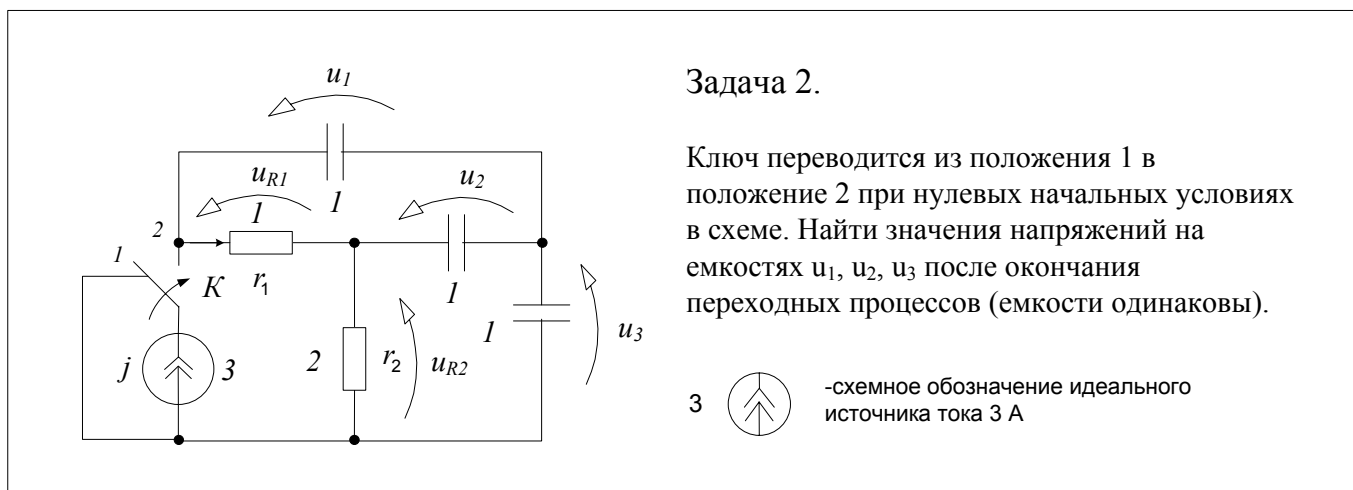


IX олимпиада по теории электронных цепей "ТЭЦ'2016",

посвященная памяти
проф. Сигорского Виталия Петровича



Решение:

После окончания переходных процессов наступает установившееся состояние, при котором все токи и напряжения постоянны. Тогда ток через любую емкость, согласно компонентному уравнению, равен нулю:

$$i_c = c \frac{du_c}{dt} \Big|_{u_c = \text{const}} = 0. \quad (1)$$

Следовательно, емкости имеют бесконечно большое сопротивление и ток источника, протекая только через сопротивления r_1 и r_2 , вызывает падение напряжения $u_{R1} = 3 \text{ В}$, $u_{R2} = 6 \text{ В}$. Уравнения, составленные относительно напряжений u_1 , u_2 , u_3 по второму закону Кирхгофа для трех контуров схемы, линейно зависимы, поэтому решение такой системы не определено (см. (2)):

$$\begin{aligned} u_1 - u_2 - 3 &= 0; \\ u_2 + u_3 - 6 &= 0; \\ u_1 + u_3 - 9 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Поскольку общий узел емкостей изолирован (ток проводимости отсутствует), то в ходе

