mater.* – 1992. – N 1. – P. 1–19.
13. *Lux H.* “Acids” and “bases” in a fused salt bath: the determination of oxygen-ion concentration // *Z. Elektrochem. Soc.* – 1939. – N 45. – P. 303–310.
14. *Flood H., Furland T.* The Acidic and Basic Properties of Oxides // *Acta Chem. Scand.* – 1947. – N 1. – P. 592–603.
15. *Kerridge D.H.* Molten salts as nonaqueous solvents // *The Chemistry of Nonaqueous Solvents; J. J. Lagovski (ed).* – New York: Academic Press. – 1978. – B. – P. 269–274.
16. *Klabunde K.J.* *Nanoscale Materials in Chemistry.* – Ed. Wiley, 2001. – 292 p.

Рекомендована Радою
хіміко-технологічного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
2 жовтня 2007 року

УДК 621.182

Т.Є. Мітченко, П.В. Козлов,
Н.В. Макарова, П.В. Стендер

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО КАТІОНІТУ ДЛЯ ЛОКАЛЬНИХ УСТАНОВОК НА-КАТІОНУВАННЯ ВОДИ

Вступ

Істотне погіршення якості поверхневих і підземних вод, викликане активним розвитком водомістких галузей промисловості і сільського господарства, а також одночасне підвищення вимог до якості питної води, зумовлене помітним стрибком у розвитку інструментальних методів аналітичної хімії і наукових досягнень у галузі біології і біохімії, привели до поштовху в розвитку сучасних технологій водопідготовки. Одним із проявів цього є поява і значне поширення класу локальних водопідготовчих установок невеликої продуктивності, так званих установок котеджного або комерційного типу. Найчастіше ці установки призначені для реалізації сорбційних процесів, спрямованих на вирішення основних проблем водопідготовки: видалення завислих частинок, зм'якшення, очищення від феруму, мангану, сірководню, органічних сполук, нітратів та ін.

Загалом установки водопідготовки складаються з кількох вузлів. Залежно від складу води конкретного джерела водозабору, як правило, використовується кілька операцій, необхідних для доочищення води, деякі з них можуть бути сполучені. Найпоширенішим завданням водопідготовки для джерел України є зм'якшення води різного призначення [1]: підготовка води глибокого зм'якшення із залишковою жорсткістю до 0,02 мг-екв/дм³ для парових котлів високого тиску, підготовка зм'якшеної води із залишковою жорсткістю до 0,1 мг-екв/дм³ для водогрійних котлів низького тиску і підготовка води для побутових потреб із жорсткістю на рівні 0,5 мг-екв/дм³. Для здійснення цього процесу здебільшого використовуються сильнокислотні катіоніти в Na-формі.

Із врахуванням особливостей експлуатації локальних установок до них висувуються дещо інші вимоги, ніж до стандартних установок, які використовуються в промисловості. Основними вимогами до локальних установок є: високі надійність і ефективність, простота в обслугову-

ванні, мінімізація кількості відходів, компактність і низькі затрати при експлуатації [2]. Характерною ознакою таких установок є їх малий розмір. Так, висота шару іоніту не перевищує 0,8 м, а його діаметр – 0,25–0,30 м. Продуктивність локальних установок, як правило, становить 2–3 м³/год. З цього випливає необхідність пропускання води з великою лінійною швидкістю – до 50 м³/(м²·год). На сьогодні для інженерних розрахунків локальних установок і умов їх експлуатації використовують дані, одержані з досвіду експлуатації промислових установок, а саме: мінімальна швидкість пропускання води – 20 м³/(м²·год), витрати NaCl на регенерацію – 160 г NaCl/дм³ іоніту, висота шару іоніту – не менше 1,5 м [1].

Іонообмінні матеріали, які призначені для використання в подібних установках, мають задовольняти ряд специфічних вимог: висока чистота повинна відповідати санітарним умовам виробництва питної води, високій динамічній обмінній ємності, підвищеним кінетичним характеристикам, високій здатності до відновлення сорбційних властивостей при мінімальній питомій витраті реагентів для регенерації [3].

Зараз перелік катіонітів, що використовуються в установках зм'якшення води малої і середньої продуктивності, надзвичайно широкий і нараховує десятки найменувань, а також виробників, починаючи від відомих світових компаній – виробників іонітів із США і Європи (“Dow Chemical”, “Rohm and Haas” (R&H), “Lanxess”), і закінчуючи виробниками з Південно-східної Азії. В Україні сильнокислотні катіоніти випускаються Черкаським ВАТ “Азот”. Основним споживачем цього підприємства є великі котельні. Однак нещодавно разом із Київським НВО “Екософт” розроблено новий катіоніт (Еколайт СК), що випускається в дослідно-промисловому масштабі і орієнтований на установки малої та середньої продуктивності.

Постановка задачі

Мета даної статті – на основі результатів порівняльних досліджень фізико-хімічних і експлуатаційних характеристик імпортованих і вітчизняних сильнокислотних катіонітів вибрати найбільш ефективні матеріали для зм'якшення води в локальних установках малої і середньої продуктивності та визначити оптимальні умови їх експлуатації.

Об'єкти дослідження і критерії порівняння

Як об'єкти дослідження розглядали зразки сильноокислотних катіонітів, що виробляються в промисловому масштабі: Dowex HCR-S, Dowex Marathon C (компанія "Dow Chemical", США), 001x7 Na FC (Китай), Purolite C 100, Purolite C 100E (компанія "Purolite", США), Lewatit S 1468, Lewatit S 1467 (компанія "Lanxess", Німеччина), КУ-2-8, КУ-2-8 ч.с. (Черкаський ВАТ "Азот", Україна), Еколайт СК (НВО "Екософт", Україна).

Як критерії для порівняння різних зразків катіонітів використовували:

- для оцінки ступеня чистоти – характеристики фільтрату, отриманого після контакту з товарними формами іонітів (згідно з методикою, розробленою в Лабораторії іонного обміну і адсорбції ХТФ НТУУ "КПІ");

- для оцінки фізико-хімічних властивостей – стандартні показники якості [4];

- для оцінки ефективності використання катіонітів у процесах зм'якшення води – значення рівноважної динамічної об'ємної ємності (г-екв/дм³), а також зведених витрат NaCl при різних умовах експлуатації (β, кг NaCl/г-екв іонів жорсткості у воді):

$$\beta = \frac{m_{\text{пит}}^{\text{NaCl}}}{\text{РДОЕ} \cdot 1000},$$

де $m_{\text{пит}}^{\text{NaCl}}$ – питома маса хлориду натрію на регенерацію 1 дм³ іоніту, г NaCl/дм³; РДОЕ – рівноважна динамічна обмінна ємність іоніту, г-екв/дм³.

Результати досліджень та їх обговорення

Оцінка ступеня чистоти. Як параметри, що характеризують ступінь чистоти катіонітів, використовували: рН, кольоровість, перманганатну окиснюваність і запах при температурі 20 і 60 °С (293 і 333 К) фільтрату – дистильованої води, пропущеної через зразок катіоніту в товарній формі в кількості 20 об'ємів/об'єм протягом 5 год. У табл. 1 наведені характеристики фільтратів, отриманих після контакту з товарними формами катіонітів, що випускаються в промислових об'ємах.

Аналіз результатів показав, що найчистішими з числа досліджених зразків є катіоніти марки Dowex, а також КУ-2-8 ч. с. і Еколайт СК, які характеризуються мінімальними значеннями показників, що визначають вміст органічних домішок у катіоніті, та рН фільтрату, близьким до 7, що свідчить про повноту переведення катіонітів у Na⁺-форму. Саме катіоніти Dowex Marathon C, Dowex HCR-S, КУ-2-8 ч.с. і Еколайт СК і були вибрані для проведення подальших досліджень.

Оцінка фізико-хімічних властивостей. Визначення фізико-хімічних властивостей іонітів проводилося згідно зі стандартними методиками [4, 5]. Результати наведені в табл. 2.

Порівняння фізико-хімічних показників катіонітів Dowex Marathon C, Dowex HCR-S, КУ-2-8 ч. с. і Еколайт СК показало, що всі наведені смоли мають високі ємнісні та осмотич-

Таблиця 1. Характеристики фільтратів після контакту із зразками товарних форм іонітів

Найменування катіоніту	Характеристики фільтрату				
	рН	Кольоровість, град	Окиснюваність, мгО ₂ /дм ³	Запах при	
				20 °С (293 К)	60 °С (333 К)
Lewatit S 1468 (Na)	9,31	11,5	2,68	Слабкий	–
Lewatit S 1467 (Na)	9,27	17,2	2,68	Відсутній	Слабкий
Dowex HCR-S (Na)	7,7	3,8	1,0	”	”
Dowex Marathon C (Na)	7,5	2,5	0,93	”	Відсутній
001x7 Na FC	7,4	15,3	2,9	”	–
Purolite C 100E (Na)	6,07	222,9	34,0	”	Слабкий
Purolite C 100 (Na)	3,89	242	95,3	Слабкий	–
КУ-2-8 (Na) товарний	6,58	122,3	52,1	Сильний	–
КУ-2-8 ч.с.	6,52	5,5	1,1	Слабкий	–
Еколайт СК	7,2	4,5	1,0	Відсутній	Слабкий

Таблиця 2. Порівняння фізико-хімічних показників гелевих сильнокислотних катіонітів

Показник	Еколайт СК (дослідно-промислова партія)	КУ-2-8 /Na	Dowex HCR-S /Na ⁺	Dowex Marathon C /Na
	Зерна сферичні від жовтого до темnobрунатних кольорів		Зерна сферичні прозорі брунатного кольору	Зерна сферичні прозорі світло-брунатного кольору
Гранулометричний склад:				
розмір зерна, мм	0,315–1,25	0,315–1,25	0,315–1,0	0,315–1,0
об'ємна частка робочої фракції, %	99,6	99,0	99,8	99,9
ефективний розмір зерен, мм	0,59	0,55	0,54	0,55
коефіцієнт однорідності	1,46	1,4	1,46	1,09
Масова частка вологи, %	59,7	50,5	55,3	53,8
Питомий об'єм у Н ⁺ -формі, см ³ /г	3,0	2,5	2,66	2,53
Повна статична обмінна ємність у Н ⁺ -формі, г-екв/дм ³	1,7	1,88	1,93	2,15
Повна статична вагова обмінна ємність у Н ⁺ -формі, мг-екв/г сухого іоніту	5,1	4,7	5,13	5,44
Динамічна обмінна ємність із заданою витратою регенераційного розчину, г-екв/м ³	516	503	525	534
Осмотична стабільність, %	98,3	97,5	98,5	99,8

ні характеристики і є гідними конкурентами. Однак варто відзначити, що на загальному тлі виділяється катіоніт Dowex Marathon C – у нього найменший коефіцієнт однорідності (1,09), а це свідчить про те, що смола Dowex Marathon C має однорідний гранулометричний склад, найвищу осмотичну стабільність (99,8%) і значно більшу повну статичну обмінну ємність (2,15г-екв/дм³) порівняно з іншими катіонітами.

Оцінка ефективності використання катіонітів у процесах пом'якшення води. Для визначення ефективності використання катіонітів у процесах зм'якшення води зазначені вище катіоніти піддавалися динамічним дослідженням на пілотній установці продуктивністю до 2 м³/год, що вмішувала в себе корпус фільтра діаметром 0,23 м і висотою 0,9 м з центральним дренажним пристроєм і керуючим клапаном, заповненим 22 дм³ катіоніту, бак-солерозчинник, інжектор, дозуючий пристрій для введення розчину СаСl₂, насос, збірник робочого розчину та лічильник води. Через установку пропускали робочий розчин, який готувався на основі водо-

провідної води м. Києва. Склад робочого розчину наведений у табл. 3.

Регенерацію катіонітів проводили 6%-ним розчином хлориду натрію в прямоточному режимі.

У ході проведення випробувань одержували вихідні криві сорбції кальцію катіонітами до проскокової концентрації (C_p) 0,5–0,6 мг-екв/дм³ (рис. 1) і розраховували значення рівноважної динамічної обмінної ємності (РДОЄ, г-екв/дм³ іоніту) (рис. 2,а). Це значення використовували як критерій для порівняння ефективності роботи катіонітів при різних параметрах експлуатації.

Таблиця 3. Основні характеристики робочого розчину

Показник	Значення показника
pH	7,0
Загальна жорсткість, мг-екв/дм ³	10±0,5
Загальний ферум, мг/дм ³	0,3±0,03
Окиснюваність, мг O ₂ /дм ³	5±0,5

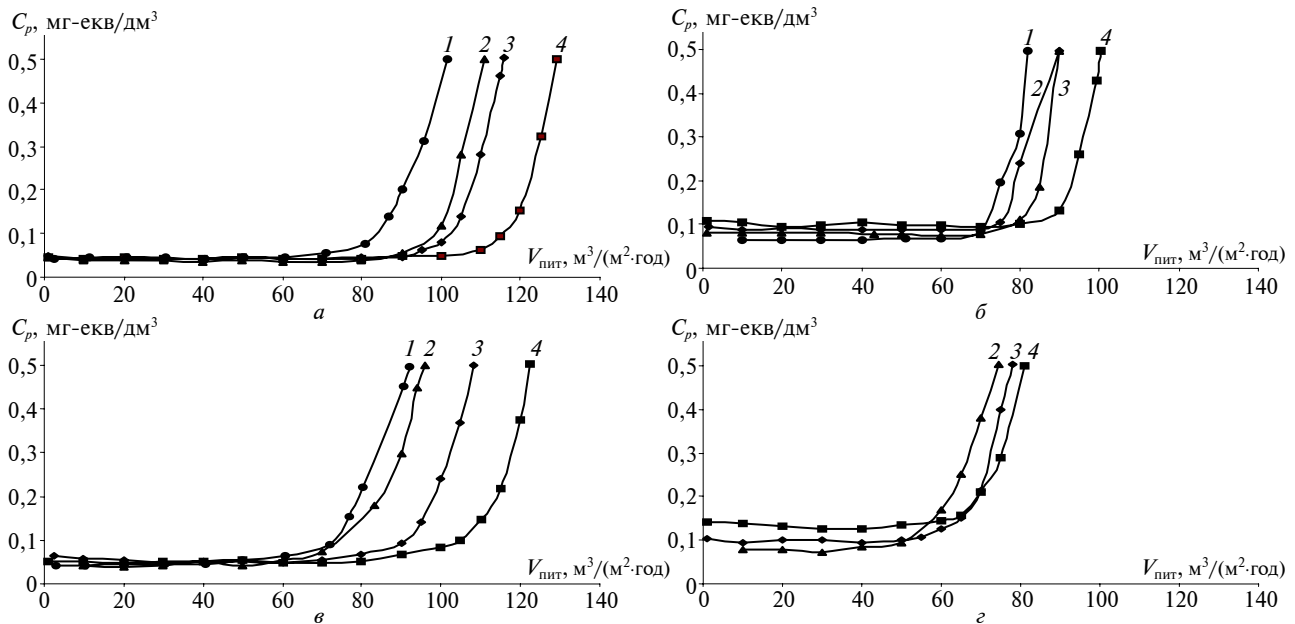


Рис. 1. Вихідні криві сорбції кальцію катіонітами КУ-2-8 ч.с. (1), Еколайт СК (2), Dowex HCR-S (3), Dowex Marathon C (4) при швидкості 30 м³/(м²·год) (а, б) і 50 м³/(м²·год) (в, г) та питомій витраті NaCl: 100 г/дм³ катіоніту (б, г) і 160 г/дм³ катіоніту (а, в)

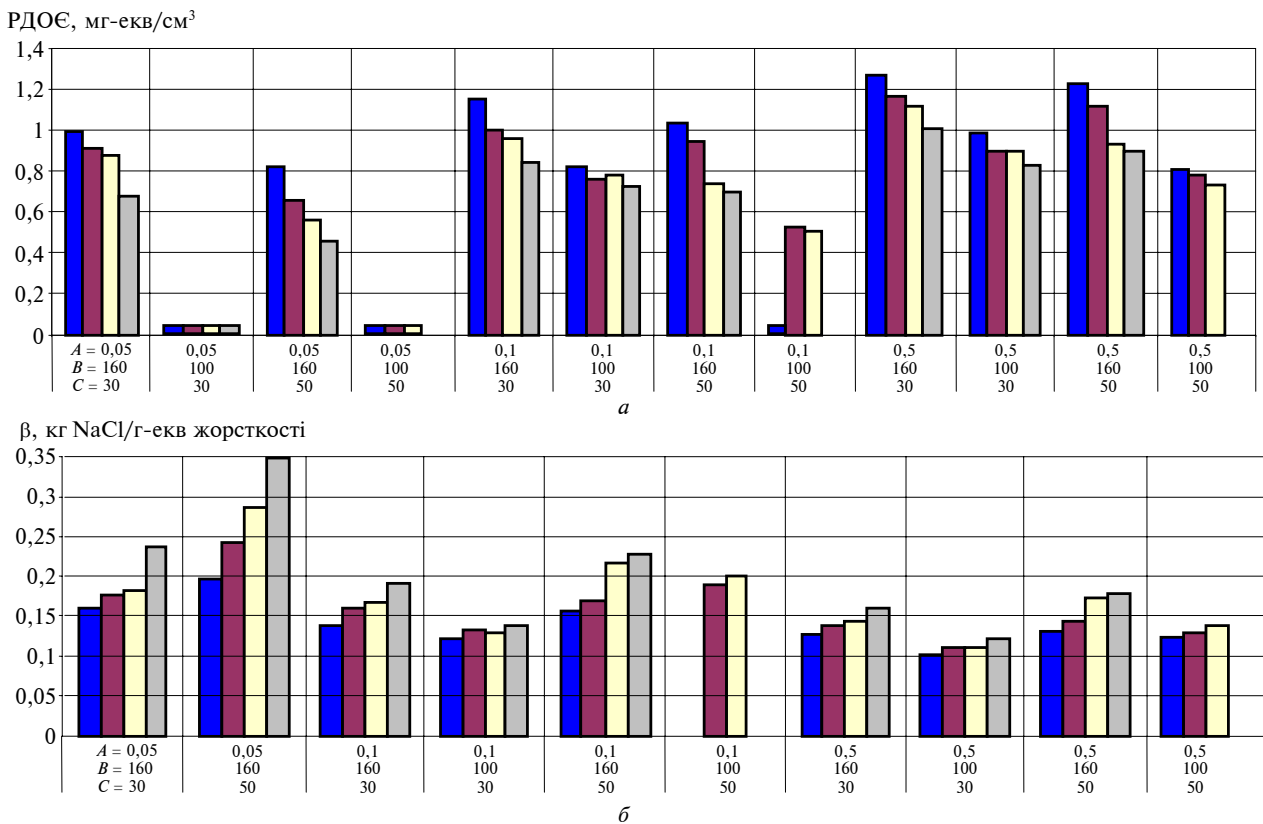


Рис. 2. Залежність рівноважної динамічної обмінної ємності (РДОЄ) (а) та зведеної витрати NaCl (кг) на видалення 1 г-екв іонів жорсткості води (β) (б) від режиму ведення процесу: ■ – Dowex Marathon C; ■ – Dowex HCR-S; ■ – Еколайт СК; ■ – КУ-2-8 ч.с.; А – залишкова концентрація іонів жорсткості, мг-екв/дм³; В – питома витрата хлориду натрію, г/дм³ іоніту; С – лінійна швидкість пропускання води, м³/(м²·год)

Як параметри для варіювання розглядали 50 м³/(м²·год)) і питому витрату регенераційної лінійну швидкість пропускання води (30 і речовини NaCl (160 і 100 г NaCl/дм³ катіоніту).

Для оцінки ступеня відновлення сорбційних властивостей катіонітів при регенерації залежно від питомої витрати регенеранта використовували рівноважну динамічну обмінну ємність (рис. 2,б).

Висновки

Результати проведених порівняльних досліджень ступеня чистоти, фізико-хімічних і експлуатаційних характеристик різних іонообмінних матеріалів показали, що оптимальними характеристиками з ряду досліджених вирізняється катіоніт Dowex Marathon C, який можна рекомендувати для застосування в стандартних локальних установках Na-катіонування з прямою регенерацією при таких умовах:

- 1) для глибокого зм'якшення води до 0,05 мг-екв/дм³: швидкість пропускання води – 30 м³/(м²·год), витрата NaCl – 160 г/дм³ катіоніту;
- 2) для зм'якшення води до 0,1 мг-екв/дм³: швидкість пропускання води – 30 м³/(м²·год), витрата NaCl – 100 г/дм³ катіоніту;

3) для зм'якшення води до 0,5 мг-екв/дм³: швидкість пропускання води – 30 м³/(м²·год), витрата NaCl – 100 г /дм³ катіоніту.

Зм'якшення води до рівня 0,02 мг-екв/дм³ не було досягнуто в умовах жодного з проведених експериментів. При наведених умовах зведені витрати NaCl (β) мінімальні і становлять у першому випадку – 0,16, у другому – 0,12 і в третьому 0,1 кг NaCl/г-екв іонів жорсткості, що нижче аналогічних значень для катіоніту КУ-2-8 на 33, 14 і 20 %, відповідно. Підвищення лінійної швидкості пропускання води до 50 м³/(м²·год) призводить в усіх випадках до збільшення питомих витрат NaCl.

Подальша оптимізація процесу Na-катіонування на локальних установках можлива і буде проводитись із врахуванням інформації щодо впливу режиму регенерації та розміру капітальних витрат на економічні показники процесу.

Т.Е. Митченко, П.В. Козлов, Н.В. Макарова,
П.В. Стендер

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО КАТИОНИТА ДЛЯ ЛОКАЛЬНЫХ УСТАНОВОК Na-КАТИОНИРОВАНИЯ ВОДЫ

Проведено сравнение образцов выпускаемых промышленностью сильноокислотных катионитов в Na-форме по критериям степени чистоты, физико-химических свойств и эффективности использования в процессах умягчения воды. Проведены сравнения эксплуатационных затрат ведения процесса Na-катионирования в прямом режиме регенерации при различном расходе NaCl и скорости пропускания воды. Установлено, что для работы в локальных установках умягчения воды малой и средней производительности оптимальным является сильноокислотный катионит Dowex Marathon C.

T.Ye. Mitchenko, P.V. Kozlov, N.V. Makarova,
P.V. Stender

THE CHOICE OF THE OPTIMAL CATION EXCHANGER FOR LOCAL WATER SODIUM CYCLE INSTALLATIONS

According to the following criteria: purity degree, physical and chemical properties, the comparison of samples of industrial strongly acidic cation exchangers in Na-form is made in this paper to substantiate their efficiency in water softening processes. Furthermore, we compare production costs of sodium cycling process in the course of concurrent regeneration with different consumption of NaCl and speeds of water passing. Overall, we discover that the strongly acidic cation exchanger Dowex Marathon C can be effectively applied in the local water softening installations of low and medium productivity.

1. *Лифшиц О.В.* Справочник по водоподготовке котельных установок. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Энергия, 1976. – 288 с.
2. *Рябчиков Б.Е.* Современные методы подготовки воды для промышленного и бытового использования. – М.: ДеЛи принт, 2004. – 301 с.
3. *Водоподготовка: Справочник / Под ред. С.Е. Беликова.* – М.: Аква-Терм, 2007. – 240 с.
4. *ГОСТ 20298–74.* Смолы ионообменные. Катиониты. Технические условия. Введено 01.03.1990 г.
5. *Практикум по ионному обмену: Учеб. пос. / В.Ф. Семенов, Г.В. Славинская, В.Ю. Хохлов и др.* – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2004. – 160 с.

Рекомендована Радою
хіміко-технологічного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
28 листопада 2007 року

УДК 66.021.3

М.О. Подустров, В.І. Тошинський,
О.А. Жученко, В.М. Петров

МАСОПЕРЕДАЧА В СИСТЕМІ ГАЗ–РІДИНА ПРИБ СУЛЬФАТУВАННІ ОРГАНІЧНОЇ СИРОВИНИ

Вступ

Існуючі світові тенденції при сульфатуванні органічної сировини – це використання триоксиду сірки, розбавленого повітрям, як сульфатуючого агента і плівкового абсорбера на стадії сульфатування [1, 2]. Використання плівкових абсорберів дає такі переваги, як підвищена ефективність масообміну між газом і рідиною, вищі коефіцієнти теплопередачі. Для проведення технологічних розрахунків і математичного моделювання процесу необхідні дані з хемосорбції триоксиду сірки. В літературі [3, 4] є деякі відомості з хемосорбції триоксиду сірки алкилбензолами, алканами і етоксіалканами. Однак немає даних із хемосорбції сумішей органічної сировини, які останнім часом все більше використовуються, що потребує проведення додаткових досліджень.

Постановка задачі

Процес сульфатування органічної сировини (вищих спиртів фракції C_{10} – C_{18} і моноетаноламідів фракції C_{10} – C_{16} у співвідношенні 9:1) дає можливість одержати новий клас екологічно безпечних поверхневоактивних речовин, які можуть використовуватись у різних галузях народного господарства. Одним із засобів вивчення технологічних процесів є метод математичного моделювання. Але для отримання повної математичної моделі процесу сульфатування треба мати залежності коефіцієнта масопередачі і фізико-хімічних характеристик продуктів сульфатування від основних технологічних параметрів процесу. Тому мета досліджень – одержання математичних залежностей коефіцієнта масопередачі і фізико-хімічних характеристик отриманих продуктів від технологічних та гідродинамічних параметрів.

Залежність коефіцієнта масопередачі від температури, щільності зрошення і швидкості потоку

Хемосорбція триоксиду сірки органічною сировиною вивчалась на дослідній установці,

що складалась із вузлів осушення повітря, отримання триоксиду сірки та сульфатування і очищення газових викидів. Основний елемент установки – прямоточний плівковий абсорбер діаметром 0,021 м і завдовжки 2,9 м. Відбір проб реакційної маси здійснювався в кількох точках по довжині реактора після виходу процесу на стійкий режим роботи. Кількість триоксиду сірки G_a (моль/с), що абсорбується на ділянках абсорбера, визначалась методом титрування гідролізованих проб реакційної маси, на основі яких обчислювався коефіцієнт масопередачі K_r (м/с). Розрахунок проводився за рівняннями [4]

$$G_a = 12,5 G_p \left(\frac{C_k}{100 - C_k} - \frac{C_n}{100 - C_n} \right), \quad (1)$$

$$K_r = \frac{G_a}{FY}, \quad (2)$$

$$Y = \frac{Y_n + Y_k}{2}, \quad (3)$$

де $Y_n = \frac{Q_{SO_3}}{22,4 Q_r} - \frac{G_a}{V_r}$; $Y_k = Y_n - \frac{G_a}{V_r}$; G_p – масова витрата органічної сировини в рідкій фазі, кг/с; C_n, C_k – початкова і кінцева концентрації SO_3 у продуктах сульфатування, %; K_r – коефіцієнт масопередачі в газовій фазі, м/с; F – поверхня контакту фаз, m^2 ; Y_n, Y_k – рушійна сила на початку і кінці ділянки абсорбера, моль/ m^3 ; Q_{SO_3}, Q_r – об'ємна витрата триоксиду сірки і газоповітряного потоку, $m^3/с$; G_a – кількість триоксиду сірки, абсорбованого органічною сировиною, моль/с.

Як органічну сировину використовували суміш вищих спиртів фракції C_{10} – C_{18} і моноетаноламідів вищих карбонових кислот (МЕА) фракції C_{10} – C_{16} у співвідношенні 9:1. Вивчався вплив на них температури (T), щільності зрошення (Γ) і швидкості газоповітряного потоку (V_r).

На рис. 1 наведено залежність коефіцієнта масопередачі від температури в реакторі.

Як видно з рис. 1, коефіцієнт масопередачі не залежить від температури при її зміні в межах 303–353 К. Похибка апроксимації становить 5 %. Такі експериментальні дані узгоджуються з літературними даними [5] для випадку, коли при взаємодії двох фаз основний опір масопередачі зосереджений у газовій фазі.

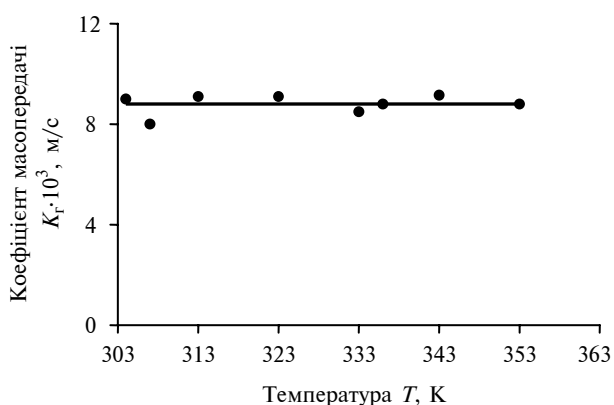


Рис. 1. Залежність коефіцієнта масопередачі від температури в реакторі при $\Gamma = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, $V_r = 16 \text{ м/с}$, $Re_r = 24000$

Дослідження впливу лінійної щільності зрошування на коефіцієнт масопередачі (рис. 2) показали, що при зміні щільності зрошування від $0,52 \cdot 10^{-2}$ до $0,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$ коефіцієнт масопередачі змінюється від $7,0 \cdot 10^{-3}$ до $8,0 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$, а похибка апроксимації становить 8%. При подальшому збільшенні лінійної щільності зрошування коефіцієнт масопередачі не змінюється. Це пояснюється тим, що при малих щільностях зрошування внутрішня поверхня труби не повністю покривається органічною речовиною.

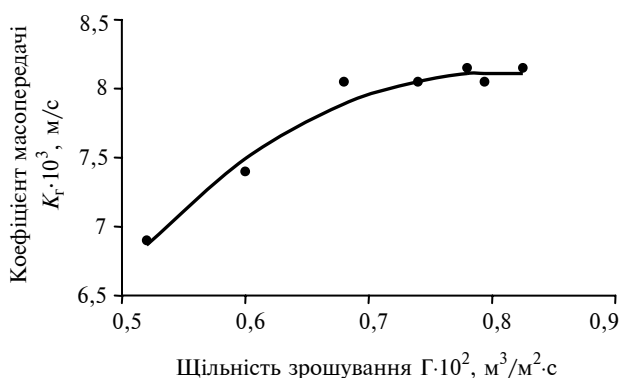


Рис. 2. Залежність коефіцієнта масопередачі від щільності зрошування при $V_r = 16 \text{ м/с}$, $Re_r = 24000$

Результати експериментальних даних (рис. 2) дозволяють розрахувати мінімальну щільність зрошування, при якій коефіцієнт масопередачі залишається відносно сталим.

Дослідження впливу швидкості газоповітряного потоку на коефіцієнт масопередачі показало, що така залежність лінійна (рис. 3).

Як видно з рис. 3, коефіцієнт масопередачі досить сильно змінюється з підвищенням

швидкості газоповітряного потоку, що узгоджується з літературними даними [4]. Так, при зміні V_r від 16 до 18 м/с він збільшується на 10%. Інтерполяційний аналіз даної залежності показав, що процес сульфатування можна вважати як миттєву реакцію або абсорбцію добре розчинного газу. Це підтверджують і дані, наведені на рис. 1.

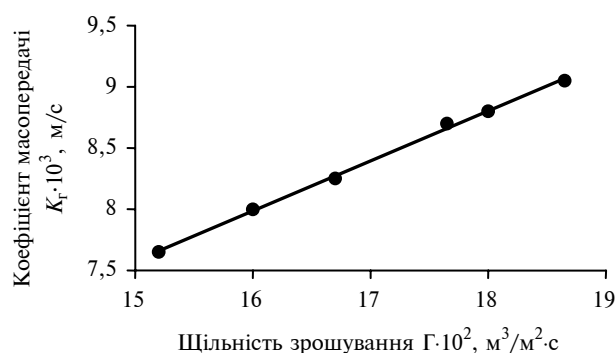


Рис. 3. Залежність коефіцієнта масопередачі від швидкості газоповітряного потоку при $\Gamma = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{с}$

Теоретичне рівняння для визначення коефіцієнта масовіддачі при ламінарному русі має вигляд [5]

$$Nu_r = 0,5 Re_r^m Pr_r^n \frac{d}{l}, \quad (4)$$

де Re_r – критерій Рейнольдса по газовій фазі; Pr_r – критерій Прандтля по газовій фазі; d – діаметр, м; l – довжина, м; m, n – сталі.

При обробці експериментальних даних із використанням співвідношення (4) одержано таке рівняння для обчислення коефіцієнта масопередачі:

$$K_r = 0,0087 V_r^{0,8}. \quad (5)$$

Залишкове середньоквадратичне відхилення розрахованих за рівнянням (5) значень становить 10% в діапазоні $12 < V_r < 20 \text{ м/с}$.

Залежність густини і в'язкості отриманих продуктів сульфатування від ступеня сульфатування і температури

Одночасно з дослідженням процесу масопередачі визначалися фізико-хімічні характеристики продуктів сульфатування. Відомості про закономірності зміни фізико-хімічних параметрів реакційної маси в процесі сульфатування органічної сировини дають змогу уточнити оп-

тимальні умови проведення технологічного процесу методом математичного моделювання, зробити розрахунок апаратурного оформлення і вибрати контрольовані параметри для його автоматичного керування. Досліджувалися показники густини (ρ) і в'язкості (μ) продуктів.

Результати експериментальних даних з дослідження густини показали, що із збільшенням ступеня сульфатування густина лінійно підвищується, а із збільшенням температури вона зменшується.

Одержані дані задовільно описуються рівнянням

$$\rho = 866 + 2,1\gamma - 0,68(T - 273). \quad (6)$$

Залишкове середньоквадратичне відхилення розрахованих за рівнянням (6) значень становить 5% в діапазоні $1 < \gamma < 97,5$ і $293 < T < 333$.

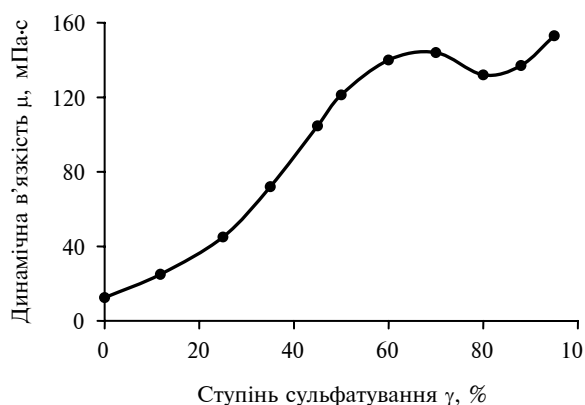


Рис. 4. Залежність динамічної в'язкості реакційної маси від ступеня сульфатування при температурі 313 К

Дослідження в'язкості реакційної маси від ступеня сульфатування наведено на рис. 4.

Як і очікувалося, в'язкість реакційних мас на основі сумішей вищих спиртів і МЕА має як максимум, так і мінімум, а в кінці процесу підвищується. Це пов'язано з тим, що в'язкість продуктів сульфатування моноетаноламідів вищих

карбонових кислот значно збільшується при високих ступенях сульфатування.

Обробкою експериментальних даних було одержано таке рівняння для обчислення динамічної в'язкості:

$$\mu = \exp[2,5 + 0,05(T - 273)]. \quad (7)$$

Залишкове середньоквадратичне відхилення розрахованих за рівнянням (7) значень становить 8% в діапазоні $1 < \gamma < 97,5$ і $293 < T < 333$.

Висновки

У результаті досліджень було встановлено, що швидкість хемосорбції SO_3 органічною сировиною в межах значень вимірюваних параметрів не залежить від температури в діапазоні 303–353 К, від щільності зрошування $\Gamma > 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{м}^2\text{с}$ та пропорційна швидкості газу при ступені сульфатування 0,8 для значень Re_r від 18000 до 28000.

Отримана функціональна залежність коефіцієнта масопередачі від швидкості газоповітряного потоку може бути використана в системі оптимального керування процесом.

Густина продуктів є лінійною, а в'язкість має екстремальний характер залежно від ступеня сульфатування.

Для побудови системи автоматичного керування процесом рекомендовано використовувати густину розчину.

Одержана математична модель пов'язує густину і в'язкість отриманих продуктів від ступеня сульфатування та температури. Цю модель можна використовувати як при проектуванні технологічного обладнання, так і при синтезі системи керування.

Подальші дослідження будуть присвячені математичному моделюванню процесу сульфатування з використанням отриманих результатів.

М.А. Подустов, В.И. Тошинский, А.А. Жученко, В.Н. Петров

МАССОПЕРЕДАЧА В СИСТЕМЕ ГАЗ–ЖИДКОСТЬ ПРИ СУЛЬФАТИРОВАНИИ ОРГАНИЧЕСКОГО СЫРЬЯ

Показано, что основным направлением в технологии сульфатирования является использование пленочных реакторов. Приведены результаты экс-

M.O. Podustov, V.I Toshinskiy, O.A. Zhuchenko, V.M. Petrov

THE MASS TRANSFER IN THE GAS–LIQUID SYSTEM AT SULFATING OF ORGANIC RAW MATERIAL

This study considers using of pellicle reactors to be one of the main directions of sulfating technology. In this paper, we address the problem of determi-

периментальных исследований с определением зависимостей коэффициента массопередачи от температуры, плотности орошения и скорости газоздушного потока. Обобщены результаты исследований физико-химических характеристик продуктов сульфатирования.

ning the mass transfer coefficient dependences from temperature, irrigation density, and air-gas stream speed. In addition, we illustrate the research results of physical and chemical properties of sulfated products.

1. *Соколов В. Н., Доманский И. В.* Газожидкостные реакторы. – Л.: Машиностроение, 1976. – 216 с.
2. *Правдин В. Г., Подустов М. А., Земенков Д. И.* Сульфирование и сульфатирование нефтехимических продуктов газообразным триоксидом серы в производстве ПАВ. – М.: ЦНИИТЭНефтехим, 1981. – 44 с.
3. *Волков И. А., Правдин В. Г., Земенков Д. И. и др.* Сульфирование алкилбензолов в пленочном реакторе // Нефтепереработка и нефтехимия. – 1975. – № 4. – С. 40–41.
4. *Ефимов В. Т., Литвиненко И. И., Правдин В. Г. и др.* Хемосорбция серного ангидрида этоксиалканами // Химическая промышленность. – 1981. – № 1. – С. 19–20.
5. *Рамм В. М.* Абсорбция газов. – 2-е изд. – М.: Химия, 1976. – 656 с.

Рекомендована Радою
інженерно-хімічного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
9 листопада 2007 року

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ НАУК

УДК 621.221

М.С. Бевзюк

КІЛЬКА ТЕОРЕМ З ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Вступ

Великі труднощі виникають при дослідженні діофантових рівнянь степеня $n > 2$ [1–14]. Сформульовані і доведені автором даної статті кілька теорем із теорії чисел дали можливість дослідити деякі діофантові рівняння другого і вищих степенів. Це дало змогу дати відповідь на питання про наявність чи відсутність у них розв'язків у натуральних числах. Подібні публікації автору невідомі.

Постановка задачі

Метою статті є застосування тотожностей і нерівностей для дослідження наявності чи відсутності розв'язків у натуральних числах деяких діофантових рівнянь вищих степенів ($n \geq 2$).

Основні теоретичні положення

Нехай

$$x + y = z + q, \quad (1)$$

де $q \equiv x + y - z$, $0 < q = x - (z - y) < x < y < z$.

Рівність (1) є тотожністю, бо вона справедлива при будь-яких допустимих числових значеннях x , y , z . Піднісши до степеня $n \geq 2$ обидві її частини, одержимо нову тотожність:

$$x^n + y^n - z^n - q^n = S, \quad (2)$$

де $S \equiv S_2 - S_1$:

$$S_1 = C_n^1 x^{n-1} y + C_n^2 x^{n-2} y^2 + \dots + C_n^{n-2} x^2 y^{n-2} + C_n^{n-1} x y^{n-1} = (x + y)^n - x^n - y^n, \quad (3)$$

$$S_2 = C_n^1 z^{n-1} q + C_n^2 z^{n-2} q^2 + \dots + C_n^{n-2} z^2 q^{n-2} + C_n^{n-1} z q^{n-1} = (z + q)^n - z^n - q^n. \quad (4)$$

Прирівнявши до нуля праву частину тотожності (2)

$$x^n + y^n - z^n - q^n = S = 0, \quad (5)$$

одержимо такі рівняння:

$$x^n + y^n - z^n - q^n = 0, \quad (6)$$

або, що те саме,

$$x^n + y^n - z^n - (x + y - z)^n = 0,$$

і

$$S = 0,$$

тобто

$$S_2 - S_1 = 0. \quad (7)$$

Запишемо тотожність (2) у такому вигляді:

$$x^n + y^n - z^n = q^n + S. \quad (8)$$

Прирівнявши праву частину цієї тотожності до нуля, одержимо такі рівняння:

$$x^n + y^n - z^n = 0, \quad (9)$$

$$q^n + S = 0, \quad (10)$$

або

$$(x + y - z)^n + S = 0, \quad (11)$$

$$S = s^n,$$

$$q = s. \quad (12)$$

Тут, згідно із співвідношеннями (3) і (4), маємо

$$S = S_2 - S_1 =$$

$$= [(z + q)^n - z^n - q^n] - [(x + y)^n - x^n - y^n] =$$

$$= (z + q)^n - (x + y)^n + x^n + y^n - z^n - q^n, \quad (13)$$

$$q^n + S = q^n + x^n + y^n - z^n - q^n = x^n + y^n - z^n, \quad (14)$$

тобто ліва і права частини рівняння (5), а також самі рівняння (6) і (7), (9) і (10) дорівнюють один одному. Тут x , y , z , s , $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Крім того, оскільки в тотожності (5) і в рівняннях (6) і (9) числа x і y рівноправні, то надалі, згідно з тотожністю (1), для визначеності вважатимемо, що $0 < q < x < y < z$, причому числа x , y , z попарно взаємно прості.