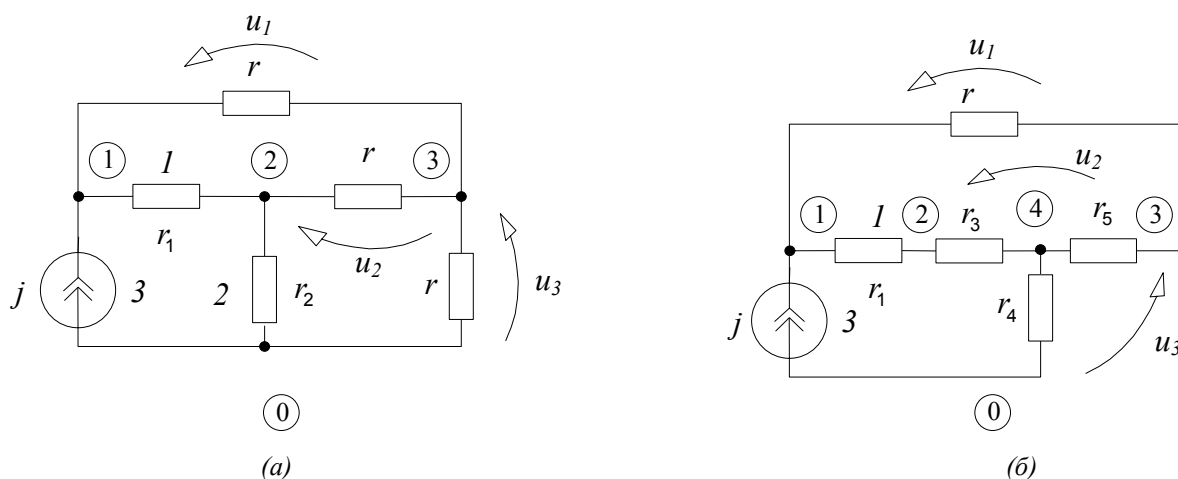


Рис. 4. (а) схема, полученная из исходной, путем замены емкостей на сопротивления; (б) схема, полученная из схемы (а) после преобразования треугольника в звезду.

переходного процесса суммарный заряд не изменится и останется равным нулю, так как переходный процесс начинался при нулевом заряде на каждой емкости. Исходя из этих соображений, заменим любое из уравнений в (2), например, третье, уравнением сохранения заряда:

$$\begin{aligned} u_1 - u_2 - 3 &= 0; \\ u_2 + u_3 - 6 &= 0; \\ c_1 u_1 + c_2 u_2 - c_3 u_3 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решив систему линейных алгебраических уравнений (3), например, методом Крамера или подстановки, получим:

$$u_1 = 4 \text{ В}; \quad u_2 = 1 \text{ В}; \quad u_3 = 5 \text{ В}. \quad (4)$$

Второй способ решения задачи состоит в следующем. Поскольку все значения емкостей одинаковы, то их электрические свойства также одинаковы, поэтому заменим каждую емкость некоторым сопротивлением, значение которого равно r . Полученная схема приведена на Рис. 4(а). Далее преобразуем треугольник в этой схеме, состоящий из сопротивлений, образующих контур с узлами 0, 2, 3, в звезду (см. Рис. 4(б)). Сопротивления звезды рассчитываются по соответствующим формулам:

$$r_3 = \frac{r_2 r}{r_2 + r + r} \Big|_{r_2=2} = \frac{r}{1+r}; \quad r_4 = \frac{r_2 r}{r_2 + r + r} \Big|_{r_2=2} = \frac{r}{1+r}; \quad r_5 = \frac{r r}{r_2 + r + r} \Big|_{r_2=2} = \frac{r^2}{2+2r}. \quad (5)$$

Последовательно соединенные пары сопротивлений r и r_5 , r_1 и r_3 образуют параллельное соединение, по которому протекает ток источника. Определим напряжение u_1 по закону Ома, найдя ток через соответствующее сопротивление r по формуле делителя напряжения (правило чужого плеча):

$$u_1 = r \frac{r_1 + r_3}{r_1 + r_3 + r + r_5} j = r \frac{1 + \frac{r}{1+r}}{1 + \frac{r}{1+r} + r + \frac{r^2}{2+2r}} j \Big|_{(2r+2)} = \frac{r(2+2r+2r)}{2+2r+2r+2r+2r^2+r^2} j. \quad (6)$$

В установившемся состоянии сопротивление емкости бесконечно, тогда, подставив $r = \infty$ в (6), получим:

$$u_1 = \frac{2r+4r^2}{2+6r+3r^2} j \Big|_{r=\infty} = \frac{4}{3} 3 = 4 \text{ В}. \quad (7)$$

Напряжения u_2 и u_3 находим из уравнений (2):

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 - 3 = 1 \text{ В}; \\ u_3 &= 6 - u_2 = 5 \text{ В}. \end{aligned} \quad (8)$$

Результаты совпадают с (4).