Рівняння (5)–(12) і є предметом нашого дослідження.

Теорема 1. Рівняння (6) і (7) рівносильні (еквівалентні).

Доведення. Оскільки рівність (2) є тотожністю, тобто рівністю двох аналітичних виразів, справедливих для будь-яких допустимих значень бук, що в неї входять, то при будь-яких

числових значеннях x, y і z її ліва частина дорівнює правій, і навпаки. Тому з рівняння (5) і співвідношення (13) видно, що якщо числа $\langle x, y, z \rangle$ є розв'язком одного з двох даних рівнянь (6) і (7), то ці ж числа одночасно є розв'язком і другого рівняння з даних двох. Якщо ж натуральні числа x, y, z не є розв'язком будь-якого одного з них, то одночасно вони не будуть розв'язком і другого рівняння з них. Отже, в полі натуральних чисел множини розв'язків рівнянь (6) і (7) повністю збігаються, що й означає, що ці рівняння рівносильні (еквівалентні). Це також видно з тотожності (2) і співвідношення (13). Теорема доведена.

Теорема 2. Рівняння (9) і (10) рівносильні (еквівалентні).

Доведення. Якщо врахувати тотожності (8), співвідношення (14) та рівняння (9) і (10), то доведення цієї теореми аналогічно доведенню теореми 1. Теорема доведена.

Зауваження 1. З теорем 1 і 2 випливає, що при дослідженні рівнянь (6) і (7) на наявність чи відсутність у них розв'язків у натуральних числах x, y, z достатньо дослідити будь-яке одне з них.

Те саме стосується рівнянь (9) і (10).

Теорема 3. Якщо натуральні числа $\langle x, y, z \rangle$ є розв'язком рівняння (9) (чи (10), що все одно), то $x + y - z = q > 0$, причому $0 < q < x < y < z$.

Доведення. Можливий лише один із трьох таких випадків: 1) $x + y - z = q < 0$; 2) $x + y - z = q = 0$; 3) $x + y - z = q > 0$.

1. Припустимо, що $q \equiv x + y - z < 0$, тобто $x + y < z$. Тоді $(x + y)^n < z^n$, або $x^n + y^n + S_1 < z^n$, де $S_1 > 0$ (див. (3)). Оскільки $S_1 > 0$, то $x^n + y^n - z^n = -S_1 < 0$, тобто $x^n + y^n - z^n < 0$, що суперечить умові про те, що $x^n + y^n - z^n = 0$. Отже, цей випадок неможливий.

2. Припустимо тепер, що $x + y - z = q = 0$, тобто $x + y = z$. Тоді $(x + y)^n = z^n$, або $x^n + y^n + S_1 = z^n$, звідки $x^n + y^n - z^n = -S_1 < 0$, що теж суперечить умові.

3. Таким чином, залишається єдиний можливий випадок, коли $x + y > z$, тобто $x + y = z + q$, де $q > 0$. Отже, $q \equiv x + y - z > 0$. Крім того, маємо $q \equiv x + y - z = x - (z - y) < x < y < z$. Теорема доведена.

Теорема 4. Нехай натуральні числа $\langle x, y, z \rangle$ є деяким розв'язком рівняння (9), тобто $x^n + y^n - z^n = 0$ і $x < y < z$. Тоді

$$\begin{aligned} x^{n+m} + y^{n+m} - z^{n+m} &< x^n + y^n - z^n = \\ &= 0 < x^{n-k} + y^{n-k} - z^{n-k} < x^{n-k} < y^{n-k} < z^{n-k}, \end{aligned}$$

де $m, n, k \in N$, $n - k \geq 1$.

Доведення. Маємо

$$\begin{aligned} x^{n+m} + y^{n+m} - z^{n+m} &= x^{n+m} + y^{n+m} - z^n z^m < \\ &< x^{n+m} + y^{n+m} - y^m z^n = x^{n+m} - y^m (z^n - y^n) < \\ &< x^n x^m - x^m (z^n - y^n) = x^m (x^n + y^n - z^n) = \\ &= 0 = [\text{або}] = x^{n+m} - x^m x^n = x^{n+m} - x^{n+m} = 0, \end{aligned}$$

тобто $x^{n+m} + y^{n+m} - z^{n+m} < 0 = x^n + y^n - z^n$.

З іншого боку, маємо

$$\begin{aligned} x^{n-k} + y^{n-k} - z^{n-k} &= \frac{x^n}{x^k} + \frac{y^n}{y^k} - \frac{z^n}{z^k} > \\ &> \frac{x^n}{z^k} + \frac{y^n}{z^k} - \frac{z^n}{z^k} = \frac{x^n + y^n - z^n}{z^k} = 0, \end{aligned}$$

тобто $x^{n-k} + y^{n-k} - z^{n-k} > 0 = x^n + y^n - z^n$.

Крім того, оскільки $x < y < z$ і $z > y$, то $z^{n-k} > y^{n-k}$, тому

$$\begin{aligned} x^{n-k} + y^{n-k} - z^{n-k} &= \\ &= x^{n-k} - (z^{n-k} - y^{n-k}) < x^{n-k} < y^{n-k} < z^{n-k}. \end{aligned}$$

Отже, отримали

$$\begin{aligned} x^{n+m} + y^{n+m} - z^{n+m} &< x^n + y^n - z^n = \\ &= 0 < x^{n-k} + y^{n-k} - z^{n-k} < x^{n-k} < y^{n-k} < z^{n-k}. \end{aligned} \quad (15)$$

Іншими словами, якщо показник степеня n зростає, то $\delta_n \equiv x^n + y^n - z^n$ спадає, і навпаки, якщо n спадає, то δ_n зростає (при цьому величина $q = x + y - z$ залишається незмінною). Пояснюється це тим, що із зміною числового значення показника степеня n більші числа змінюються швидше (на більшу величину), ніж менші (у нашому випадку $z > y > x$). Теорема доведена.

Наслідок 1. Якщо $x + y - z \equiv q = 0$, то $x^n + y^n - z^n < 0$, тобто рівняння $x^n + y^n - z^n =$

$= 0$ не має розв'язків у натуральних числах (бо замість рівняння матимемо нерівність). Тут $x, y, z, n \in N, n > 1$.

Наслідок 2. Якщо $x^n + y^n - z^n = 0$, то $0 < x + y - z \equiv q < x < y < z$, де $x, y, z, n \in N, n > 1$.

Наслідок 3. Якщо $x^n + y^n - z^n = 0$, то $(x^n)^m + (y^n)^m - (z^n)^m < 0$, тобто $x^{nm} + y^{nm} - z^{nm} < 0$; якщо $m = n$, то $x^{n^2} + y^{n^2} - z^{n^2} < 0$. Це означає, що в цьому випадку рівняння $x^{nm} + y^{nm} - z^{nm} = 0$ і $x^{n^2} + y^{n^2} - z^{n^2} = 0$ не мають розв'язків у натуральних числах (вони мають лише ірраціональні розв'язки). Тут $x, y, z, n, m \in N, n, m > 1$.

Наслідок 4. Якщо $x^n + y^n - z^n = 0$, то $x^n + y^n - z^n - q^n < 0$ (бо $q > 0$); тут $x, y, z, n \in N, n \geq 2$.

Наслідок 5. Якщо $x^n + y^n - z^n = a$, то

$$x^{n+m} + y^{n+m} - z^{n+m} < a = x^n + y^n - z^n < x^{n-k} + y^{n-k} - z^{n-k} < x^{n-k} < y^{n-k} < z^{n-k},$$

де $x, y, z, n, m, k, a \in N, n - k \geq 1$.

Зауваження 2. Нерівність (15) можна продовжити в обидва боки. Для прикладу візьмемо трійку піфагорових чисел $\langle 3, 4, 5 \rangle$:

$$\dots < 3^4 + 4^4 - 5^4 = -288 < 3^3 + 4^3 - 5^3 = -34 < 3^2 + 4^2 - 5^2 = 0 < 3 + 4 - 5 = 2.$$

Зауваження 3. У тотожностях (1), (2), (8) сума $\delta_n \equiv x^n + y^n - z^n$ залежно від числових значень змінних x, y, z може набувати як додатних ($\delta_n > 0$), так і від'ємних ($\delta_n < 0$) значень, або ж дорівнювати нулю ($\delta_n = 0$).

Дійсно, нехай $\langle x_0, y_0, z_0 \rangle$ — деякий розв'язок рівняння (9), тобто $\delta_{0n} \equiv x_0^n + y_0^n - z_0^n = 0$, $x_0^n + y_0^n = z_0^n$, $z_0 = \sqrt[n]{x_0^n + y_0^n}$, $y_0 = \sqrt[n]{z_0^n - x_0^n}$, $x_0 = \sqrt[n]{z_0^n - y_0^n}$, $q_0 \equiv x_0 + y_0 - z_0$. Звідси видно, що якщо взяти $z < z_0$ (або $y > y_0$ чи $x > x_0$), то одержимо, що в цьому випадку $\delta_n > \delta_{0n} = 0$, $q > q_0$ (бо $x^n + y^n > z^n$). Якщо ж $z > z_0$, то $\delta_n < \delta_{0n} = 0$ (бо $x^n + y^n < z^n$), $q < q_0$. У цих випадках замість рівнянь матимемо нерівності.

Отже, рівняння (9)–(14) можуть мати розв'язки в натуральних (якщо такі існують) або в ірраціональних числах тоді і тільки тоді, коли $q = q_0$. У цьому випадку $\delta_n = 0$, $z = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, $y = \sqrt[n]{z^n - x^n}$, $x = \sqrt[n]{z^n - y^n}$, $q = x + y - z$.

Проте зазначимо, що в рівняннях (5), (6), (9), а отже, і в рівняннях та співвідношеннях (7), (10)–(12), числові значення x, y, z тісно пов'язані між собою і обмежені нерівностями: $0 < q \equiv x + y - z < x < y < z$, $x + y > z$, $2x^n < z^n < 2y^n$, тобто $\sqrt[n]{2}x < z < \sqrt[n]{2}y$. Наприклад, для $n = 2$ маємо $\sqrt{2}x < z < \sqrt{2}y$ або $1,414x < z < 1,414y$. Так, для піфагорової трійки чисел $x = 3$, $y = 4$ одержимо, що $4,24 < z < 5,66$, тобто $z = 5$; для $n = p = 97$ матимемо $\sqrt[97]{2}x < z < \sqrt[97]{2}y$, або $1,00717x < z < 1,00717y$. Отже, розв'язки таких рівнянь у натуральних числах, якщо такі існують, чи ірраціональні розв'язки лежатимуть у межах $\sqrt[n]{2}x < z < \sqrt[n]{2}y$.

Існує обмеження і на показник степеня n . Можна показати, що якщо рівняння (9) має розв'язки в натуральних числах і показник степеня є простим непарним числом p , то

$$p = \frac{q}{uvwq_0} < q < x < y < z, \text{ де непарне число } q_0 \geq 1, \text{ а } u, v, w \text{ — попарно взаємно прості дільники відповідно чисел } x, y, z \in N.$$

Тому, якщо показник степеня p матиме інше числове значення (буде більшим чи меншим вказаного тут значення), рівняння (9) в принципі не може мати розв'язків у натуральних числах.

Відзначимо, що в 1995 р. англійський математик Уайлс довів, що рівняння (9) не має розв'язків у натуральних числах. З цього випливає, що при $n > 2$ і рівняння (10)–(12) теж їх не мають, тобто $q^n \neq S_1 - S_2$, $S_1 - S_2 \neq s^n$, $q \neq s$ (інакше б рівняння (9) мало розв'язки в натуральних числах). Крім того, це означає, що $(x^n \pm y^n) : (x \pm y) = U(x, y) \neq u^n$, де n — непарне число, $s, u \in N$. Звідси, між іншим, також випливає, що $S_1 - S_2 \neq 0$, тобто $S_1 \neq S_2$, інакше рівняння (6) мало б розв'язки в натуральних числах, що неможливо згідно з доведеною нижче теоремою 5.

Зауваження 4. З тотожностей (13) і (14) маємо, що $S = x^n + y^n - z^n - q^n$ і $q^n + S = x^n + y^n - z^n$, де $S = S_2 - S_1 = -(S_1 - S_2)$, $n \geq 2$. або
Звідси видно, що якщо $x^n + y^n - z^n - q^n = 0$, то і $S = 0$; якщо ж $x^n + y^n - z^n - q^n \neq 0$, то і $S \neq 0$.

І аналогічно, якщо $x^n + y^n - z^n = 0$, то і $S + q^n = 0$, тобто $S_1 - S_2 = s^n = q^n$, $s = q$; якщо ж $x^n + y^n - z^n \neq 0$, то $S_1 - S_2 \neq q^n$.

У випадку, коли $n = 2$, маємо $S_1 - S_2 = x^2 + y^2 - z^2 - q^2$, де $S_1 = 2xy$, $S_2 = 2zq$. Звідси видно, що якщо $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ (це буде тоді і тільки тоді, коли $\langle x, y, z \rangle$ – піфагорова трійка чисел), то $S_1 - S_2 = q^2$; якщо ж $x^2 + y^2 - z^2 \neq 0$ (це буде тоді, коли трійка чисел $\langle x, y, z \rangle$ не є піфагоровою), то $S_1 - S_2 \neq q^2$, тобто $S_1 - S_2 \neq s^2$, $q \neq s$ (але завжди має місце тотожність $x^2 + y^2 - z^2 = q^2 + S$). Це впливає з тотожностей (13) і (14). Можна дати і окреме незалежне доведення. Дійсно, маємо

$$\begin{aligned} S = S_2 - S_1 &= 2zq - 2xy = [(2zq + z^2 + q^2) - \\ &- z^2 - q^2] - [(2xy + x^2 + y^2) - x^2 - y^2] = \\ &= (z + q)^2 - (x + y)^2 + x^2 + y^2 - z^2 - q^2 = \\ &= \{x + y = z + q\} = x^2 + y^2 - z^2 - q^2. \end{aligned}$$

Отже, $S = x^2 + y^2 - z^2 - q^2$, або $x^2 + y^2 - z^2 = q^2 + S$.

Зауваження 5. Змінні x, y, z, q подамо в такому вигляді:

$$x = \frac{(z - y) - (z - x) + (x + y)}{2} = \frac{2x}{2} = x,$$

$$y = \frac{-(z - y) + (z - x) + (x + y)}{2} = \frac{2y}{2} = y,$$

$$z = \frac{(z - y) + (z - y) + (x + y)}{2} = \frac{2z}{2} = z,$$

$$q = \frac{-(z - y) - (z - x) + (x + y)}{2} =$$

$$= \frac{2(x + y - z)}{2} = \frac{2q}{2} = q,$$

$$x = \frac{a - b + c}{2} = \frac{a - (b - c)}{2} = \frac{a - d}{2},$$

$$y = \frac{a + b - c}{2} = \frac{a + (b - c)}{2} = \frac{a + d}{2},$$

$$z = \frac{a + b + c}{2} = \frac{a + (b + c)}{2} = \frac{a + h}{2},$$

$$q = \frac{a - b - c}{2} = \frac{a - (b + c)}{2} = \frac{a - h}{2},$$

або

$$2x = a - d, 2y = a + d, 2z = a + h, 2q = a - h, (16)$$

де

$$a = x + y = z + q; \quad b = z - x = y - q;$$

$$c = z - y = x - q; \quad d = (z - x) - (z - y) = b - c;$$

$$h = (z - x) + (z - y) = z - q = b + c.$$

Оскільки $q < x < y < z$, то $x + y = z + q > z - q > z - x > z - y$, тобто $a > h > b > c$ і $h > d$.

Теорема 5. Якщо $n > 2$, то рівняння (6) і (7) не мають розв'язків у натуральних числах.

Подамо три доведення цього твердження.

Доведення 1. Із співвідношень (16) маємо

$$\begin{aligned} 2^n x^n &= a^n - C_n^1 a^{n-1} d + C_n^2 a^{n-2} d^2 - \dots - \\ &- C_n^{n-2} a^2 d^{n-2} + C_n^{n-1} a d^{n-1} - d^n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^n y^n &= a^n + C_n^1 a^{n-1} d + C_n^2 a^{n-2} d^2 + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} a^2 d^{n-2} + C_n^{n-1} a d^{n-1} + d^n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^n z^n &= a^n + C_n^1 a^{n-1} h + C_n^2 a^{n-2} h^2 + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} a^2 h^{n-2} + C_n^{n-1} a h^{n-1} + h^n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^n q^n &= a^n - C_n^1 a^{n-1} h + C_n^2 a^{n-2} h^2 - \dots - \\ &- C_n^{n-2} a^2 h^{n-2} + C_n^{n-1} a h^{n-1} - h^n. \end{aligned}$$

Звідси одержимо

$$\begin{aligned} & 2^n(x^n + y^n - z^n - q^n) = \\ & = 2C_n^2 a^{n-2}(d^2 - h^2) + 2C_n^4 a^{n-4}(d^4 - h^4) + \dots + \\ & + 2C_n^{n-3} a^3(d^{n-3} - h^{n-3}) + 2C_n^{n-1} a(d^{n-1} - h^{n-1}), \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} & x^n + y^n - z^n - q^n = \\ & = \frac{1}{2^{n-1}} [C_n^2 a^{n-2}(d^2 - h^2) + C_n^4 a^{n-4} \times \\ & \times (d^4 - h^4) + \dots + C_n^{n-3} a^3(d^{n-3} - h^{n-3}) + \\ & + C_n^{n-1} a(d^{n-1} - h^{n-1})] (< 0). \end{aligned} \quad (17)$$

Рівність (17) – тотожність, тому ця рівність виконується при будь-яких допустимих числових значеннях x, y, z . Оскільки $d < h$, то при будь-яких натуральних числах x, y, z всі доданки в правій частині цієї тотожності від’ємні, тобто $x^n + y^n - z^n - q^n < 0$, а тому в натуральних числах $x^n + y^n - z^n - q^n \neq 0$. Крім того, оскільки, згідно з рівняннями (5) і (7), $x^n + y^n - z^n - q^n = S_2 - S_1 (< 0)$, то при будь-яких натуральних числах x, y, z і $S_2 - S_1 < 0$ (тобто $S_1 > S_2$), а тому рівняння (6) і (7) не мають розв’язків у натуральних числах. (Ці рівняння мають нульові або ірраціональні розв’язки, наприклад, $x, y, z, q = \sqrt[n]{x^n + y^n - z^n}$.) Розв’язки в натуральних попарно взаємно простих числах x, y, z відсутні. Теорема доведена.

Доведення 2. Для зручності введемо такі позначення: $x_1 = x - q, y_1 = y - q, z_1 = z - q$, де $q = x + y - z$. Тоді матимемо

$$\begin{aligned} x^n &= (x_1 + q)^n = x_1^n + C_n^1 x_1^{n-1} q + C_n^2 x_1^{n-2} q^2 + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} x_1^2 q^{n-2} + C_n^{n-1} x_1 q^{n-1} + q^n, \\ y^n &= (y_1 + q)^n = y_1^n + C_n^1 y_1^{n-1} q + C_n^2 y_1^{n-2} q^2 + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} y_1^2 q^{n-2} + C_n^{n-1} y_1 q^{n-1} + q^n, \\ z^n &= (z_1 + q)^n = z_1^n + C_n^1 z_1^{n-1} q + C_n^2 z_1^{n-2} q^2 + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} z_1^2 q^{n-2} + C_n^{n-1} z_1 q^{n-1} + q^n, \end{aligned}$$

звідки

$$\begin{aligned} x^n + y^n - z^n - q^n &= (x_1^n + y_1^n - z_1^n) + C_n^1 q(x_1^{n-1} + \\ &+ y_1^{n-1} - z_1^{n-1}) + C_n^2 q^2(x_1^{n-2} + y_1^{n-2} - z_1^{n-2}) + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} q^{n-2}(x_1^2 + y_1^2 - z_1^2) + C_n^{n-1} q^{n-1}(x_1 + \\ &+ y_1 - z_1) (< 0). \end{aligned} \quad (18)$$

Оскільки

$$\begin{aligned} q_1 &\equiv x_1 + y_1 - z_1 = (x - q) + (y - q) - (z - q) = \\ &= (x + y - z) - q = q - q = 0, \end{aligned}$$

то, згідно з наслідком 1, $x_1^k + y_1^k - z_1^k < 0$, де $k = 2, 3, \dots, n$. А тому $x^n + y^n - z^n - q^n < 0$, а також і $S_2 - S_1 < 0$, тобто $x^n + y^n - z^n - q^n \neq 0$ і $S_2 - S_1 \neq 0$. Отже, розв’язків у натуральних попарно взаємно простих числах x, y, z вони не мають. Теорема доведена.

Доведення 3. Запишемо тотожність (18) у розгорнутому вигляді:

$$\begin{aligned} & x^n + y^n - z^n - q^n = \\ &= [(x - q)^n + (y - q)^n - (z - q)^n] + \\ &+ C_n^1 q [(x - q)^{n-1} + (y - q)^{n-1} - (z - q)^{n-1}] + \\ &+ C_n^2 q^2 [(x - q)^{n-2} + (y - q)^{n-2} - (z - q)^{n-2}] + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} q^{n-2} [(x - q)^2 + (y - q)^2 - (z - q)^2] + \\ &+ C_n^{n-1} q^{n-1} [(x - q) + (y - q) - (z - q)] (< 0). \end{aligned} \quad (19)$$

Оскільки $x + y = z + q$, то $z = x + y - q$ і $z - q = x + y - 2q = (x - q) + (y - q)$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} (x - q)^m + (y - q)^m - (z - q)^m &= (x - q)^m + \\ &+ (y - q)^m - [(x - q) + (y - q)]^m = \\ &= -[C_m^1 (x - q)^{m-1} (y - q) + \\ &+ C_m^2 (x - q)^{m-2} (y - q)^2 + \dots + \\ &+ C_m^{m-2} (x - q)^2 (y - q)^{m-2} + \\ &+ C_m^{m-1} (x - q)(y - q)^{m-1}] < 0. \end{aligned}$$

Останній доданок у тотожності (19) дорівнює нулю, а всі інші доданки – від’ємні, а тому і $x^n + y^n - z^n - q^n < 0$.

Отже, якщо $n > 2$ і натуральні попарно взаємно прості числа x, y, z такі, що $x + y - z =$

$= q$ і $q > 0$, то $x^n + y^n - z^n - q^n \neq 0$ і $S_2 - S_1 \neq 0$, $S_1 > S_2$, $x^n + y^n - z^n < q^n$. Теорема доведена.

Зауваження 6. Якщо $n > 2$, але $q \neq x + y - z$, то рівняння (6) при різних числових значеннях показника степені n , можливо, може мати розв'язки в натуральних числах. Наприклад, для $n = 4$ маємо [15]

$$7^4 + 239^4 - 227^4 - 157^4 = 0,$$

$$133^4 + 134^4 - 158^4 - 59^4 = 0$$

(тут умова $q = x + y - z$ не виконується; проте — це окрема тема).

Зауваження 7. Вилучивши останній (нульовий) доданок, тотожність (19) можна записати в коротшому вигляді:

$$\begin{aligned} x^n + y^n - z^n - q^n &= (x_1^n + y_1^n - z_1^n) + \\ &+ C_n^1 q (x_1^{n-1} + y_1^{n-1} - z_1^{n-1}) + \\ &+ C_n^2 q^2 (x_1^{n-2} + y_1^{n-2} - z_1^{n-2}) + \dots + \\ &+ C_n^{n-2} q^{n-2} (x_1^2 + y_1^2 - z_1^2) = S (< 0), \end{aligned} \quad (20)$$

де $x_1 = x - q$; $y_1 = y - q$; $z_1 = z - q$; $q = x + y - z$.

Застосуємо тотожність (20) до конкретних рівнянь.

Приклад 1. Якщо $n = 1$, то $x + y - z = q$ — тотожність (рівність виконується при будь-яких значеннях $x, y, z \in N$, $q = x + y - z > 0$); $x + y - z = 0$ — рівняння, яке має нескінченну множину розв'язків у натуральних числах, наприклад $z = x + y$.

Приклад 2. Нехай $n = 2$. У цьому випадку тотожність (20) матиме такий вигляд (нульовий доданок відкинуто):

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - z^2 &= \\ &= (x - q)^2 + (y - q)^2 - (z - q)^2 + q^2 = q^2 + S, \end{aligned} \quad (21)$$

або

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - z^2 - q^2 &= \\ &= (x - q)^2 + (y - q)^2 - (z - q)^2 = S, \end{aligned} \quad (22)$$

де $S = S_2 - S_1$.

Прирівнявши праві частини тотожності (21) і (22) до нуля, одержимо такі рівняння:

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0, \quad (23)$$

$$q^2 + S = 0, \quad (24)$$

$$(x - q)^2 + (y - q)^2 - (z - q)^2 + q^2 = 0, \quad (25)$$

або ж, що те саме,

$$\begin{aligned} (z - y)^2 + (z - x)^2 - (2z - x - y)^2 + \\ + (x + y - z)^2 = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Якщо обидві частини тотожності $x + y = z + q$ піднести до квадрата, то одержимо таку тотожність:

$$x^2 + y^2 - z^2 = q^2 + 2(zq - xy), \quad (27)$$

або

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - z^2 &= \\ &= (x + y - z)^2 - 2[xy - z(x + y - z)]. \end{aligned} \quad (28)$$

Якщо $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, то

$$(x + y - z)^2 - 2[xy - z(x + y - z)] = 0. \quad (29)$$

Рівняння (23) і (24)–(29) рівносильні (еквівалентні).

Розв'язками рівняння (23) у натуральних числах є піфагорові трійки чисел $\langle x, y, z \rangle$. Одночасно вони є розв'язками і рівнянь (23)–(29).

Із тотожності (22) одержимо такі рівняння:

$$S = 0, \text{ або } S_1 - S_2 = 0, \quad (30)$$

$$x^2 + y^2 - z^2 - q^2 = 0. \quad (31)$$

Оскільки $S < 0$, то ці два рівняння не мають розв'язків у натуральних числах. Тут $S_1 = 2xy$, $S_2 = 2zq$, $S_1 > S_2$. Якщо $n = 2$ і $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, то $S_1 - S_2 = q^2$, де $\langle x, y, z \rangle$ — піфагорова трійка чисел. Якщо ж трійка чисел x, y, z не є піфагоровою, то $x^2 + y^2 - z^2 \neq 0$ і $q^2 + S \neq 0$, тобто $S_1 - S_2 \neq q^2$. Але завжди (у будь-якому випадку) має місце тотожність $x^2 + y^2 - z^2 = q^2 + S$.

Висновки

Застосування тотожностей і нерівностей дало можливість одержати і дослідити ряд діофантових рівнянь степенів $n \geq 2$ на наявність чи відсутність у них розв'язків у натуральних числах.

Якщо $n \geq 2$ і $q = x + y - z$, то рівняння (6) і (7), а також (30) і (31) не мають розв'язків у натуральних числах (теорема 5).

Якщо $n \geq 2$, то $S < 0$ і $x^n + y^n - z^n < q^n$ (інакше б рівняння (6) і (7), (30) і (31) мали б

розв'язки в натуральних числах, що неможливо за теоремою 5).

Якщо $n \geq 2$, то $S_1 > S_2$, причому, якщо $n > 2$, то $S \neq s^n \neq q^n$, $s \neq q$; якщо ж $n = 2$, то $S_1 - S_2 = s^2 = q^2$, $s = q$ (теорема 5, зауваження 3, 4, приклад 2).

Піфагорові трійки чисел $\langle x, y, z \rangle$ є розв'язками не тільки загальновідомого рівняння Піфагора (23), але й рівнянь (24)–(29) та ін.

На нашу думку, дослідження можуть бути продовжені.

Н.С. Бевзюк

НЕСКОЛЬКО ТЕОРЕМ ИЗ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Доказанные в данной статье теоремы и применение тождеств и неравенств дали возможность исследовать некоторые диофантовые уравнения высших степеней и дать ответ на вопрос о наличии или отсутствии в них решений в натуральных числах.

M.S. Bevzyuk

SOME THEOREMS OF NUMBER THEORY

This study introduces a novel approach to the analysis of some Diophantine high-degree equations from the perspective of theorems proved and inequations as well as identities applied. The research also enables to identify whether solutions of Diophantine high-degree equations really exist in natural numbers.

1. *Бухштаб А.А.* Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966. – 384 с.
2. *Боревич З.И., Шафаревич И.Р.* Теория чисел. – М.: Наука, 1964. – 566 с.
3. *Дэвенпорт Г.* Высшая арифметика. – М.: Наука, 1965. – 176 с.
4. *Башмакова И.Г.* Диофант и диофантовы уравнения. – М.: Наука, 1972. – 68 с.
5. *Гельфонд А.О.* Решение уравнений в целых числах. – М.: Наука, 1983. – 64 с.
6. *Серпинский В.О.* Решение уравнений в целых числах. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1961. – 88 с.
7. *Чудновский Г.В.* Некоторые арифметические проблемы. – К.: Препринт ИМ-71-3, 1971. – 40 с.
8. *Спринджук В.Г.* Классические диофантовы уравнения от двух неизвестных. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
9. *Постников М.М.* Теорема Ферма. Введение в теорию алгебраических чисел. – М.: Наука, 1978. – 128 с.
10. *Постников М.М.* Введение в теорию алгебраических чисел. – М.: Наука, 1982. – 240 с.
11. *Эдвардс Г.* Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. – М.: Мир, 1980. – 484 с.
12. *Диофант.* Арифметика и книга о многоугольных числах. – М.: Наука, 1974. – 328 с.
13. *Большой энциклопедический словарь.* Математика. – М.: Большая российская энциклопедия, 1998. – 608 с.
14. *Проблемы Гильберта /* Под общ. ред П.С. Александрова. – М.: Наука, 1969. – 240 с.
15. *Плахотник В.* Про суми третіх і четвертих степенів натуральних чисел // У світі математики. – 2004. – 10, № 4. – С. 20–24.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
5 вересня 2007 року

УДК 517.581

Н.О. Вірченко, О.В. Рум'янцева

(τ, β)-УЗАГАЛЬНЕНА ГІПЕРГЕОМЕТРИЧНА ФУНКЦІЯ ГАУССА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ**Вступ**

Спеціальні функції виникають при розв'язанні крайових задач математичної фізики, теорії теплопровідності, аеромеханіки, астрофізики, квантової теорії поля, теорії імовірностей та математичної статистики, біомедицини та ін.

Серед спеціальних функцій особливо виділяються гіпергеометричні функції у зв'язку з важливою їх роллю як в теорії, так і в застосуванні при розв'язанні різноманітних задач у багатьох галузях прикладної математики, фізики та ін. [1–3].

Гіпергеометричні функції та їх частинні випадки (функції Бесселя, функції Лежандра, ортогональні многочлени та ін.) виходять на перший план наукових досліджень у ХХ–ХХІ ст.

В останні десятиріччя посилюються дослідження, вивчення *узагальнених* гіпергеометричних функцій. Ці функції узагальнюються на випадок двох та багатьох змінних, розглядаються і досліджуються різні випадки *вироджених* гіпергеометричних функцій, узагальнень за Райтом [3] тощо.

Постановка задачі

Мета статті – запровадити нове узагальнення гіпергеометричної функції Гаусса, дослідити основні її властивості, розглянути застосування в теорії спеціальних функцій, до обчислення інтегралів, відсутніх у наявній науковій літературі.

(τ, β)-Узагальнена гіпергеометрична функція Гаусса, основні її властивості

Запровадимо (τ, β)-узагальнену (за Райтом) гіпергеометричну функцію Гаусса у вигляді

$${}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z) \equiv {}_2F_1^{\tau, \beta}(z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \times \int_0^1 t^{b-1}(1-t)^{c-b-1} {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a, 1), (c, \tau); \\ (c, \beta); \end{matrix} \middle| zt^\tau \right] dt, \quad (1)$$

де a, b, c можуть бути комплексними; $\{\tau, \beta\} \subset \mathbb{R}$; $\tau > 0$; $\beta > 0$; $\operatorname{Re} c > \operatorname{Re} b > 0$; $\tau - \beta \leq 1$; $\Gamma(\dots)$ – класична гамма-функція [4]; ${}_2\Psi_1$ – функція Фокса–Райта [3].

Функція ${}_2\Psi_1$ – частинний випадок узагальненої функції Фокса [3]:

$${}_p\Psi_q(z) \equiv {}_p\Psi_q \left[\begin{matrix} (a_i; \alpha_i)_{1,p}; \\ (b_j; \beta_j)_{1,q}; \end{matrix} \middle| z \right], \quad (2)$$

де $z \in \mathbb{C}$; $a_j, b_j \in \mathbb{C}$; $\alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ ($\alpha_i, \beta_j \neq 0$; $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, q$); \mathbb{C} – множина комплексних чисел.

Зображення функції ${}_p\Psi_q(z)$ за допомогою інтеграла Мелліна–Бернса має вигляд [3]

$${}_p\Psi_q(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_{-\infty}} \frac{\Gamma(s) \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - \alpha_i s)}{\prod_{j=1}^q \Gamma(b_j - \beta_j s)} (-z)^{-s} ds, \quad (3)$$

де шлях інтегрування $L_{-\infty}$ відокремлює всі полюси $b_l = -l$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) функції $\Gamma(s)$ зліва і полюси $a_{ik} = \frac{a_i + k}{\alpha_i}$ ($i = 1, 2, \dots, p$; $k = 0, 1, 2, \dots$) справа; $s \in \mathbb{C}$.

Якщо покласти $\beta = \tau$ у формулі (1), то отримуємо τ -узагальнену гіпергеометричну функцію Гаусса [5, 6]; при $\tau = \beta = 1$ матимемо класичну гіпергеометричну функцію Гаусса ${}_2F_1(a, b; c; z)$ [4].

Теорема 1 (про зображення функції ${}_2F_1^{\tau, \beta}(z)$ рядом). При умовах існування функції ${}_2F_1^{\tau, \beta}(z)$ справедлива формула

$${}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c+\beta n)} \frac{z^n}{n!}. \quad (4)$$

Доведення виконується безпосередньою перевіркою з використанням зображення (2) для функції ${}_2\Psi_1(z)$ та перестановки операцій інтегрування і сумування, що законно згідно з рівномірною збіжністю інтеграла та абсолютною збіжністю ряду.

Зауважимо, що формула (1) є аналогом формули Ейлера для ${}_2F_1(a, b; c; z)$ [4, 2.1.3 (10)].

Наслідок. Для функції ${}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z)$ справедливі такі інтегральні зображення:

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = \\
 & = A \int_0^\infty t^{b-1} (1+t)^{-c} {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a,1),(c,\tau); \\ (c,\beta); \end{matrix} \middle| z \left(\frac{t}{1+t} \right)^\tau \right] dt, \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = \\
 & = A \int_0^\infty e^{-bv} (1-e^{-v})^{c-b-1} {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a,1),(c,\tau); \\ (c,\beta); \end{matrix} \middle| ze^{-\tau v} \right] dv, \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = 2A \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos t)^{2b-1} (\sin t)^{2c-2b-1} \times \\
 & \times {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a,1),(c,\tau); \\ (c,\beta); \end{matrix} \middle| z \cos^{2\tau} t \right] dt, \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = 2A \int_0^\infty (\operatorname{ch} \omega)^{1-2c} (\operatorname{sh} \omega)^{2c-2b-1} \times \\
 & \times {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a,1),(c,\tau); \\ (c,\beta); \end{matrix} \middle| z (\operatorname{ch} \omega)^{-2\tau} \right] d\omega, \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = 2A \int_0^\infty (\operatorname{sh} \omega)^{2b-1} (\operatorname{ch} \omega)^{1-2c} \times \\
 & \times {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a,1),(c,\tau); \\ (c,\beta); \end{matrix} \middle| z (\operatorname{th} \omega)^{2\tau} \right] d\omega, \quad (9)
 \end{aligned}$$

де

$$A = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c-b)}.$$

Теорема 2 (узагальнення формули Корвіндера [7]). При $\{\tau, \beta\} \subset R$, $\tau > 0$, $\beta > 0$, $\operatorname{Re} a > 0$, $\operatorname{Re} b > 0$, $\operatorname{Re} c > 0$, $|x| > 1$ справедлива формула

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta} \left(a, b; c; \frac{1}{x^\tau} \right) = \\
 & = x^a \frac{\Gamma(a+\tau)}{\Gamma(a)\Gamma(\tau)} \int_x^\infty \frac{(t-x)^{\tau-1}}{t^{a+\tau}} {}_2F_1^{\tau,\beta} \left(a, b+\tau; c; \frac{1}{t^\tau} \right) dt. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Якщо $\operatorname{Re}(c-\beta) > 0$, $\operatorname{Re} a > 0$, $\operatorname{Re} b > 0$, $|x| > 1$, то маємо

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^{\tau,\beta} \left(a, b; c; \frac{1}{x^\beta} \right) = x^{c-\beta} \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-\beta)\Gamma(\beta)} \times \\
 & \times \int_x^\infty \frac{(t-x)^{\beta-1}}{t^c} {}_2F_1^{\tau,\beta} \left(a, b; c-\beta; \frac{1}{t^\beta} \right) dt. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Доведення. Доведемо (11). Виконаємо перетворення над інтегралом:

$$\begin{aligned}
 & \int_x^\infty \frac{(t-x)^{\beta-1}}{t^c} {}_2F_1^{\tau,\beta} \left(a, b; c-\beta; \frac{1}{t^\beta} \right) dt = \frac{\Gamma(c-\beta)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \times \\
 & \times \sum_{n=0}^\infty \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c-\beta+\beta n)} \frac{1}{n!} \int_x^\infty (t-x)^{\beta-1} t^{-c-\beta n} dt = \\
 & = \frac{\Gamma(c-\beta)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^\infty \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c-\beta+\beta n)} \times \\
 & \times \frac{1}{n!} \int_x^\infty \omega^{\beta-1} (\omega+x)^{-c-\beta n} d\omega = \frac{\Gamma(c-\beta)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \times \\
 & \times \sum_{n=0}^\infty \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c-\beta+\beta n)} \frac{1}{n!} x^{-c-\beta n+\beta} B(\beta, c-\beta+\beta n) = \\
 & = x^{\beta-c} \frac{\Gamma(c-\beta)\Gamma(\beta)}{\Gamma(c)} \sum_{n=0}^\infty \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c+\beta n)} \frac{x^{-\beta n}}{n!} = \\
 & = x^{\beta-c} \frac{\Gamma(c-\beta)\Gamma(\beta)}{\Gamma(c)} {}_2F_1^{\tau,\beta} \left(a, b; c; \frac{1}{x^\beta} \right),
 \end{aligned}$$

звідки випливає (11). Доведення формули (10) аналогічне.

Лема 1. Якщо $\operatorname{Re} c > \operatorname{Re} a > 0$, $\{\tau, \beta\} \subset R$, $\tau > 0$, $\beta > 0$, то формули диференціювання для ${}_2F_1^{\tau,\beta}(z)$ мають вигляд

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dz} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = \\
 & = a \frac{\Gamma(c)\Gamma(b+\tau)}{\Gamma(b)\Gamma(c+\beta)} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a+1, b+\tau; c+\beta; z), \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^n}{dz^n} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z) = \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(c)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c+\beta n)} \times \\
 & \times {}_2F_1^{\tau,\beta}(a+n, b+\tau n; c+\beta n; z), \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dz} [z^a {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z)] = az^{a-1} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a+1, b; c; z), \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^n}{dz^n} [z^{a+n-1} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a,b;c;z)] = \\
 & = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)} z^{a-1} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a+n, b; c; z). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Теорема 3 (теорема додавання для ${}_2F_1^{\tau,\beta}(z)$).

Для (τ, β) -узагальненої гіпергеометричної функції Гаусса справедлива формула

$${}_2F_1^{\tau,\beta}(a, b; c; x + y) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c+n\beta)} \times \\ \times \frac{y^n}{n!} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a+n, b+n\tau; c+n\beta; x). \quad (16)$$

Доведення одержуємо з відповідної формули диференціювання (13) для ${}_2F_1^{\tau,\beta}(z)$ та теореми Тейлора [8] про те, що, якщо $f(x)$ – аналітична функція, ряд для якої збігається при $|x| < \rho$, то для $|y| < \rho$ маємо

$$f(x+y) = \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(x) \frac{y^n}{n!}. \quad (17)$$

Теорема 4 (теорема множення для ${}_2F_1^{\tau,\beta}(z)$).

Для (τ, β) -узагальненої гіпергеометричної функції Гаусса справедлива формула

$${}_2F_1^{\tau,\beta}(a, b; c; xy) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(c+\beta n)} \times \\ \times \frac{x^n(y-1)^n}{n!} {}_2F_1^{\tau,\beta}(a+n, b+\tau n; c+\beta n; x). \quad (18)$$

Доведення впливає з відповідної формули диференціювання (13) для ${}_2F_1^{\tau,\beta}(z)$ та теореми Тейлора [8]:

$$f(xy) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(y-n)^n}{n!} x^n f^{(n)}(x). \quad (19)$$

Застосування функції ${}_2F_1^{\tau,\beta}(a, b; c; z)$

Подамо деякі застосування (τ, β) -узагальненої гіпергеометричної функції Гаусса ${}_2F_1^{\tau,\beta}(z)$ в теорії спеціальних функцій, для обчислення інтегралів тощо.

Теорема 5 (розкладу ${}_2F_1^{\tau}(z)$ в ряд за функціями Гаусса ${}_2F_1(z)$). Якщо $\operatorname{Re}(c-b) > 0$, $\operatorname{Re}(c-b) > 1 - \frac{1}{\tau}$, $c-b \neq 1, 2, \dots$, то має місце розклад

$${}_2F_1^{\tau}(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(b-c+1)_n}{n!} {}_2F_1(a, \tau(b+n); 1+\tau(b+n); z), \quad (20)$$

де $(b-c+1)_n$ – символ Похгаммера.

Доведення. Для функції ${}_2F_1^{\tau}(a, b; c; z)$ скористаємось інтегральним зображенням

$${}_2F_1^{\tau}(a, b; c; z) = 2\tau \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \times \\ \times \int_0^{\infty} \frac{(\operatorname{sh} \alpha)^{2\tau b-1} (\operatorname{ch} \alpha + 1)^{\tau-\tau(b+c)+a}}{[1+z+(1-z)\operatorname{ch} \alpha]^{\alpha}} \times \\ \times [(\operatorname{ch} \alpha + 1)^{\tau} - (\operatorname{ch} \alpha - 1)^{\tau}]^{c-b-1} d\alpha. \quad (21)$$

Враховавши, що $\left| \frac{\operatorname{sh} \alpha}{\operatorname{ch} \alpha + 1} \right| < 1$, можна перетворити функцію під знаком інтеграла (21):

$$[(\operatorname{ch} \alpha + 1)^{\tau} - (\operatorname{ch} \alpha - 1)^{\tau}]^{c-b-1} = \\ = (\operatorname{ch} \alpha + 1)^{\tau(c-b-1)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(b+1-c)_n}{n!} \left(\frac{\operatorname{sh} \alpha}{\operatorname{ch} \alpha + 1} \right)^{2\tau n} \\ (b+1-c \neq 0, -1, -2, \dots).$$

Ряд збігається рівномірно, то можна поміняти порядок дій. Отримаємо формулу

$${}_2F_1^{\tau}(a, b; c; z) = 2\tau \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(b-c+1)_n}{n!} \int_0^{\infty} \frac{(\operatorname{sh} \alpha)^{2\tau b-1+2\tau n}}{[1+z+(1-z)\operatorname{ch} \alpha]^{\alpha}} \times \\ \times (\operatorname{ch} \alpha + 1)^{a-2\tau b-2\tau n} d\alpha.$$

Виконавши перетворення із врахуванням (21), одержимо (20).

Теорема 6 (узагальнення теореми Ердеї [4, 2.4 (3)]). При умовах $\operatorname{Re} c > \operatorname{Re} \lambda > 0$, $z \neq 1$, $|\arg(1-z)| < \pi$, $\operatorname{Re} c > \operatorname{Re} b > 0$, $\operatorname{Re} 2b > \operatorname{Re} a > 0$, $\tau \in \mathbb{R}$, $\tau > 0$ справедлива формула

$${}_2F_1^{\tau}(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)\Gamma^{-1}(\lambda-b+1)}{\Gamma(c-b)\Gamma(2b-\lambda)} \times \\ \times \int_0^1 x^{b-1} {}_2F_1(b-c+1, 1; \lambda-b+1; x) \times \\ \times {}_2F_1^{\tau}(a, b; 2b-\lambda; zx^{\tau}) dx. \quad (22)$$

Доведення. Розглянемо τ -узагальнену гіпергеометричну функцію Гаусса

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^\tau(a, b; c; z) = \\
 & = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 (1-x)^{c-b-1} x^{b-1} (1-zx^\tau)^{-a} dx \quad (23)
 \end{aligned}$$

(див. формулу (1) при $\beta = \tau$).

Вивчимо вираз

$$x^{b-1} (1-zx^\tau)^{-a},$$

використавши відому формулу [4]

$$\begin{aligned}
 (1-zx^\tau)^{-a} &= \frac{1}{\Gamma(a)} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma(a+n) \frac{z^n}{n!} x^{\tau n}, \quad (24) \\
 & (|zx^\tau| < 1).
 \end{aligned}$$

Одержимо

$$\begin{aligned}
 & x^{b-1} (1-zx^\tau)^{-a} = x^{b-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n}{n!} x^{\tau n} z^n = \\
 & = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n}{n!} x^{b+\tau n-1} z^n = \frac{\Gamma(b)}{\Gamma(2b-\lambda)} \frac{d^{b-\lambda}}{dx^{b-\lambda}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n}{n!} \times \right. \\
 & \times \left. \frac{\Gamma(b+\tau n)}{\Gamma(2b-\lambda+\tau n)} \frac{\Gamma(2b-\lambda)}{\Gamma(b)} z^n x^{2b+\tau n-1-\lambda} \right\} = \\
 & = \frac{\Gamma(b)}{\Gamma(2b-\lambda)} \frac{d^{b-\lambda}}{dx^{b-\lambda}} \{ {}_2F_1^\tau(a, b; 2b-\lambda; zx^\tau) x^{2b-\lambda-1} \}.
 \end{aligned}$$

Використавши значення похідної

$$\frac{d^{b-\lambda} x^{2b+\tau n-1-\lambda}}{dx^{b-\lambda}} = \frac{\Gamma(2b-\lambda+\tau n)}{\Gamma(b+\tau n)} x^{b+\tau n-1}$$

та дробове інтегрування частинами, матимемо

$$\begin{aligned}
 & {}_2F_1^\tau(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-b)\Gamma(2b-\lambda)} \times \\
 & \times \int_0^1 (1-x)^{c-b-1} \frac{d^{b-\lambda}}{dx^{b-\lambda}} \{ x^{2b-\lambda-1} {}_2F_1^\tau(a, b; 2b-\lambda; \\
 & zx^\tau) \} dx = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-b)\Gamma(2b-\lambda)} \times \\
 & \times \int_0^1 x^{2b-\lambda-1} {}_2F_1^\tau(a, b; 2b-\lambda; zx^\tau) \frac{d^{b-\lambda}}{dx^{b-\lambda}} \{ (1-x)^{c-b-1} \} = \\
 & = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-b)\Gamma(2b-\lambda)} \int_0^1 x^{2b-\lambda-1} \times \\
 & \times {}_2F_1^\tau(a, b; 2b-\lambda; zx^\tau) \frac{d^{b-\lambda}}{dx^{b-\lambda}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(b-c+1)_n}{n!} x^n \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-b)\Gamma(2b-\lambda)} \int_0^1 x^{2b-\lambda-1} {}_2F_1^\tau(a, b; 2b-\lambda; zx^\tau) \times \\
 & \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(b-c+1)_n}{n!} \frac{x^{n+\lambda-b} \Gamma(n+1)}{\Gamma(\lambda-b+1+n)} \frac{\Gamma(\lambda-b+1)}{\Gamma(\lambda-b+1)} = \\
 & = \frac{\Gamma(c)\Gamma^{-1}(\lambda-b+1)}{\Gamma(c-b)\Gamma(2b-\lambda)} \int_0^1 x^{b-1} {}_2F_1^\tau(b-c+1, 1; \lambda-b+1; x) \times \\
 & \times {}_2F_1^\tau(a, b; 2b-\lambda; zx^\tau) dx.
 \end{aligned}$$

Подамо низку інтегралів, що містять (τ, β) -узагальнену гіпергеометричну функцію Гаусса ${}_2F_1^{\tau, \beta}(z)$ або виражаються через неї.

Лема 2. При умовах існування функції ${}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z)$ справедливі співвідношення

$$\begin{aligned}
 & \int_0^z t^{c-1} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; t^\beta) dt = c^{-1} z^c {}_2F_1(a, b; c+1; z^\beta), \quad (25) \\
 & \int_0^1 (1-t)^{c-1} t^{a-1} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z^{\tau+\beta} (1-t)^\beta) dt = \\
 & = B(a, c) {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; a+c; z^{\tau+\beta}), \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^z (z-t)^{a-1} t^{c-1} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; t^\beta) dt = \\
 & = B(a, c) z^{a+c-1} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; a+c; z^\beta), \quad (27)
 \end{aligned}$$

де $B(a, c)$ – бета-функція [4].

Лема 3. Якщо виконуються умови існування функції ${}_2F_1^{\tau, \beta}(z)$, то справедливі співвідношення

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t)^{2b-1} (\cos t)^{2c-2b-1} {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a, 1), (c, \tau); \\ (c, \beta); \end{matrix} \middle| z(\sin t)^{2\tau} \right] dt = \\
 & = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c-b)}{2\Gamma(c)} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z), \quad (28) \\
 & \int_0^\infty (1+\text{ch } \omega)^{-c} (\text{ch } \omega - 1)^{c-b-1} \text{sh } \omega \times \\
 & \times {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a, 1), (c, \tau); \\ (c, \beta); \end{matrix} \middle| z \text{ch}^{-2\tau} \frac{\omega}{2} \right] d\omega = \\
 & = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c-b)}{2^b \Gamma(c)} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z), \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\int_0^{\infty} (\operatorname{ch} \omega + 1)^{-c} (\operatorname{ch} \omega - 1)^{b-1} \operatorname{sh} \omega \times \\ \times {}_2\Psi_1 \left[\begin{matrix} (a, 1), (c, \tau); \\ (c, \beta); \end{matrix} \middle| z \left(\frac{\operatorname{ch} \omega - 1}{\operatorname{ch} \omega + 1} \right)^{\tau} \right] d\omega = \\ = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c-b)}{2^{c-b}\Gamma(c)} {}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z). \quad (30)$$

Висновки

Запроваджена в статті нова узагальнена гіпергеометрична функція Гаусса відкриває нові

можливості для ширшого застосування теорії спеціальних функцій при розв'язанні складніших математичних та практичних задач.

Враховуючи перспективність одержаних наукових результатів, плануємо використати (τ, β) -узагальнену гіпергеометричну функцію Гаусса ${}_2F_1^{\tau, \beta}(a, b; c; z)$ для розв'язання задач математичної фізики, теорії пружності, задач механіки, для подальшого розвитку теорій спеціальних функцій та ін.

Н.А. Вирченко, Е.В. Румянцева

(τ, β) -ОБОБЩЕННАЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ
ФУНКЦИЯ ГАУССА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Введено новое обобщение гипергеометрической функции Гаусса, исследованы основные ее свойства, даны применения.

N.O. Virchenko, O.V.Rumyantseva

(τ, β) -GENERALIZED GAUSS HYPERGEOMETRIC
FUNCTION AND ITS APPLICATION

This paper provides a novel approach to the generalization of the Gauss hypergeometric function, describes its core properties and offers the ways of its practical application.

1. *Aomoto K.* Hypergeometric functions: the past, today and... (from the complex analytic point of view)// Sugaku Expositions. – 1996. – **9**. – P. 99–116.
2. *Andrews L.C., Askey R., Roy R.* Special Functions. – New York: Cambridge University Press, 1999. – 664 p.
3. *Kilbas A.A., Saigo M.* H-Transforms. Charman and Hall // CRC., 2004. – 390 p.
4. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 1. – М.: Наука, 1965. – 296 с.
5. *Virchenko N.* On some generalizations of the functions of hypergeometric type // Fractional Calculus and Appl. Analysis. – 1999. – **2**, N 3. – P. 233–244.
6. *Virchenko N., Kalla S.L. and A.AL-Zamel.* Some results on a generalized hypergeometric function // Integr. and Special Functions. – 2001. – **12**, N 1. – P. 89–100.
7. *Koornwinder T.* A new proof of a Paley–Wiener Type theorem for the Jacobi transform// Arkiv f. Math. – 1975. – **13**, N 3. – P. 145–159.
8. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
18 грудня 2007 року

УДК 571.986

М.М. Кухарчук, М.І. Яременко

ПРО РОЗВ'ЯЗНІСТЬ КВАЗІЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ З МАТРИЦЕЮ ГІЛЬБАРГА–СЕРРИНА В R^l

Вступ

Дана стаття є логічним продовженням попередніх праць авторів: в ній розробляється та модернізується метод розв'язання нелінійних задач, що був вперше запропонований М.М. Кухарчуком [1, 2]. Доведено існування і єдиність розв'язку рівняння

$$\lambda u - d \circ a \circ du + b(x, u, \nabla u) = f, \lambda > 0,$$

$$\forall f \in W_{-1}^p,$$

за нестандартних обмежень.

Постановка задачі

Мета статті – довести розв'язність квазілінійного рівняння з матрицею Гільбарга–Серрина за нестандартних обмежень, що наведені нижче.

Дослідження рівняння квазілінійного рівняння з матрицею Гільбарга–Серрина

Розглянемо диференціальне рівняння

$$\lambda u - d \circ a \circ du + b(x, u, \nabla u) = f, \lambda > 0, \tag{1}$$

$$\forall f \in W_{-1}^p,$$

де a – відома матриця Гільбарга–Серрина:

$$a = \left(\delta_{ij} + b \frac{x_i x_j}{|x|^2} \right), b = -1 + \frac{l-1}{1-\chi}, \chi < 1, l \geq 3,$$

при обмеженнях

$$|b(x, u, \nabla u)| \leq \mu_1(x)|\nabla u| + \mu_2(x)|u| + \mu_3(x),$$

$$|b(x, u, \nabla u) - b(x, v, \nabla v)| \leq \mu_4(x)|u - v| + \mu_5(x)|\nabla(u - v)|, \tag{2}$$

$$|b^r(x, u, \nabla u)| \leq \mu_6(x)|\nabla u| + \mu_7(x)|u| + \mu_8(x),$$

$$|b^u(x, u, \nabla u)| \leq \mu_9(x)|\nabla u| + \mu_{10}(x)|u| + \mu_{11}(x),$$

$$|b^{\nabla u}(x, u, \nabla u)| \leq \mu_{12}(x)|\nabla u| + \mu_{13}(x)|u| + \mu_{14}(x),$$

де $\mu_i \in L_\infty(R^n), i = 1, \dots, 14$, і $\mu_3 \in L_p(R^n)$; $b(x, y, z)$ – неперервна на $R^l \times R \times R^l$ скалярна функція, неперервно диференційована по (y, z) ; $b^u(x, u, \nabla u)$ – за визначенням, похідна функції $b(x, y, z)$ по другому аргументу; $b^{\nabla u}(x, u, \nabla u)$ – за визначенням, похідна функції $b(x, y, z)$ по третьому аргументу; $da = b(l-1)\frac{x}{|x|^2}$; $da \circ a^{-1} \circ$

$$\circ da = (1+b)^{-1} \left(\frac{l-1}{|x|} \right)^2.$$

Введемо простір $W_1^p(R^l, d^l x) =: \{v | v \in L^p(R^l, d^l x), D_i v \in L^p(R^l, d^l x), i = 1, \dots, l\}$,

$$\|v\|_{W_1^p(R^l, d^l x)} = \|v\|_{L^p(R^l, d^l x)} + \sum_i \|D_i v\|_{L^p(R^l, d^l x)},$$

де $W_{1,0}^p(R^l, d^l x) =: \{v | v \in W_1^p(R^l, d^l x) \text{ і має компактний носій}\}$; $W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – спряжений до $W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$ простір (див. [3, с. 84, 85]).

У статті буде використовуватися клас функцій $PK_\beta(-\Delta)$, $v^2 \in PK_\beta(-\Delta)$ (див. [2]), тоді і тільки тоді, коли $v^2 \in L_{loc}^1(R^l)$ і існують такі константи β і $C(\beta)$, що

$$\|v\phi\|_2^2 \leq \beta \|\nabla\phi\|_2^2 + C(\beta)\|\phi\|_2^2, \tag{3}$$

для довільної $\phi \in C_0^\infty(R^l)$.

Тоді буде справедлива така теорема.

Теорема 1. Рівняння (1) за умов (2) однозначно розв'язне в W_1^p .

Для доведення цієї теореми використаємо модернізацію методу Гальоркіна, але спочатку введемо деякі позначення та сформулюємо деякі леми.

Визначимо форму $h_\lambda^p(u, v)$, покладаючи

$$h_\lambda^p(u, v) = \lambda \langle u, v \rangle + \langle dv \circ a \circ du \rangle + \langle b(x, u, \nabla u), v \rangle, \tag{4}$$

де $u \in W_1^p$; v – довільний елемент із простору $W_{1,0}^p$; $D(h_\lambda^p) = \{u \in W_1^p : |h_\lambda^p(u, v)| < \infty\}$.

Отже, мають місце такі леми.

Лема 1. Форма h_λ^p обмежена.

Доведення. Для того щоб показати обмеженість форми $h_\lambda^p(u, v)$, використовуємо нерівність Гельдера. Одержимо

$$|h_\lambda^p(u, v)| \leq \lambda \|u\|_p \|v\|_{p'} + C_1 \|\nabla u\|_p \|\nabla v\|_{p'} + \|\mu_1\|_\infty \|\nabla u\|_p \|v\|_{p'} + \|\mu_2\|_\infty \|u\|_p \|v\|_{p'} + \|\mu_3\|_p \|v\|_{p'}.$$

Лема доведена.

Як наслідок наведеної лема одержимо, що форма породжує оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$, який є обмеженим. Дійсно, оскільки $h_\lambda^p : W_1^p \times W_1^{p'} \rightarrow R$ є обмеженим та лінійним відображенням по кожному аргументу, то форма завдяки теоремі Банаха породжує оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$. Отже, можемо записати $h_\lambda^p(u, v) = \langle A_\lambda^p(u), v \rangle$.

Лема 2. Оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – коерцитивне відображення.

Доведення. Під коерцитивним ми розуміємо такий оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$, який породжений формою та задовольняє умову

$$\lim_{\|u\|_p \rightarrow \infty} \frac{h_\lambda^p(u, u) |u|^{p-2}}{\|u\|_p^{p-2}} = \infty. \quad (*)$$

Справді, має місце оцінка

$$h_\lambda^p(u, u) |u|^{p-2} \geq \lambda \|u\|_p^p + (p-1) \times \langle du \circ a \circ du, |u|^{p-2} \rangle - \frac{1}{p} \|\mu_1\|_\infty \|\nabla u\|_p^p - \|\mu_1\|_\infty \frac{p-1}{p} \|u\|_p^p - \|\mu_2\|_\infty \|u\|_p^p - \|\mu_3\|_p \frac{p-1}{p} \|u\|_p^p - \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p, \quad (5)$$

для одержання якої застосовані нерівності Гельдера і Юнга, а також деякі властивості норм L_p .

Застосовуючи ще раз нерівності Гельдера і Юнга, а також невід'ємність норм, одержуємо

$$h_\lambda^p(u, u) |u|^{p-2} \geq \left(\lambda - \|\mu_1\|_\infty \frac{p-1}{p} - \|\mu_2\|_\infty - \|\mu_3\|_\infty \frac{p-1}{p} \right) \|u\|_p^p +$$

$$+ \left((p-1)C_1 \frac{1}{p} - \frac{1}{p} \|\mu_1\|_\infty \right) \|\nabla u\|_p^p - \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p,$$

тому, враховуючи останню нерівність, безпосередньо перевіряємо умову (*). Лема доведена.

Лема 3. Оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – акретивне відображення.

Доведення. Згідно з означенням акретивності (див., наприклад, [2, 4]) оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ акретивний в L_p , якщо

$$\langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u-v) |u-v|^{p-2} \rangle \geq 0 \quad \forall u, v \in W_1^p.$$

Отже, враховуючи умови (2) та виконуючи перетворення аналогічні тим, що й при доведенні лема 2, маємо

$$\langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u-v) |u-v|^{p-2} \rangle \geq \lambda \|u-v\|_p^p + (p-1) \langle d(u-v) \circ a \circ d(u-v), |u-v|^{p-2} \rangle - \|\mu_4\|_\infty \|u-v\|_p^p - \|\mu_5\|_\infty \langle \nabla(u-v), |u-v|^{p-1} \rangle \geq (\lambda - \lambda_c) \|W\|_2^2 + C(p, l, \mu_4, \mu_5) \|\nabla W\|_2^2 \geq 0, \quad (7)$$

де $W = (u-v) |u-v|^{\frac{p-2}{2}}$ і знак рівності справедливий лише у випадку $u \equiv v$. Лема доведена.

Лема 4. Оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – хемінеперервне відображення.

Доведення. За визначенням, оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – хемінеперервне відображення, якщо $\forall u, v \in W_1^p$ $\omega - \lim_{t \rightarrow 0} A_\lambda^p(u + tv) = A_\lambda^p(u)$ в нормі W_{-1}^p .

Отже, можемо написати такі оцінки:

$$|\langle A_\lambda^p(u + tv) - A_\lambda^p(u), W \rangle| = \lambda |t \langle v, W \rangle| + |t \langle dW \circ a \circ dv \rangle| + |\langle (b(x, (u + tv)), \nabla(u + tv)) - b(x, u, \nabla u), W \rangle| \leq \lambda t |\langle v, W \rangle| + t |\langle dW \circ a \circ dv \rangle| + t \|\mu_4\|_\infty |\langle v, W \rangle| + t \|\mu_5\|_\infty |\langle \nabla v, W \rangle| \xrightarrow{t \rightarrow 0} 0 \quad \forall W \in W_{1,0}^p,$$

що й доводить лему.

Перейдемо до доведення теореми.

Нехай $\{v_i\}$ і $\{v_i^*\}$ – гладкі базиси відповідно просторів $W_{1,0}^p$, $W_{1,0}^{p'}$ і нехай $[v_1, \dots, v_n]$ – лі-

нійна оболонка базисних елементів, $\langle u_n, u_n^* \rangle = \|u_n\|_p^p$.

Покладемо, за визначенням, $u_n = \sum_{i=1}^n c_i v_i$, $u_n^* = \sum_{i=1}^n c_i^* v_i^*$ (див. [4]). Для знаходження послідовності Гальоркіна складемо систему рівнянь

$$\langle A_\lambda^p(u_n) - f, v_i^* \rangle = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

Система (6) визначає неперервне відображення $\bar{B} : R^n \rightarrow R^n$, отже, має місце лема "про гострий кут".

Нехай на сфері $S_R = (\bar{C} : |\bar{C}| = R)$, де $R > 0$ – деяке відповідно вибране число, що можливо завдяки властивості коерцитивності оператора і виконанні умови "гострого кута" $\langle \bar{B}(\bar{C}), \bar{C}^* \rangle \geq 0$. Тоді існує принаймні одна точка $\bar{C}, |\bar{C}| \leq R$, така, що $\bar{B}(\bar{C}) = 0$.

Доведення цієї леми можна знайти в [4, 5]. Далі будемо реалізовувати аналог методу Гальоркіна, тобто покажемо, що система (6) має розв'язок у лінійній оболонці перших n елементів базису $\{v_i\}$. Дійсно, відображення $\bar{B}(\bar{C}) : 0 \subset B_i(\bar{C}) = \langle A_\lambda^p(u_n) - f, v_i^* \rangle, i = 1, \dots, n$, внаслідок коерцитивності оператора $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ задовольняє умови "гострого кута":

$$\begin{aligned} \langle \bar{B}(\bar{C}), \bar{C}^* \rangle &= \left\langle A_\lambda^p \left(\sum_{i=1}^n c_i v_i \right) - f, \sum_{i=1}^n c_i^* v_i^* \right\rangle = \\ &= \langle A_\lambda^p(u_n) - f, u_n | u_n |^{p-2} \rangle \geq \\ &\geq \left(\frac{h_\lambda^p(u_n, |u_n|^{p-2})}{\|u_n | u_n |^{p-2}\|_{W_1^p}} - \|f\|_{W_{-1}^p} \right) \|u_n | u_n |^{p-2}\|_{W_1^p} \geq 0. \end{aligned}$$

Оскільки $A_\lambda^p(u_n)$ – неперервне відображення на скінченних підпросторах простору $W_{1,0}^p$, має місце існування $\bar{C}, |\bar{C}| = R, \bar{B}(\bar{C}) = 0$ внаслідок умови "гострого кута" для досить великих $R > 0$.

Отже, ми фактично вказали спосіб побудови послідовності $\{u_n(x)\}$, такої, що є розв'язками систем (6), тобто далі хочемо довести, що послідовність $\{u_n(x)\}$ збігається до розв'язку рівняння (1).

Використовуючи умову коерцитивності оператора $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ одержуємо $\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p} \leq \|f\|_{W_{-1}^p}$. Якщо нами буде доведено, що $\|u_n\|_{W_{-1}^p} < C$, де стала залежить лише від структури рівняння, тоді внаслідок слабкої компактності W_{-1}^p [3, с. 180] існує підпослідовність $(u_{n'}(x))$, така, що $u_{n'} \xrightarrow{W_{-1}^p} u_0$ – слабо і $A_\lambda^p(u_{n'}) \xrightarrow{W_{-1}^p} y$ – слабо. Покажемо, що $y = A_\lambda^p(u_0) = f$, звідси впливатиме, що відображення $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ є сюр'екцією, або "відображенням на".

Для того щоб довести останнє твердження, складемо "інтегральні тотожності":

$$\langle A_\lambda^p(u_{n'}) v_i^* \rangle = \langle f, v_i^* \rangle, \quad i = 1, \dots \quad (8)$$

Перейдемо у (8) до границі при $n' \rightarrow +\infty$. Одержимо $\lim_{n' \rightarrow \infty} A_\lambda^p(u_{n'}) = y = f$ (границя по нормі W_{-1}^p).

Оскільки оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ акретивний в L^p , то $\langle A_\lambda^p(u_{n'}) - A_\lambda^p(v), (u_{n'} - v) | u_{n'} - v |^{p-2} \rangle \geq 0$. В останній нерівності, переходячи до границі при $n' \rightarrow \infty$, одержуємо $\langle y - A_\lambda^p(v), (u_0 - v) | u_0 - v |^{p-2} \rangle \geq 0$.

Покладаючи $v = u_0 - t z, t > 0, \forall z \in W_{1,0}^p$ і далі скорочуючи обидві частини одержаної нерівності на t^{p-1} , знаходимо, що $\langle y - A_\lambda^p(u_0 - t z), z | z |^{p-2} \rangle \geq 0$.

Використовуючи хемінеперервність оператора $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ та довільність вибору елемента $z \in W_{1,0}^p$, одержуємо $y = A_\lambda^p(u_0) = f$, тобто для заданих початкових даних ми побудували послідовність $\{u_{n'}\}$ і довели її збіжність до елемента $u_0 \in W_{-1}^p$, такого, що реалізує розв'язок рівняння (1) за згаданих вище умов.

Таким чином, теорема про існування розв'язку рівняння (1) буде доведена (доведення єдиності наведено пізніше), якщо ми встановимо наявність апріорної оцінки $\|u_n\|_{W_1^p} < C$. Отже, справедлива така лема.

Лема 5. Наближення Гальоркіна u_n розв'язків рівняння (1) задовольняють апріорну оцінку $\|u_n(x)\| < C$.

Для того щоб довести лему, складемо інтегральну тотожність

$$\lambda \langle u_n^r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle + (p-1) \langle du_n^r \circ a \circ du_n^r, |u_n^r |^{p-2} \rangle + \langle b(x, u_n, \nabla u_n), u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle = \langle f, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle.$$

Використовуючи нерівності Гельдера і Юнга, одержуємо

$$\|u_n\|_p \leq \frac{\|f\|_p}{\lambda - \|\mu_3\|_p - \frac{p-1}{p} \|\mu_1\|_\infty - \|\mu_2\|_\infty},$$

де використана техніка, аналогічна тій, що застосовувалась для доведення леми 1.

Далі продиференціюємо почленно рівняння (1) при $u = u_n$ і складемо інтегральну тотожність

$$\begin{aligned} & \lambda \langle u_n^r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle + \langle d(u_n^r | u_n^r |^{p-2}) \circ a^r \circ du_n^r \rangle + \\ & + \langle d(u_n^r | u_n^r |^{p-2}) \circ a \circ du_n^r \rangle + \langle b^r(x, u_n, \nabla u_n), \\ & u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle + \langle b^u(x, u_n, \nabla u_n), u_n^r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle + \\ & + \langle b^{\nabla u}(x, u_n, \nabla u_n) \circ du_n^r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle = \\ & = \langle f_r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle. \end{aligned}$$

Одержимо

$$\begin{aligned} & \lambda \|u_n^r\|_p^p + \\ & + 4 \frac{p-1}{p^2} \langle d(u_n^r | u_n^r |^{\frac{p-2}{2}}) \circ a^r \circ d(u_n^r | u_n^r |^{\frac{p-2}{2}}) \rangle + \\ & + 4 \frac{p-1}{p^2} \langle d(u_n^r | u_n^r |^{\frac{p-2}{2}}) \circ a \circ d(u_n^r | u_n^r |^{\frac{p-2}{2}}) \rangle - \\ & - |\langle \mu_6 | \nabla u_n | + \mu_7 | u_n | + \mu_8, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle| - \\ & - |\langle (\mu_9 | \nabla u_n | + \mu_{10} | u_n | + \mu_{11}), u_n^r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle| - \\ & - |\langle (\mu_{12} | \nabla u_n | + \mu_{13} | u | + \mu_{14}) | \nabla u_n^r, u_n^r | u_n^r |^{p-2} \rangle| \leq \\ & \leq \langle -f, \nabla_r(u_n^r | u_n^r |^{p-2}) \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

Сумуючи почленно нерівність (9) (починаючи від 1 до l) і використовуючи нерівність Гельдера і Юнга, одержуємо $\|\nabla u_n\|_p^p \leq C(l, p, \mu_i, f)$, $i = 1, \dots, n$, де ця залежність розуміється

як функціональна. Звідси випливає необхідна оцінка $\|u_n\|_{W_1^p} < C$, де C залежить від структури рівняння.

Єдиність розв'язку випливає з властивості акретивності оператора $A_\lambda^p(\cdot)$. Дійсно, покажемо, що цей розв'язок єдиний. Доводимо від супротивного. Нехай u_0 та u'_0 – два таких розв'язки. Тоді справедливі такі рівності:

$$\langle A_\lambda^p(u_0), \omega \rangle = 0, \langle A_\lambda^p(u'_0), \omega \rangle = 0 \quad \forall \omega \in W_{1,0}^p(R^l, d^l x),$$

тобто

$$\langle A_\lambda^p(u_0) - A_\lambda^p(u'_0), \omega \rangle = 0.$$

Поклавши $\omega = (u_0 - u'_0) | u_0 - u'_0 |^{p-2}$, отримаємо

$$\begin{aligned} 0 & = \langle A_\lambda^p(u_0) - A_\lambda^p(u'_0), (u_0 - u'_0) | u_0 - u'_0 |^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq \lambda \|u_0 - u'_0\|_p^p + (p-1) \langle d(u_0 - u'_0) u'_0 \circ a \circ d(u_0 - u'_0), \\ & |u_0 - u'_0 |^{p-2} \rangle - \|\mu_4\|_\infty \|u_0 - u'_0\|_p^p - \|\mu_5\|_\infty \langle \nabla(u_0 - u'_0), \\ & |u_0 - u'_0 |^{p-1} \rangle \geq 0, \end{aligned}$$

а це внаслідок строгої акретивності означає, що $u_0 = u'_0$. Отже, теорема доведена повністю.

Якщо в умовах (2) умову

$$\begin{aligned} & |b(x, u, \nabla u) - b(x, v, \nabla v)| \leq \\ & \leq \mu_4(x) |u - v| + \mu_5(x) |\nabla(u - v)| \end{aligned}$$

замінити умовою

$$\begin{aligned} & |b(x, u, \nabla u) - b(x, v, \nabla v)| \leq \\ & \leq \tilde{\mu}_4(x) |u - v|^\gamma + \tilde{\mu}_5(x) |\nabla(u - v)|^\gamma, \end{aligned}$$

то оператор уже не буде акретивним, але для нього буде справджуватися таке твердження:

$$\begin{aligned} & \langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v) | u - v |^{p-2} \rangle \geq \\ & - C_1 (\|u - v\|_{W_1^p}). \end{aligned}$$

Означення. Оператор $A_\lambda^p(\cdot) : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ називається псевдоакретивним в L^p , якщо

$$\begin{aligned} & \langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v) | u - v |^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq -c (\|u - v\|_{W_1^p})^{\frac{p-2}{2}}, \end{aligned}$$

де $c(\rho) \forall \rho > 0$ – неперервна додаткова функція, що задовольняє умову $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{c(\rho t)}{t^{p-1}} = 0$.

Лема 6. Оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ задовольняє умову напівобмеженої варіації:

$$\langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v) | u - v |^{p-2} \rangle \geq -C_1 (\|u - v\|_{W_1^p})^\gamma,$$

де $\gamma > 1$.

Доведення. Згідно з означенням псевдоакретивності, маємо

$$\begin{aligned} & \langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v) | u - v |^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq \lambda \|u - v\|_p^p + \langle d(u - v)^{\frac{p}{2}} \circ a \circ d(u - v)^{\frac{p}{2}} \rangle 4 \frac{(p-1)}{p^2} + \\ & + \langle \tilde{\mu}_4 | u - v |^\gamma + \tilde{\mu}_5 | u - v |^\gamma, (u - v) | u - v |^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq -\|\tilde{\mu}_4\|_\infty (\tilde{C}_1 \|u - v\|_p^p + \tilde{C}_2 \|(u - v)^\gamma\|_p^p) - \\ & - \|\tilde{\mu}_5\|_\infty (\tilde{C}_3 \|\nabla(u - v)^\gamma\|_p^p + \tilde{C}_4 \|u - v\|_p^p). \end{aligned}$$

Лема доведена.

Якщо виконуються вимоги лем 1–3 і леми 6, тоді відображення буде сюр’ективним, отже, буде мати місце така теорема.

Теорема 2. Якщо виконуються умови лем 1–3 і леми 6, то рівняння (1) має узагальнений розв’язок, а оператор $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$, $\lambda > 0$, $p \geq 2$, буде сюр’ективним відображенням.

Доведення. Нехай $\{v_i\}$ і $\{v_i^*\}$ – базиси просторів $W_{1,0}^p$, $W_{1,0}^{p'}$, відповідно. Нехай $[v_1, \dots, v_n]$ – лінійна оболонка базисних елементів v_1, \dots, v_n . Оскільки форма $h_\lambda^p(u, v)$ коерцитивна, то внаслідок умови “гострого кута” існує $u_n \in [v_1, \dots, v_n]$, що задовольняє систему

$$h_\lambda^p(u_n, v_i^*) = \langle f, v_i^* \rangle, \quad i = 1, \dots, n. \quad (10)$$

Нехай $\|u_n\|_{W_1^p} < C$. Тоді внаслідок леми 2 існує підпоследовність $(u_{n'})$, така, що $\omega\text{-}\lim u_{n'} =$

$= u_0$, $\omega\text{-}\lim A_\lambda^p(u_{n'}) = y$ при $n' \rightarrow \infty$. Переходячи в (10) до границі при $n' \rightarrow \infty$, одержуємо $\langle y, v_i^* \rangle = \langle f, v_i^* \rangle$, але можемо записати

$$\begin{aligned} & h_\lambda^p(u_{n'}, u_{n'} | u_{n'} |^{p-2}) = \\ & = \langle f, u_{n'} | u_{n'} |^{p-2} \rangle \rightarrow \langle u_0 | u_0 |^{p-2}, f \rangle \end{aligned}$$

при $n' \rightarrow \infty$.

Покажемо, що $A_\lambda^p(u_0) = f$. Використовуючи лему 6, одержуємо

$$\begin{aligned} & \lim_{n' \rightarrow \infty} \langle A_\lambda^p(u_{n'}) - A_\lambda^p(v), (u_{n'} - v) | u_{n'} - v |^{p-2} \rangle = \\ & = \langle y - A_\lambda^p(v), (u_0 - v) | u_0 - v |^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq -(C_1 \|u_0 - v\|_p^p + C_2 \|(u_0 - v)^\gamma\|_p^p + \\ & + C_3 \|\nabla(u_0 - v)^\gamma\|_p^p). \quad (11) \end{aligned}$$

Поклавши в (11) $v = u_0 - tz$, $t > 0 \quad \forall z \in W_{1,0}^p$, одержимо

$$\begin{aligned} & t^{p-1} \langle y - A_\lambda^p(u_0 - tz), z | z |^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq -(C_1 t^p \|z\|_p^p + C_2 t^{\gamma p} \|z\|_p^p + C_3 t^{\gamma p} \|\nabla z\|_p^p) \end{aligned}$$

при $\gamma \geq 1$. Скорочуючи обидві частини останньої нерівності на t^{p-1} і переходячи до границі при $t \rightarrow 0$ із врахуванням умови хемінеперервності оператора $A_\lambda^p : W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$, приходимо до нерівності

$$\langle y - A_\lambda^p(u_0), z | z |^{p-2} \rangle \geq 0 \quad \forall z \in W_{1,0}^p,$$

звідки випливає $y = A_\lambda^p(u_0)$. Теорема 2 доведена.

Висновки

Рівняння (1) однозначно розв’язне за умов (2) в $W_1^p(R^l, d^l x)$. За таких загальних умов цей результат одержано вперше. Із запропонованого способу розв’язання рівняння видно, що після незначної модернізації та уточнення оцінок дані результати можуть бути істотно покращені.

Н.М. Кухарчук, Н.И. Яременко

О РАЗРЕШИМОСТИ КВАЗИЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ С МАТРИЦЕЙ ГИЛЬБАРГА-СЕРРИНА В R^l

Робота посвящена исследованию квазилинейного эллиптического уравнения второго порядка с матрицей Гильбарга–Серрина во всем евклидовом пространстве R^l , $l \geq 3$. Расширено понятие решения – вместо условия сильной коэрцитивности введено условие слабой коэрцитивности, доказана его разрешимость в R^l .

M.M. Kukharchuk, M.I. Yaremenko

ON SOLVABILITY OF THE QUASILINEAR ELLIPTIC EQUATIONS WITH GILBARG-SERRIN MATRIX

The present paper articulates the second-order quasilinear elliptic equations with slow increasing coefficients in the whole Euclidean space R^l , $l \geq 3$. Furthermore, we deviate from the traditional point of view on the admissible class of the generalized solutions of the second-order elliptic equations, where the uniqueness theorem of Dirichlet problem is not exploited “in the small”. Instead, we prove the probability of the solution of the elliptic equations with Gilbarg-Serrin matrix.

1. *Кухарчук Н.М.* Разрешимость квазилинейных эллиптических уравнений второго порядка с умеренными медленно растущими коэффициентами в пространствах $W_1^p(R^l, d^l x)$, $p \geq 2$, $l \geq 3$. – К.: Ин-т математики, 1988. – 52 с.
2. *Кухарчук М.М.* Про розв’язність квазілінійних еліптичних рівнянь другого порядку в R^l // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2004. – № 2. – С. 145–158.
3. *Иосида К.* Функциональный анализ. – М.: Мир, 1967. – 624 с.
4. *Кухарчук М.М., Яременко М.І.* Про однозначну розв’язність рівняння $(\lambda - ad^2)u = f$ // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2007. – № 3. – С. 150–156.
5. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
26 жовтня 2007 року

УДК 517.968

Г.О. Южакова

НОВИЙ ТИП СИСТЕМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Вступ

Ефективним апаратом для розв'язання змішаних крайових задач математичної фізики, теорії електростатики, теорії дифракції та інших задач є парні та потрійні інтегральні рівняння та їх системи. Методи розв'язання цих систем різноманітні, оскільки вибір методу істотно залежить від складу і властивостей функцій, що утворюють ядра рівнянь системи [1–3 та ін.].

Системи *гібридних* парних і потрійних інтегральних рівнянь, які виникають при розв'язанні змішаних крайових задач у *кусково-неоднорідних середовищах*, дотепер вивчені мало, тому розв'язання таких систем нині є актуальним питанням. У даній статті розглянуто системи саме гібридних парних і потрійних інтегральних рівнянь із спеціальними функціями складного вигляду в ядрах — функцією Бесселя ν -го порядку 1-го роду $J_\nu(x\tau)$ і узагальненою приєднаною функцією Лежандра 1-го роду $P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\text{ch } x)$.

Постановка задачі

Розглянемо системи гібридних парних інтегральних рівнянь

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^\infty \tau^{-\nu} J_\nu(x\tau) \sum_{k=1}^n a_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau &= p_i(x), \\ 0 \leq x \leq x_0, \\ \int_0^\infty \tau P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\text{ch } x) \sum_{k=1}^n b_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau &= q_i(x), \\ x_0 < x < \infty, \end{aligned} \right. \quad (1) \quad i = \overline{1, n}$$

і гібридних потрійних інтегральних рівнянь вигляду

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^\infty \tau^{1-\nu} J_\nu(x\tau) \sum_{k=1}^n a_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau &= f_i(x), \\ 0 \leq x \leq x_1, \\ \int_0^\infty \tau P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\text{ch } x) \sum_{k=1}^n b_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau &= g_i(x), \\ x_1 < x \leq x_2, \\ \int_0^\infty \sin(x\tau) \sum_{k=1}^n c_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau &= h_i(x), \\ x_2 < x < \infty, \end{aligned} \right. \quad (2) \quad i = \overline{1, n}$$

У цих системах праві частини рівнянь є відомими функціями, визначеними на відповідних проміжках; x_0, x_1, x_2 — дійсні додатні числа; a_{ik}, b_{ik} і c_{ik} ($i, k = \overline{1, n}$) — відомі коефіцієнти, причому кожна з матриць $(a_{ik}), (b_{ik})$ і (c_{ik}) має розмірність $n \times n$ і є невивроженою; $J_\nu(x\tau)$ — функція Бесселя ν -го порядку 1-го роду; $P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\text{ch } x)$ — узагальнена приєднана функція Лежандра 1-го роду; $|m| < 1/2, n < 3/2$; $p_i(x) = O(x^{-\alpha}), f_i(x) = O(x^{-\alpha})$ при $x \rightarrow 0$, де $\alpha < 3/2$; $\nu > 0$.

Шуканими є невідомі функції $\varphi_k(\tau), k = \overline{1, n}$, визначені на області $\tau \in [0, \infty)$.

Деякі властивості функцій $P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\text{ch } x)$ і $J_\nu(x\tau)$

Як відомо [4], узагальнена приєднана функція Лежандра $P_k^{m,n}(z)$ є одним із лінійно незалежних розв'язків диференціального рівняння

$$(1-z^2) \frac{d^2 u}{dz^2} - 2z \frac{du}{dz} + \left[k(k+1) - \frac{m^2}{2(1-z)} - \frac{n^2}{2(1+z)} \right] u = 0,$$

де параметри k, m, n в загальному випадку набувають комплексних значень. При умовах існування $P_k^{m,n}(z)$ [4] і, крім того, $\text{Re}\left(\frac{1}{2} - m\right) > 0$, справедливе інтегральне зображення функції $P_k^{m,n}(\text{ch } x)$:

$$P_k^{m,n}(\operatorname{ch} x) = \frac{2^{(n-m+1)/2} (\operatorname{sh} x)^m}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right)} \int_0^x \frac{\operatorname{ch}(k+1/2)t}{(\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} t)^{m+1/2}} \times \\ \times {}_2F_1\left(\frac{n-m}{2}, -\frac{m+n}{2}; \frac{1}{2}-m; \frac{\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} t}{1 + \operatorname{ch} x}\right) dt,$$

де ${}_2F_1\left(\frac{n-m}{2}, -\frac{m+n}{2}; \frac{1}{2}-m; \frac{\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} t}{1 + \operatorname{ch} x}\right)$ – гіпергеометрична функція Гаусса.

Для подальшого нам потрібна формула, одержана в [5], яка відображає зв'язок між узагальненою приєднаною функцією Лежандра $P_k^{m,n}(\operatorname{ch} x)$ і тригонометричним косинусом:

$$\cos \xi \tau = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right) \cos \pi m}{\sqrt{\pi} 2^{(n-m+1)/2}} \frac{d}{d\xi} \left\{ (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} \times \right. \\ \times \int_0^\xi (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-1/2} (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} {}_2F_1\left(\frac{n-m}{2}, \right. \\ \left. \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2}+m; \frac{\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{ch} \xi}\right) \times \\ \left. \times P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\operatorname{ch} x) (\operatorname{sh} x)^{1-m} dx \right\}. \quad (3)$$

Подібна властивість має місце і для функції Бесселя ν -го порядку 1-го роду $J_\nu(x\tau)$ [6]:

$$\cos(\xi\tau) = \frac{2^\nu \sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2-\nu) \tau^\nu} \frac{d}{d\xi} \int_0^\xi \frac{x^{\nu+1} J_\nu(x\tau)}{(\xi^2 - x^2)^{\nu+1/2}} dx. \quad (4)$$

Співвідношення (3), (4) дають можливість звести систему гібридних парних інтегральних рівнянь (1) до \cos -перетворення Фур'є від невідомих функцій $\varphi_k(\tau)$, $k = \overline{1, n}$.

Зведення рівнянь системи (1) до \cos -перетворення Фур'є від невідомих функцій

Помножимо перші рівняння системи (1) на вираз

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2^\nu \sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2-\nu)} \frac{x^{\nu+1}}{(\xi^2 - x^2)^{1/2+\nu}}$$

і проінтегруємо їх по x від 0 до ξ ($0 \leq \xi \leq x_0$):

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2^\nu \sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2-\nu)} \int_0^\xi \frac{x^{\nu+1}}{(\xi^2 - x^2)^{1/2+\nu}} \times$$

$$\times \int_0^\infty \tau^{-\nu} J_\nu(x\tau) \sum_{k=1}^n a_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau dx = \\ = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2^\nu \sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2-\nu)} \int_0^\xi \frac{x^{\nu+1} p_i(x)}{(\xi^2 - x^2)^{1/2+\nu}} dx, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

За умови, що всі функції $p_i(x)$ абсолютно інтегровані з вагою $x^{\nu+1}$ при $x \in [0, +\infty)$:

$$\int_0^\infty x^{\nu+1} |p_i(x)| dx < \infty, \quad i = \overline{1, n},$$

інтеграли в правих частинах (5) є рівномірно збіжними, тому можна поміняти порядок інтегрування:

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \sum_{k=1}^n a_{ik} \varphi_k(\tau) \frac{2^\nu \sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2-\nu) \tau^\nu} \times \\ \times \int_0^\xi \frac{x^{\nu+1} J_\nu(x\tau)}{(\xi^2 - x^2)^{1/2+\nu}} dx d\tau = \\ = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2^\nu \sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2-\nu)} \int_0^\xi \frac{x^{\nu+1} p_i(x)}{(\xi^2 - x^2)^{1/2+\nu}} dx. \quad (6)$$

Після диференціювання (6) по ξ і врахування (4) для перших рівнянь системи (1) дістанемо

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \cos(\xi\tau) \sum_{k=1}^n a_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau = \tilde{p}_i(\xi), \quad (7)$$

де позначено

$$\tilde{p}_i(\xi) = \frac{2^{\nu+1}}{\Gamma(1/2-\nu)} \frac{d}{d\xi} \int_0^\xi \frac{x^{\nu+1} p_i(x)}{(\xi^2 - x^2)^{1/2+\nu}} dx, \quad i = \overline{1, n}.$$

Для других рівнянь системи (1) покладемо $q_i(x) = q_i(x)H(x-x_0)$, де $H(x)$ – одинична функція Гевісайда. Тепер помножимо обидві частини других рівнянь (1) на вираз

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right) \frac{2^{(m-n)/2}}{\pi} \cos \pi m (\operatorname{sh} x)^{1-m} (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-\frac{1}{2}} \times \\ \times (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} \times \\ \times {}_2F_1\left(\frac{m-n}{2}, \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2}+m; \frac{\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} \xi}{1 + \operatorname{ch} x}\right)$$

і проінтегруємо по x від 0 до ξ , а отримані результати продиференціюємо по ξ , $\xi \in (x_0; +\infty)$. Дістанемо

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right)\frac{2^{(m-n)/2}}{\pi}\cos\pi m\int_0^\infty\sum_{k=1}^nb_{ik}\varphi_k(\tau)\times$$

$$\times\frac{d}{d\xi}\left\{(\operatorname{ch}\xi+1)^{\frac{n-m}{2}}\int_0^\xi(\operatorname{sh}x)^{1-m}P_{-\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\operatorname{ch}x)\times\right.$$

$$\times(\operatorname{ch}\xi-\operatorname{ch}x)^{m-1/2}(\operatorname{ch}x+1)^{\frac{m-n}{2}}\times$$

$$\times{}_2F_1\left(\frac{m-n}{2},\frac{1+m-n}{2};\frac{1}{2}+m;\right.$$

$$\left.\frac{\operatorname{ch}\xi-\operatorname{ch}x}{1+\operatorname{ch}\xi}\right)dx\left.\right\}d\tau=\tilde{q}_i(\xi),\quad i=\overline{1,n},\quad (8)$$

де

$$\tilde{q}_i(\xi)=\Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right)\frac{2^{(m-n)/2}}{\pi}\cos\pi m\frac{d}{d\xi}\left\{(\operatorname{ch}\xi+1)^{\frac{n-m}{2}}\times\right.$$

$$\times\int_0^\xi(\operatorname{sh}x)^{1-m}q_i(x)H(x-x_0)(\operatorname{ch}\xi-\operatorname{ch}x)^{m-1/2}\times$$

$$\times(\operatorname{ch}x+1)^{\frac{m-n}{2}}{}_2F_1\left(\frac{m-n}{2},\frac{1+m-n}{2};\frac{1}{2}+m;\right.$$

$$\left.\frac{\operatorname{ch}\xi-\operatorname{ch}x}{1+\operatorname{ch}\xi}\right)dx\left.\right\},\quad i=\overline{1,n}.$$

Враховуючи (3), подамо (8) у вигляді

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty\cos(\xi\tau)\sum_{k=1}^nb_{ik}\varphi_k(\tau)d\tau=\tilde{q}_i(\xi),\quad i=\overline{1,n},$$

$$\xi>x_0.\quad (9)$$

Якщо позначити $F_c[y;\xi]$ косинус-перетворення Фур'є [7] від y , то співвідношення (7) і (9) можна подати в операторній формі:

$$\begin{cases} F_c[\mathbf{A}\Phi(\tau);\xi]=\tilde{P}(\xi), & 0\leq\xi\leq x_0, \\ F_c[\mathbf{B}\Phi(\tau);\xi]=\tilde{Q}(\xi), & x_0<\xi<\infty, \end{cases}$$

де $\Phi(\tau)$ – вектор невідомих функцій з компонентами $\varphi_k(\tau)$, $k=\overline{1,n}$; $\tilde{P}(\xi)$ і $\tilde{Q}(\xi)$ – вектори з компонентами $\tilde{p}_i(\xi)$ та $\tilde{q}_i(\xi)$, $i=\overline{1,n}$; $\mathbf{A}=(a_{ik})$ і $\mathbf{B}=(b_{ik})$ – матриці розмірності $n\times n$.

Тепер, використовуючи формулу обернення для косинус-перетворення Фур'є [7], одержимо розв'язок системи (1) у векторній формі:

$$\Phi(\tau)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\int_0^{x_0}\mathbf{A}^{-1}\tilde{P}(\xi)\cos(\xi\tau)d\xi+\right.$$

$$\left.+\int_{x_0}^\infty\mathbf{B}^{-1}\tilde{Q}(\xi)\cos(\xi\tau)d\xi\right].\quad (10)$$

Зведення рівнянь системи (2) до sin-перетворення Фур'є від невідомих функцій

Для розв'язання системи гібридних потрійних інтегральних рівнянь (2) проінтегруємо (3) і (4) по ξ від 0 до ξ і одержимо вирази для $\sin(\xi\tau)$ через $J_\nu(x\tau)$ і $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\operatorname{ch}x)$:

$$\sin(\xi\tau)=\frac{2^\nu\sqrt{\pi}\tau^{1-\nu}}{\Gamma(1/2-\nu)}\int_0^\xi\frac{x^{\nu+1}J_\nu(x\tau)}{(\xi^2-x^2)^{\nu+1/2}}dx,$$

$$\tau>0,\quad \xi>0,\quad (11)$$

$$\sin(\xi\tau)=\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}-m\right)\cos\pi m}{\sqrt{\pi}2^{(n-m+1)/2}}\tau(\operatorname{ch}\xi+1)^{\frac{n-m}{2}}\times$$

$$\times\int_0^\xi(\operatorname{ch}\xi-\operatorname{ch}x)^{m-1/2}(\operatorname{ch}x+1)^{\frac{m-n}{2}}\times$$

$$\times{}_2F_1\left(\frac{m-n}{2},\frac{1+m-n}{2};\frac{1}{2}+m;\frac{\operatorname{ch}\xi-\operatorname{ch}x}{1+\operatorname{ch}\xi}\right)\times$$

$$\times P_{-\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\operatorname{ch}x)(\operatorname{sh}x)^{1-m}dx.\quad (12)$$

Тепер перші з рівнянь системи (2) помножимо на вираз $\frac{2^\nu\sqrt{2}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\nu\right)}\frac{x^{\nu+1}}{(\xi^2-x^2)^{\nu+1/2}}$ і проінтегруємо результати по x від 0 до ξ :

$$\int_0^\xi\left[\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{2^\nu\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\nu\right)}\frac{x^{\nu+1}}{(\xi^2-x^2)^{\nu+1/2}}\times\right.$$

$$\times\left.\int_0^\infty\tau^{1-\nu}J_\nu(x\tau)\sum_{k=1}^na_{ik}\varphi_k(\tau)d\tau\right]d\xi=$$

$$=\frac{2^\nu\sqrt{2}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\nu\right)}\int_0^\xi\frac{x^{\nu+1}f_i(x)}{(\xi^2-x^2)^{\nu+1/2}}dx,\quad i=\overline{1,n}.\quad (13)$$

Позначимо

$$\tilde{f}_i(\xi) = \frac{2^v \sqrt{2}}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - v\right)} \int_0^\xi \frac{x^{v+1} f_i(x)}{(\xi^2 - x^2)^{v+1/2}} dx.$$

Тоді, змінюючи в (13) порядок інтегрування, дістанемо

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \sum_{k=1}^n a_{ik} \varphi_k(\tau) \left[\int_0^\xi \frac{2^v \sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - v\right)} \frac{x^{v+1}}{(\xi^2 - x^2)^{v+1/2}} \tau^{1-v} \times \right. \\ \left. \times J_v(x\tau) d\xi \right] d\tau = \tilde{f}_i(\xi), \quad i = \overline{1, n}, \quad 0 \leq \xi \leq x_1,$$

або – у векторній формі:

$$F_s[\mathbf{A}\Phi(\tau); \xi] = \tilde{F}(\xi), \quad (14)$$

де F_s – синус-перетворення Фур'є [7]; $\tilde{F}(\xi)$ – вектор з компонентами $\tilde{f}_i(\xi)$, $i = \overline{1, n}$.

Довизначимо функції $g_i(x)$, $i = \overline{1, n}$, на проміжку $x \in [0; x_1]$, поклавши $g_i(x) = g_i(x) \times \mathbf{H}(x - x_1)$. Тоді другі рівняння з системи (2) помножимо на вираз

$$\frac{2^{\frac{m-n}{2}}}{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{2} - m\right) \cos \pi m (\operatorname{sh} x)^{1-m} (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-\frac{1}{2}} \times \\ \times (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} \times \\ \times {}_2F_1\left(\frac{m-n}{2}, \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2} + m; \frac{\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{ch} \xi}\right)$$

і проінтегруємо по x від 0 до ξ :

$$\int_0^\xi \left\{ \frac{2^{\frac{m-n}{2}}}{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{2} - m\right) \cos \pi m (\operatorname{sh} x)^{1-m} \times \right. \\ \left. \times (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-\frac{1}{2}} (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} \times \right. \\ \left. \times {}_2F_1\left(\frac{m-n}{2}, \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2} + m; \frac{\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{ch} \xi}\right) \times \right. \\ \left. \times \int_0^\infty \tau P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n} (\operatorname{ch} x) \sum_{k=1}^n b_{ik} \varphi_k(\tau) d\tau \right\} dx = \int_0^\xi \frac{2^{\frac{m-n}{2}}}{\pi} \times \\ \times \Gamma\left(\frac{1}{2} - m\right) \cos \pi m (\operatorname{sh} x)^{1-m} (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-\frac{1}{2}} \times$$

$$\times (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} {}_2F_1\left(\frac{m-n}{2}, \right. \\ \left. \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2} + m; \frac{\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{ch} \xi}\right) g_i(x) \times \\ \times \mathbf{H}(x - x_1) dx, \quad i = \overline{1, n}. \quad (15)$$

Нехай

$$\tilde{g}_i(\xi) = \frac{2^{\frac{m-n}{2}}}{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{2} - m\right) \cos \pi m (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} \times \\ \times \int_0^\xi g_i(x) \mathbf{H}(x - x_1) (\operatorname{sh} x)^{1-m} (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-\frac{1}{2}} \times \\ \times (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} {}_2F_1\left(\frac{m-n}{2}, \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2} + m; \right. \\ \left. \frac{\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{ch} \xi}\right) dx.$$

Тоді, змінюючи зліва в (15) порядок інтегрування, дістанемо

$$\frac{2^{\frac{m-n}{2}}}{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{2} - m\right) \cos \pi m \int_0^\infty \tau \sum_{k=1}^n b_{ik} \varphi_k(\tau) (\operatorname{ch} \xi + 1)^{\frac{n-m}{2}} \times \\ \times \left\{ \int_0^\xi P_{\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n} (\operatorname{ch} x) (\operatorname{sh} x)^{1-m} (\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x)^{m-\frac{1}{2}} \times \right. \\ \left. \times (\operatorname{ch} x + 1)^{\frac{m-n}{2}} {}_2F_1\left(\frac{m-n}{2}, \frac{1+m-n}{2}; \frac{1}{2} + m; \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\operatorname{ch} \xi - \operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{ch} \xi}\right) dx \right\} d\tau = \tilde{g}_i(\xi), \quad i = \overline{1, n}.$$

Із врахуванням (12) останні співвідношення подамо у вигляді

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \sum_{k=1}^n b_{ik} \varphi_k(\tau) \sin(\xi\tau) d\tau = \tilde{g}_i(\xi), \quad i = \overline{1, n}, \\ x_1 < \xi \leq x_2,$$

або – у векторній формі

$$F_s[\mathbf{B}\Phi(\tau); \xi] = \tilde{G}(\xi),$$

де $\tilde{G}(\xi)$ – вектор з компонентами $\tilde{g}_i(\xi)$, $i = \overline{1, n}$.

Таким чином, систему гібридних потрійних інтегральних рівнянь (2) можна записати в операторній формі:

$$\begin{cases} F_s[\mathbf{A}\Phi(\tau); \xi] = \tilde{F}(\xi), & 0 \leq \xi \leq x_1, \\ F_s[\mathbf{B}\Phi(\tau); \xi] = \tilde{G}(\xi), & x_1 < \xi \leq x_2, \\ F_s[\mathbf{C}\Phi(\tau); \xi] = \tilde{H}(\xi), & x_2 < \xi < \infty, \end{cases}$$

де $\tilde{H}(\xi)$ – вектор з компонентами $\tilde{h}_i(\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} h_i(\xi)$, $i = \overline{1, n}$.

Скориставшись формулою обернення синус-перетворення Фур'є [7], дістанемо розв'язок системи (2) (у векторній формі):

$$\Phi(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{x_1} \mathbf{A}^{-1} \tilde{F}(\xi) \sin(\xi\tau) d\xi +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{B}^{-1} \tilde{G}(\xi) \sin(\xi\tau) d\xi + \int_{x_2}^{\infty} \mathbf{C}^{-1} \tilde{H}(\xi) \sin(\xi\tau) d\xi \quad (16)$$

Висновки

Використання властивостей функції Бесселя $J_\nu(x\tau)$ та узагальненої приєднаної функції Лежандра $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}^{m,n}(\text{ch } x)$, а саме їх зв'язку з тригонометричними функціями, дозволило знайти розв'язки систем гібридних парних і потрійних інтегральних рівнянь, що містять в ядрах вказані функції. У подальшому розглянуті системи гібридних парних і потрійних інтегральних рівнянь можна буде використовувати при розв'язанні змішаних крайових задач у випадках кусково-неоднорідних середовищ.

А.А. Южакова

НОВЫЙ ТИП СИСТЕМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрена задача отыскания решения систем гибридных парных интегральных уравнений, содержащих в ядрах функцию Бесселя 1-го рода и обобщенную присоединенную функцию Лежандра 1-го рода, и систем гибридных тройных интегральных уравнений, содержащих в ядрах указанные функции и тригонометрический синус. Решения систем найдены в замкнутой форме.

G.O. Yuzhakova

A NEW TYPE OF INTEGRAL EQUATION SYSTEMS

This paper considers the hybrid dual integral equations with the Bessel's function of the first kind, describes Legendre's generalized associated function of the first kind in the kernels, studies the hybrid triple integral equations with the above mentioned functions and trigonometric sine in the kernels. Besides, the solutions of these systems are obtained in a closed form.

1. *Климик Я.Л.* Розв'язок системи парних інтегральних рівнянь спеціального виду // Вісник Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. – 2000. – № 5. – С. 26–30.
2. *Пономаренко С.П.* Операторный метод решения систем парных интегральных уравнений, связанных с интегральным преобразованием Мелера–Фока // Укр. мат. журн. – 1982. – 34, № 3. – С. 316–321.
3. *Yang J.H., Lee K.Y.* Penny-shaped crack in a piezoelectric cylinder under electro-mechanical loads // Arch. Appl. Mech. – 2003. – 73, № 5-6. – P. 323–336.
4. *Kuipers L., Meulenbeld B.* On a generalization of Legendre's associated differential equation // Proc. Konl. Nederl. Akad. Wet. A. – 1957. – 60, N 4. – P. 436–450.
5. *Virchenko N., Fedotova I.* Generalized Associated Legendre Functions and Their Applications. – Singapore: World Scientific, 2001. – 195 p.
6. *Южакова Г.О.* Про системи гібридних парних інтегральних рівнянь // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2005. – № 1. – С. 152–156.
7. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3. – М.: Физматлит, 2005. – 728 с.

РЕФЕРАТИ

УДК 621.396.74

Модель прямого каналу системи широкосмугового радіодоступу з диференційованими послугами гарантованої передачі / Кравчук С.О. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 5–12.

Формулюється проста аналітична модель класу гарантованої передачі диференційованих послуг по безпроводових каналах. Виходячи з припущення про повільні завмирання в каналі і використовуючи метод керування чергами RIO (Random Early Detection Input/Output – випадкове раннє виявлення на вході/виході), було отримано вирази для визначення параметрів, що характеризують послуги, надані різним типам пакетів. Хоча модель є спрощеною, вона ефективна для обчислення, і отримані результати близькі до даних імітаційного моделювання процесу.

Лл. 4. Табл. 1. Бібліогр.: 18 назв.

УДК 621.18

Кількісна оцінка впливу збурюючих факторів на ефективність регулювання процесу спалювання палива / Шаповал І.В. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 13–17.

Розглянуто питання підвищення ефективності спалювання палива в енергетичних установках і впливу збурюючих факторів на процес керування співвідношенням паливо–повітря в процесі горіння. Зроблено кількісну оцінку впливу зміни складу природного газу та зміни температури повітря, що вдувається, на ефективність спалювання палива.

Лл. 1. Табл. 2. Бібліогр.: 12 назв.

УДК 62-50

Модифікований метод формування структури мережі Байєса / Бідюк П.І., Баклан Я.І. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 18–27.

Запропоновано модифіковану процедуру навчання мережі Байєса на основі статистичних даних. Отримані важливі рекурсивні формули, які дають можливість оптимізувати процес обчислень. Розроблений алгоритм евристичного пошуку структури дозволяє нівелювати залежність вершин від їх початкового впорядкування.

Лл. 4. Бібліогр.: 13 назв.

УДК 681. 3.07

Системне проектування процесів інформатизації / Масляк П.П. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 28–36.

Пропонується і досліджується ідея застосування системного аналізу і теорії систем для визначення системного критерію поділу проектів інформатизації на частини не за функціональною ознакою, а за загальносистемними ознаками, що дозволяє істотно вдосконалити ітеративний процес інформатизації організаційних систем і забезпечити представлення проекту інформатизації як системи всіх сутностей і відношень між ними.

Лл. 7. Табл. 1. Бібліогр.: 16 назв.

УДК 581.52

Імперативний мандат як чинник керування / Повещенко Г.П. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 37–42.

Розглянуто можливість математичної формалізації парламентського процесу конкуренції ідей в Україні як взаємодію процесів спілкування і регуляції. На основі математичної моделі показано нестійкість ситуації “коаліція–опозиція” та вимушену необхідність імперативного мандата як реакцію на “непримиренність” опозиції.

Лл. 6. Бібліогр.: 3 назв.

УДК 669.15/24/784.4.0620.181

Природа магнітних ефектів при нагріванні загартованих сплавів Fe–C / Белоус М.В., Гермаш Л.П., Долянівська О.В., Кузь О.П. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 43–46.

Методом побудови дискретних циклічних термомагнітних кривих проведено аналіз магнітних ефектів при нагріванні загартованих залізо–вуглецевих сплавів. Установлено температурні інтервали зміни намагніченості, які відповідають різним стадіям утворення відносно стабільного карбиду заліза–цементиту.

Лл. 2. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 621.375.826:621

Особливості проектування операцій лазерної обробки деревини / Котляров В.П., Аламалходай Пура, Ярмоленко Є.В., Анякін М.І. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 47–55.

Проаналізовано переваги і результати найбільш використовуваних операцій лазерної обробки виробів з дерева і можливості аналітичного проектування режимів обробки. Розроблено експрес-метод проектування режимів обробки для операцій контурного різання і технологію одночасного формування кромки виробу, визначено шляхи керуванням якістю об’ємного контурного гравіювання виробів. Наведено результати експериментальних досліджень розглянутих операцій і приклади їх виконання.

Лл. 9. Табл. 1. Бібліогр.: 8 назв.

УДК 538

Вплив магнітного поля на процес травлення сталі у водному розчині азотної кислоти / Горобець С.В., Горобець О.Ю., Било О.М., Кузнецов Ю.О. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 56–60.

Досліджується вплив магнітного поля на процес травлення пластин сталі в розчині азотної кислоти при різному напрямку прокату, що утворюється при виготовленні сталі. Знайдено часові залежності для зміни маси стравленої сталі в магнітному полі та без нього в слабкому розчині азотної кислоти за умови попередньої дії змінного магнітного поля на сталеві пластини до травлення.

Лл. 6. Бібліогр.: 16 назв.

УДК 669.01:621.762:621.89:621.9.048

Принципи формування структури і властивостей композиційних антифрикційних матеріалів на основі сталевих відходів / Роїк Т.А., Холявко В.В., Зора Б.П., Луференко О.С. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 61–65.

Наведено результати дослідження особливостей формування металографічної структури фізико-механічних та триботехнічних властивостей антифрикційних композиційних матеріалів на основі відходів сталі 5ХЗВЗМФС з домішками високотемпературного твердого мастила СаF₂. Показано, що в процесі спікання формується складна гетерогенна структура матеріалів, яка забезпечує формування високого рівня експлуатаційних властивостей антифрикційних композицій. Проілюстровано перспективність використання відходів легованих сталей для створення високоякісних підшипникових матеріалів.

Лл. 3. Табл. 1. Бібліогр.: 13 назв.

УДК 621.745.56:538.4/5:669-14

Вплив постійного магнітного поля на форму крапель метало-емулсії / Середенко О.В. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 66–70.

Показано, що постійне магнітне поле впливає на форму крапель метало-емулсії, що рухаються. Встановлено умови, при яких у сплавах з емульгованою структурою утворюються сферичні включення.

Лл. 3. Табл. 2. Бібліогр.: 14 назв.

УДК 612.7.079:60.22

Хімізм і термодинаміка процесу титанохромування сталей / Хижняк В.Г., Лоскутова Т.В., Бобіна М.М., Дегула А.І. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 71–75.

Методом термодинамічного аналізу встановлено основні реакції карбідоутворення і рівноважний склад реакційного простору при послідовному насиченні сталей хромом і титаном.

Лл. 2. Табл. 2. Бібліогр.: 11 назв.

УДК 661.666.2:620.197

Про вплив методів диспергування на мікроструктуру і морфологію дисперсних частинок природного графіту та термографеніту / Черниш І.Г., Нікітін Ю.О., Черниш С.І., Лобода П.І. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 76–80.

Проаналізовано та експериментально досліджено утворення дисперсних частинок графіту і термографеніту при використанні механічних і фізико-хімічних методів диспергування. Запропоновано новий метод одержання частинок термографеніту сферичної форми, що забезпечує пресування і прокатку без розшарування виробів.

Лл. 8. Табл. 1. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 629.73

Синтез траєкторії вирівнювання літака в режимі автоматичного приземлення / Бурнашев В.В., Збруцький О.В. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 81–87.

Описано підхід до розв'язання задачі задання програмного руху при автоматичному вирівнюванні літака. Розглянуто

основні вимоги до програми поздовжнього руху літака на етапі приземлення. Запропоновано рекомендації для задання виду закону зміни висоти. Показано алгоритм розрахунку одного із запропонованих, відповідно до рекомендацій, можливих варіантів траєкторії. Синтез такого закону проведено для конкретного літака, виконано комп'ютерне моделювання руху по обчисленій траєкторії.

Лл. 2. Бібліогр.: 5 назв.

УДК 004.421

Структурно-алгоритмічна організація програмного агента-орфокоректора / Заболотня Т.М., Михайлюк А.Ю., Тарасенко В.П. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 88–96.

Обґрунтовано доцільність розробки орфокоректора на основі технології програмних агентів. Визначено вплив, який має на будову та механізми роботи агента-коректора зовнішнє відносно до нього середовище – документоорієнтована інформаційна система. Запропоновано способи структурно-алгоритмічної організації програмного коректора для забезпечення його ефективного функціонування в складі документоорієнтованих комп'ютерних систем різних типів.

Лл. 2. Бібліогр.: 6 назв.

УДК 57.083.12

Імобілізація ферментів як спосіб отримання ефективних біопрепаратів для практичного застосування / Григор'єва М.А. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 97–107.

Розглянуто основні галузі практичного застосування іммобілізованих ферментів. Встановлено, що значного поширення на сьогодні набуло використання іммобілізованих ферментів у медицині та фармації. Описано основні традиційні і перспективні методи іммобілізації ферментів. Показано переваги та ефективність отримання біопрепаратів з використанням іммобілізації.

Лл. 1. Табл. 1. Бібліогр.: 71 назва.

УДК 579.864.1:615.331

Молочнокислі бактерії – біосорбенти важких металів / Старовойтова С.О., Орябінська Л.Б., Горчаков В.Ю. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 1. – С. 108–116.

Досліджено мікроелементний склад та здатність молочнокислих бактерій роду *Lactobacillus* та їх композиції до сорбції важких металів. Показано схожість між якісним складом елементів клітин лактобактерій та різницю його кількісного складу залежно від виду та штаму лактобактерій. Дослідження здатності лактобактерій сорбувати важкі метали показало незалежність цього процесу від часу експозиції та стану клітин (живі, мертві). Адсорбційна здатність бактерій залежала від концентрації відповідного металу в середовищі культивування. Встановлено достатньо високу здатність до сорбції важких металів розробленої композиції лактобактерій, що дає можливість у подальшому прогнозувати її використання, як ефективного біосорбенту важких металів з організму людини.

Лл. 1. Табл. 6. Бібліогр.: 31 назва.

УДК 546.882

Синтез нанокристалічного метатанталату калію в середовищі розплавлених нітратів / Андрійко О.О., Коваленко І.В., Черненко Л.В., Хайнаков С.А., Головіна І.С., Гейфман І.Н., Лисін В.І. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 117–122.

Методом окиснення порошку металічного танталу розплавленим нітратом калію синтезовано нанодисперсні порошки метатанталату калію, які досліджені методом рентгенофазового аналізу, кондуктометрії та електронної мікроскопії. Показано, що для повного уникнення небажаних домішок політанталатів гідроксид калію має бути взятий із надлишком ($KOH/Та = 1,2$) щодо стехіометрії реакції синтезу. Дані з кондуктометрії і дослідження діелектричної проникності дозволяють припустити наявність напівпровідникової електропровідності, що не характерно для звичайних крупнокристалічних порошків.

Лл. 4. Табл. 1. Бібліогр.: 16 назв.

УДК 621.182

Вибір оптимального катіоніту для локальних установок Na-катіонування води / Мітченко Т.Є., Козлов П.В., Макарова Н.В., Стендер П.В. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 123–127.

Проведено порівняння зразків сильнокислотних катіонітів, що випускаються в промисловому масштабі у Na-формі, за критеріями ступеня чистоти, фізико-хімічних властивостей і ефективності використання в процесах зм'якшення води. Проведено порівняння експлуатаційних витрат ведення процесу Na-катіонування в прямоточному режимі регенерації при різних витратах NaCl та швидкості пропускання води. Встановлено, що оптимальним для роботи в локальних установках зм'якшення води малої та середньої продуктивності є сильнокислотний катіоніт Dowex Marathon C.

Лл. 2. Табл. 3. Бібліогр.: 5 назв.

УДК 66.021.3

Масопередача в системі газ–рідина при сульфатуванні органічної сировини / Подустов М.О., Тошинський В.І., Жученко О.А., Петров В.М. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 128–131.

Показано, що основним напрямом у технології сульфатування є використання плівкових реакторів. Наведено результати експериментальних досліджень із визначенням залежностей коефіцієнта масопередачі від температури, щільності зрошування і швидкості газоповітряного потоку. Узагальнено результати досліджень фізико-хімічних характеристик продуктів сульфатування.

Лл. 4. Бібліогр.: 5 назв.

УДК 511.52

Кілька теорем з теорії чисел / Бевзюк М.С. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 132–138.

Доведені в даній статті теореми та застосування тотожностей і нерівностей дали змогу дослідити деякі діофантові рівняння вищих степенів і дати відповідь на питання про наявність чи відсутність у них розв'язків у натуральних числах.

Бібліогр.: 15 назв.

УДК 517.581

(τ, β)-Узагальнена гіпергеометрична функція Гаусса та її застосування / Вірченко Н.О., Рум'янцева О.В. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 139–143.

Запроваджено нове узагальнення гіпергеометричної функції Гаусса, досліджено основні її властивості, наведено застосування.

Бібліогр.: 8 назв.

УДК 571.986

Про розв'язність квазілінійного рівняння з матрицею Гільбарга–Серрина в R^l / Кухарчук М.М., Яременко М.І. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 144–149.

Стаття присвячена дослідженню квазілінійного еліптичного рівняння другого порядку з матрицею Гільбарга–Серрина у всьому евклідовому просторі R^l , $l \geq 3$. Розширено поняття розв'язку – замість умови сильної коерцитивності введено умову слабкої коерцитивності, доведено його розв'язність в R^l .

Бібліогр.: 5 назв.

УДК 517.968

Новий тип систем інтегральних рівнянь / Южакова Г.О. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 150–154.

Розглянуто задачу розв'язання систем гібридних парних інтегральних рівнянь, що містять в ядрах функцію Бесселя 1-го роду та узагальнену приєднану функцію Лежандра 1-го роду, і систем гібридних потрійних інтегральних рівнянь, що містять в ядрах вказані функції та тригонометричний синус. Розв'язки систем знайдено в замкненій формі.

Бібліогр.: 7 назв.

АВТОРИ НОМЕРА

Аламалходай Пура,

студент 6-го курсу Механіко-машинобудівного інституту Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Андрійко Олександр Опанасович,

доктор хімічних наук, старший науковий співробітник, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Анякін Микола Іванович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Баклан Ярослав Ігорович,

аспірант Навчально-наукового комплексу “Інститут прикладного системного аналізу” Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Бевзюк Микола Семенович,

колишній викладач кафедри вищої математики Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Било Ольга Миколаївна,

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Белоус Михайло В’ячеславович,

доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Бідюк Петро Іванович,

доктор технічних наук, професор, професор Навчально-наукового комплексу “Інститут прикладного системного аналізу” Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Бобіна Марина Миколаївна,

кандидат технічних наук, доцент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Бурнашев Віталій Віталійович,

аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Вірченко Ніна Опанасівна,

доктор фізико-математичних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Гейфман Ілля Натанович,

доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач лабораторією Інституту фізики напівпровідників НАН України.

Гермаш Людмила Павлівна,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Головіна Ірина Сергіївна,

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту фізики напівпровідників НАН України.

Горобець Світлана Василівна,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Горобець Оксана Юріївна,

кандидат фізико-математичних наук, доцент, науковий співробітник Інституту магнетизму НАН України.

Горчаков Володимир Юрійович,

доктор біологічних наук, доцент, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Григор’єва Марина Анатоліївна,

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Дегула Андрій Іванович,

аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Долянівська Ольга Валеріївна,

асистент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Жученко Олексій Анатолійович,

студент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Заболотня Тетяна Миколаївна,

молодший науковий співробітник, асистент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Збруцький Олександр Васильович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри, декан факультету авіаційних і космічних систем Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Зора Борис Петрович,

студент 6-го курсу, магістрант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Коваленко Ірина Володимирівна,

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Козлов Павло В’ячеславович,

аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Котляров Валерій Павлович,

доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Кравчук Сергій Олександрович,

кандидат технічних наук, доцент, докторант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Кузнєцов Юрій Олексійович,

провідний інженер кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Кузь Олександр Павлович,

старший викладач Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Кухарчук Микола Макарович,

доктор фізико-математичних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Лисін Володимир Ігорович,

кандидат хімічних наук, доцент Київського національного університету технологій та дизайну.

Лобода Петро Іванович,

доктор технічних наук, доцент, декан інженерно-фізичного факультету Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Лоскутова Тетяна Володимирівна,

кандидат технічних наук, старший викладач Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Луфєренко Олександр Сергійович,

студент 5-го курсу, магістрант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Макарова Наталія Володимирівна,

кандидат технічних наук, заступниця завідувачки лабораторії Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Маслянюк Павло Павлович,

кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету прикладної математики з наукової роботи Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Михайлюк Антон Юрійович,

кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Мітченко Тетяна Євгенівна,

доктор технічних наук, завідувачка лабораторії Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Нікітін Юрій Олександрович,

кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Орябінська Лариса Борисівна,

кандидат біологічних наук, доцент, доцент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Петров Валерій Миколайович,

старший викладач Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”.

Повещенко Геннадій Павлович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Навчально-наукового комплексу “Інститут прикладного системного аналізу” Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Подустов Михайло Олексійович,

кандидат технічних наук, доцент, професор Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”.

Роїк Тетяна Анатоліївна,

доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Рум’янцева Олена Валеріївна,

магістрантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Середенко Олена Володимирівна,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Фізико-технологічного інституту металів та сплавів НАН України, асистент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Старовойтова Світлана Олександрівна,

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Стендер Павло Вадимович,

науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Тарасенко Володимир Петрович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Тошинський Володимир Ілліч,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”.

Хайнаков Сергій Андрійович,

кандидат хімічних наук, старший дослідник Department of Organic and Inorganic Chemistry, University of Oviedo, Spain.

Хижняк Віктор Гаврилович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Холявко Валерія Вікторівна,
кандидат технічних наук, доцент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Черненко Людмила Вікторівна,
магістрант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Черниш Іван Григорович,
доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Черниш Сергій Іванович,
провідний інженер Інституту електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України.

Шаповал Іван Вікторович,
аспірант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Южакова Ганна Олексіївна,
кандидат фізико-математичних наук, доцент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Яременко Микола Іванович,
студент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Ярмоленко Євген Вікторович,
магістр, головний інженер ПП "Дом паркета".